BIBLIOTHÈQUE INTERNATIONALE D'ECONOMIE POLITIQUE
publiée sous la direction de Alfred BONNET

LES NOMBRES INDICES de la Variation des Prix

PAR

Maurice OLIVIER
Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique
Docteur en Droit
Lauréat de l'Institut

MARCEL GIARD
LIBRAIRE-ÉDITEUR
16, RUE SOUFFLOT ET 12, RUE TOULLIER
PARIS (5e)
1927

LES NOMBRES INDICES

DE LA

VARIATION DES PRIX

DU MÊME AUTEUR :

La politique du charbon, 1914-1921 (ouvrage couronné par l'Institut), 1922, 1 vol. in-8°.

BIBLIOTHÈQUE INTERNATIONALE D'ÉCONOMIE POLITIQUE
publiée sous la direction de Alfred BONNET

LES NOMBRES INDICES de la Variation des Prix

PAR

Maurice OLIVIER

Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique
Docteur en Droit
Lauréat de l'Institut

MARCEL GIARD
LIBRAIRE-ÉDITEUR
16, RUE SOUFFLOT ET 12, RUE TOULLIER
PARIS (5e)

1927

AVANT-PROPOS

Le présent ouvrage est le développement d'un mémoire sur le mouvement des prix depuis 1914 et les méthodes employées pour le constater, auquel l'Académie des sciences morales et politiques a décerné en 1923 le prix Léon-Faucher. Ce mémoire comprenait une partie descriptive qu'il a été jugé inutile de reproduire, plusieurs organismes, le Bureau of Labor Statistics des Etats-Unis et le Bureau International du Travail notamment, ayant publié depuis lors des descriptions détaillées des séries de nombres indices des prix actuellement publiées. Au contraire la partie mathématique en a été beaucoup amplifiée. D'autre part il a été tenu compte des importants travaux publiés depuis la rédaction du mémoire, en particulier du livre du professeur Irving Fisher : « The Making of Index-Numbers », dont le résumé inséré dans les Quarterly Publications of the American Statistical Association était seul parvenu en France à cette époque, et du livre de M. Correa Moylan Walsh : « The Problem of Estimation ». Enfin une obligeante communication du Federal Beserve Board américain, auquel je suis heureux d'exprimer ici toute ma gratitude, m'a permis de procéder à une vérification des théories qui prétendent justifier par les lois du calcul des probabilités l'emploi de certaines formules mathématiques pour les nombres indices des prix.

Pour alléger le volume, la description complète des travaux cités n'est donnée que dans la bibliographie placée à la fin de l'ouvrage. Dans les références sommaires, les abréviations suivantes ont été employées :

S. G. F.	Bulletin de la Statistique Générale de la France.
S. S. P.	Journal de la Société de Statistique de Paris.
R. I. T.	Revue Internationale du Travail.
J. S. S.	Journal de Statistique et Revue économique suisse.
Giornale	Giornale degli Economisti.
R. S. S.	Journal of the Royal Statistical Society.
Ec. J.	Economic Journal.
Q. J. E.	Quarterly Journal of Economics.
A. S. A.	Quarterly Publications (ou Journal) of the American Statistical Association.
B. L. B.	Bulletin of the Bureau of Labor Statistics.
Jahrb.	Jahrbücher fur Nationalökonomie.
I. S. S.	Bulletin de l'Institut International de Statistique.

CHAPITRE PREMIER

NOTIONS GENERALES

Comme toute science, l'économie politique ne saurait faire de progrès qu'autant qu'elle passera, ainsi que l'écrit M. Painlevé dans sa préface à la traduction française de la Théorie de l'Economie politique de Stanley Jevons, « de l'état qualitatif à l'état quantitatif et causal ». Toute loi scientifique exprime un rapport entre des grandeurs mesurables. Parmi les grandeurs qu'étudie l'économie politique, on peut placer au premier rang les prix des biens et des services. Or on sait que toute mesure est susceptible d'être entachée de deux sortes d'erreurs, les unes systématiques, les autres accidentelles, et la théorie des erreurs nous apprend que l'on atténue l'effet des erreurs systématiques en procédant à des comparaisons et celui des erreurs accidentelles en prenant des moyennes. D'autre part notre esprit est incapable d'embrasser des grandeurs numériques se rapportant à des termes très nombreux : la moyenne répond au besoin de simplification de notre esprit, en substituant à toutes ces grandeurs un nombre unique.

C'est ainsi que l'on a été conduit à représenter l'ensemble des prix par ces chiffres *relatifs* et *moyens* que constituent les nombres indices des prix. Il résulte de leur caractère relatif qu'ils n'expriment pas le niveau, mais le mouvement, la variation des prix; c'est là une remarque bien simple, mais qui est parfois perdue de vue, par exemple par ceux qui cherchent à comparer le coût de la vie dans différents pays en comparant les nombres indices du coût de la vie pour ces pays. Les nombres indices des prix, ainsi appelés par abréviation, devraient donc toujours être appelés nombres indices du mouvement ou de la variation des prix.

Les nombres indices ont en outre un caractère qu'il convient de signaler parce qu'il leur est propre. Ils ont pour objet d'exprimer un phénomène global que nous ne pouvons observer directement, mais que nous savons « avoir une influence définie sur plusieurs autres quantités que nous pouvons observer, influence tendant à les augmenter ou diminuer toutes, tandis que cette influence est cachée par l'action de diverses causes affectant les quantités séparément de diverses façons » (1), ou bien qui est la somme de plusieurs phénomènes isolés que nous pouvons observer directement et numériquement. Quand il s'agit de nombres indices des prix, le premier cas correspond à la conception « monétaire » de l'indice, le second à la conception « budgétaire » de l'indice. On reviendra plus loin sur cette distinction.

Du double caractère des nombres indices, d'être des chiffres relatifs et des chiffres moyens, il résulte qu'ils peuvent se présenter sous la forme soit de rapports de moyennes soit de moyennes de rapports. Un nombre indice pourra donc être soit le rapport de deux prix moyens, soit la moyenne d'un certain nombre de rapports de prix.

Remarquons en passant qu'on ne peut former la moyenne que de quantités commensurables, ce qui n'est pas le cas

(1) Arthur L. Bowley. Elements of Statistics, 4e éd., p. 196.

des prix : comment peut-on concevoir la moyenne des prix d'une tonne de charbon, d'un bœuf sur pied, d'un hectolitre de vin, d'une heure de travail d'un ouvrier non qualifié, etc. ? On peut échapper à cette grave difficulté par divers moyens, mais, comme nous le verrons, l'application de ces moyens, quand elle aboutit à un résultat correct, rend en général le rapport de moyennes identique à une moyenne de rapports, de sorte qu'il n'y a pas entre ces deux formes de nombres indices des prix l'opposition qu'on pourrait croire.

Le caractère relatif des nombres indices implique qu'une comparaison est faite entre deux chiffres par rapport à un ordre donné de circonstances. Quand il s'agit de nombres indices des prix, les comparaisons sont faites dans l'espace ou dans le temps. On peut comparer le prix moyen des biens et services, ou les prix isolés de différents biens ou services, en France et en Grande-Bretagne par exemple, ou dans telle et telle autre ville de France, etc. C'est ce que désire faire, a-t-on dit, l'ouvrier anglais qui se propose d'émigrer en France et qui veut comparer d'une part le salaire qu'il gagne en Angleterre au salaire qu'on lui offre en France, d'autre part ce qu'il dépense en Angleterre et ce qu'il devrait dépenser pour vivre de la même manière en France. C'est aussi ce que doit faire un Gouvernement qui veut calculer les indemnités de résidence à allouer à ses fonctionnaires pour tenir compte de l'inégalité du coût de la vie entre les différentes régions du pays.

Ce genre de comparaison n'a cependant qu'un nombre assez limité d'applications et la plupart des nombres indices, ou en tout cas tous les nombres indices publiés d'une manière continue et régulière, ont pour but de comparer les prix dans le temps. Les nombres indices du mouvement des prix de détail ou du coût de la vie dans différentes villes ou régions de la France, calculés par la Statistique Générale de la France ou les Commissions régionales du coût de la vie, sont eux-mêmes publiés sous la forme de comparaisons dans le temps et ne permettent qu'indirectement des comparaisons dans l'espace.

Dans ce qui suit, nous envisagerons donc particulièrement les comparaisons dans le temps. Nous formerons ainsi un nombre indice des prix en comparant le prix de différents biens ou services à une époque déterminée à leur prix à une époque choisie comme terme de comparaison et que nous appellerons époque de base; naturellement la comparaison devra porter pour une marchandise donnée sur la même quantité, de sorte que le chiffre obtenu, le « prix relatif », sera indépendant de l'unité de quantité adoptée; enfin nous prendrons la moyenne des prix relatifs et cette moyenne constituera l'indice. On peut également prendre, à l'époque considérée et à l'époque de base, le prix moyen, c'est-à-dire la moyenne des prix absolus (étant admis qu'il s'agit, pour chaque marchandise, du prix absolu d'une quantité choisie de manière à éviter la difficulté signalée tout à l'heure) et nous prendrons le rapport de ces deux prix moyens; ce rapport constituera l'indice.

On aurait pu également exprimer le mouvement des prix par des pourcentages d'augmentation ou de diminution, mais l'emploi du rapport des prix a l'avantage d'éviter l'usage de signes algébriques. En outre pour n'avoir pas à employer des chiffres décimaux, on a l'habitude de multiplier le rapport des prix par 100, de sorte qu'un mouvement de hausse de 10 % dans les prix est exprimé par le nombre 110, et un mouvement de baisse de 10 % par le nombre 90. En fait, l'emploi du multiplicateur 100 et la publication du nombre indice sous la forme d'un nombre entier sans aucune autre restriction implique sur la précision du résultat une hypothèse dont la validité n'a jamais été démontrée. La hausse considérable des prix dans certains pays à monnaie de papier, comme l'Allemagne et la Pologne avant l'introduction du reichsmark ou du zloty, avait conduit, pour diminuer le chiffre du nombre indice — et peut-être aussi pour éviter de paraître attribuer à l'indice une précision qu'il n'avait pas — à employer comme multiplicateur le nombre 10 et même le nombre 1 (ce qui revenait dans ce dernier cas à prendre comme indice la moyenne des rapports eux-mêmes). Il s'agit là cependant de cas exceptionnels, et nous conviendrons d'appeler *prix relatif* d'un bien ou service quelconque le rapport du prix d'une certaine quantité de ce bien ou service à l'époque considérée et à l'époque choisie pour base, multiplié par 100.

On a assez souvent discuté (1) la question de savoir si, quand le nombre indice des prix est une moyenne des prix relatifs de différentes marchandises, ces prix relatifs ne devraient pas être considérés eux-mêmes comme des nombres indices, la moyenne de ces nombres indices particuliers devant alors être appelée nombre indice général. Il est certain que si le prix relatif d'une marchandise donnée est calculé par exemple en prenant le rapport du prix moyen aux deux époques, ce prix moyen étant lui-même calculé en tenant compte des prix et des quantités de la plupart des transactions effectuées sur cette marchandise dans le territoire auquel se rapporte l'indice, ce prix relatif mérite pleinement la qualification de nombre indice; si au contraire on se borne à prendre le rapport des cours de la marchandise relevés par exemple sur un journal commercial, on s'éloigne sensiblement, en fait sinon en intention, de la notion de nombre indice. Quoi qu'il en soit, cette question de terminologie me semble pratiquement de peu d'importance, et puisque nous disposons, pour les biens et services considérés isolément, d'une expression qui ne prête à aucune confusion, celle de *prix relatif*, nous réserverons l'appellation de nombre indice, soit à la moyenne des prix relatifs d'un certain nombre de marchandises différentes, mais présentant un caractère commun, par exemple denrées alimentaires, métaux, etc., soit à la moyenne générale des prix relatifs.

(1) Cf. notamment Weigel, Jahrb. 1921.

Nous venons de voir que les prix des différents biens et services, ou leur prix moyen à l'époque que l'on étudie, sont rapportés à la valeur de ces prix, ou de ce prix moyen, à une époque dite époque de base. On peut prendre pour base une époque fixe, 1913 par exemple, ou prendre à chaque instant pour base l'instant précédent. Dans ce dernier système, on peut d'ailleurs ramener la comparaison à avoir une base fixe, en multipliant les indices successifs les uns par les autres. Supposons qu'une unité quelconque de quantité d'une marchandise donnée ait coûté 200 francs en 1913, 300 francs en 1914, 240 francs en 1915, 264 francs en 1916. Si l'année 1916 est l'année considérée, le prix relatif, dans le système ayant pour base fixe l'année 1913, est 132; dans le second système, le prix relatif est 110, mais pour ramener ce système à avoir pour base 1913, nous devons considérer les indices précédents, qui sont respectivement, en partant de 1913, 150 et 80, et multiplier ces indices les uns par les autres soit $\frac{150 \times 80 \times 110}{100 \times 100} = 132$. (1) Le résultat est donc le même dans les deux systèmes, mais il n'en est pas ainsi pour les nombres indices eux-mêmes, du moins avec les formes de moyennes habituellement adoptées. Le second système, préconisé pour la première fois en 1887 par Alfred Marshall dans la Contemporary Review, a été recommandé par la suite par de nombreux théoriciens anglais et américains, qui l'ont dénommé « chain system », mais il ne s'est guère imposé à la pratique. Il comporte d'ailleurs, comme le système à base fixe, des avantages et des inconvénients. On le désignera sous le nom de système des bases enchaînées, les indices calculés à chaque instant par rapport à l'instant précédent composant une chaîne, dont ils constituent les anneaux.

(1) Dans ce qui suit, nous supprimerons habituellement les facteurs 100 dans les formules, étant entendu que les indices sont en réalité des rapports purs et simples, et que le résultat des opérations est multiplié par 100 pour satisfaire à la convention habituellement adoptée pour la commodité des lectures.

Comment formerons-nous la moyenne des prix absolus ou des prix relatifs ? Pour la définition de la moyenne, de ses caractères, des qualités qu'elle doit présenter, nous renvoyons aux traités généraux de statistique. Mais le problème de la forme de moyenne à adopter est trop important pour le calcul des nombres indices des prix, pour que nous ne rappelions pas dès à présent la définition des principales sortes de moyennes.

Nous appellerons époque 0 l'époque de base, époque 1 l'époque considérée, p les prix des différents biens et services. Le nombre indice des prix aura donc la forme : moyenne des $\frac{p_1}{p_0}$, ou $\frac{\text{moyenne des } p_1}{\text{moyenne des } p_0}$. S'il y a n prix relatifs, nous désignerons ces différents prix relatifs par le symbole $\frac{p_1^i}{p_0^i}$, où i peut prendre toutes les valeurs entières de 1 à n. Etant donné que l'on ne compare en général que deux époques, mais que l'on traite un nombre plus élevé d'éléments, il eût été peut-être plus commode d'appeler t et t' les deux époques comparées et de représenter les prix relatifs par le symbole $\frac{p'_i}{p_i}$, mais il est rare qu'on ait à énumérer explicitement plusieurs des éléments dans les formules, de sorte que l'avantage de fait du système $\frac{p'_i}{p_i}$ sur le système $\frac{p_1^i}{p_0^i}$ est faible. D'autre part j'estime que la considération primordiale en l'espèce est la commodité du lecteur, qui réclame l'unification des notations : je me rallie donc aux notations employées par l'auteur qui a étudié le plus complètement les formules des nombres indices des prix, le professeur Irving Fisher.

1. La moyenne la plus généralement connue, et — disons-le tout de suite — celle qui est presque seule employée pratiquement dans les calculs de nombres indices des prix, c'est la moyenne arithmétique. On en a dit qu'elle était aussi

naturelle à l'esprit humain que le sens de la ligne droite (1) ou la notation décimale (2). La moyenne arithmétique d'un certain nombre de grandeurs est égale à la somme de ces grandeurs, divisée par leur nombre. Elle ne fait donc appel qu'à la notion très simple d'addition.

Elle s'écrira $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{p_1^i}{p_0^i}$, ou plus simplement $\frac{1}{n} \Sigma \frac{p_1}{p_0}$, et nous la désignerons par le symbole *A*.

2. On peut aussi prendre comme moyenne de *n* grandeurs l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses de ces grandeurs; c'est la moyenne harmonique, que nous désignerons par le symbole *H*, et qui a comme formule, en ce qui concerne les nombres indices des prix

$$\frac{1}{\frac{1}{n} \Sigma \frac{p_0}{p_1}} = \frac{n}{\Sigma \frac{p_0}{p_1}}$$

3. On appelle moyenne géométrique de n grandeurs un nombre tel que si on le multiplie *n-1* fois par lui-même on obtient le même résultat qu'en multipliant ces *n* grandeurs les unes par les autres. La moyenne arithmétique était de même un nombre tel que si on l'ajoute *n-1* fois à lui-même on obtient le même résultat qu'en additionnant ces *n* grandeurs. On voit que la moyenne géométrique est exactement à l'opération de multiplication ce qu'est la moyenne arithmétique à l'opération d'addition. Il est certain que la moyenne géométrique nous est moins familière que la moyenne arithmétique, mais il ne semble pas, contrairement à ce qu'ont dit de nombreux auteurs, qu'elle soit logiquement moins simple, plus difficile à comprendre que la moyenne arithmétique.

La moyenne géométrique sera désignée par le symbole *G* et aura comme formule :

$$G = \sqrt[n]{\frac{p_1^1}{p_0^1} \times \frac{p_1^2}{p_0^2} \times \cdots\cdots \times \frac{p_1^i}{p_0^i} \times \cdots\cdots \times \frac{p_1^n}{p_0^n}}$$

(1) Lucien March. Revue de métaphysique et de morale, 1921, p. 149.
(2) Statist. 27 janvier 1923, p. 117.

La moyenne géométrique peut être ramenée à la moyenne arithmétique par l'emploi de logarithmes. On sait que l'on entend par logarithme d'un nombre, dans un système de logarithmes de base *a*, la puissance à laquelle il faut élever la base *a* (c'est-à-dire, s'il s'agit d'un puissance entière, le nombre de fois diminué de *1* qu'il faut multiplier la base par elle-même) pour reproduire le nombre donné. C'est ainsi que dans le système de logarithmes à base 10 (qui est celui des tables de logarithmes) on a : log. 1000 = 3, puisqu'en multipliant 2 fois la base (10) par elle-même, on reproduit le nombre 1000 ($\overline{10}^3 = 1000$). On sait également — et d'ailleurs cela résulte directement de la définition qui vient d'être donnée — que le logarithme du produit d'un certain nombre de termes est égal à la somme des logarithmes de ces termes, et de même que le logarithme du quotient de deux nombres est égal à la différence des logarithmes des deux nombres. Le principal avantage de la fonction logarithmique est de remplacer les multiplications et les divisions par des additions et des soustractions.

D'après la définition même de la moyenne géométrique, on a :

$$G^n = \frac{p_1^1}{p_0^1} \times \cdots\cdots \times \frac{p_1^n}{p_0^n}$$

D'où n log. G = Σ log. $\frac{p_1}{p_0}$

$$\text{log. } G = \frac{1}{n} \Sigma \text{ log. } \frac{p_1}{p_0}$$

Il en résulte que la moyenne géométrique de n grandeurs est le nombre qui a pour logarithme la moyenne arithmétique des logarithmes des grandeurs.

4. La médiane est une moyenne de nature différente des précédentes; elle ne tient pas compte de la grandeur des nombres dont elle est la moyenne, mais seulement de leur position respective. Si l'on suppose les nombres classés par ordre de grandeur, la médiane est la valeur du milieu, c'est-

à-dire la valeur telle qu'il y ait autant de nombres plus grands qu'elle que de nombres plus petits qu'elle. Cette définition ne peut s'appliquer que si le nombre des grandeurs est impair; s'il y a $2\ n+1$ grandeurs, la médiane est la grandeur qui a le n^e rang dans le tableau des grandeurs classées. Si le nombre des grandeurs est pair, il faut une convention supplémentaire pour définir la médiane; s'il y a $2\ n$ grandeurs, on conviendra d'appeler médiane une moyenne entre la n^e et la $n+1^e$ grandeurs dans le tableau des grandeurs classées; on a encore à choisir la forme de moyenne à prendre entre ces deux termes; pratiquement on adoptera la moyenne arithmétique ou la moyenne géométrique selon les cas. On désignera la médiane des prix relatifs ou le prix médian par le symbole *Mé*.

La médiane convient particulièrement quand on se préoccupe plutôt de la position que de la grandeur des données, par exemple en balistique. Son emploi dans le domaine de la mesure du mouvement des prix a été chaudement recommandé par plusieurs auteurs.

5. La dominante est celle des grandeurs dont on a à prendre la moyenne que l'on trouve le plus fréquemment. On rencontre rarement cette forme de moyenne dans le domaine des nombres indices des prix; cependant, ainsi qu'on le verra plus loin, on peut soutenir que le prix de chaque marchandise à utiliser pour le calcul du prix relatif est le prix dominant. D'autre part dans l'étude des salaires au temps, il arrive souvent que l'on ait à utiliser le salaire dominant. Pour conserver la notation qui dérive de l'appellation anglaise « mode » proposée dès 1895 par le professeur Pearson, nous désignerons la dominante par le symbole *Mo*.

Le professeur Irving Fisher, dans son livre « The making of index-numbers », auquel j'aurai si souvent à me référer, envisage une sixième espèce de moyenne, la moyenne agrégative. Cette moyenne ne s'applique qu'à des rapports et n'est pas en réalité une forme de moyenne, c'est le quotient de la somme des dividendes par la somme des diviseurs, ou, ce qui est identique, de la moyenne arithmétique des dividendes par la moyenne arithmétique des diviseurs. En matière de nombres indices des prix, la moyenne agrégative sera $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$, ou encore $\frac{\frac{1}{n}\Sigma p_1}{\frac{1}{n}\Sigma p_0}$. C'est le rapport de la moyenne arithmétique des prix absolus aux deux époques. Nous ne sommes pas en présence d'une forme nouvelle de moyenne, mais d'une conception différente de l'indice, dans laquelle l'indice n'est pas une moyenne de rapports, mais un rapport de moyennes.

Signalons enfin deux formes de moyennes qui n'ont pas encore reçu d'application dans le domaine des nombres indices des prix, mais dont la première est d'une application fréquente dans le calcul des probabilités et dont nous aurons à nous servir :

la moyenne quadratique, qui multipliée par elle-même est égale à la moyenne arithmétique des carrés des grandeurs dont on prend la moyenne ($Mq = \sqrt{\frac{\Sigma a^2}{n}}$);

la moyenne contre-harmonique, qui est le quotient de la somme (ou de la moyenne arithmétique) des carrés des grandeurs dont on prend la moyenne, par la somme (ou la moyenne arithmétique) des grandeurs elles-mêmes ($CH = \frac{\Sigma a^2}{\Sigma a} = \frac{\frac{1}{n}\Sigma a^2}{\frac{1}{n}\Sigma a}$).

Il existe entre certaines de ces moyennes des relations qu'il est bon de connaître :

1. La moyenne géométrique de deux grandeurs est égale à la moyenne géométrique de leur moyenne arithmétique et de leur moyenne harmonique. En effet, on a par définition :

$$A = \frac{a_1 + a_2}{2},\ H = \frac{2}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2},\ G = \sqrt{a_1 \times a_2}$$

$$\text{Or } A \times H = \frac{a_1 + a_2}{2} \times \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2} = a_1 a_2 = G^2$$

$$\text{D'où } G = \sqrt{A \times H}.$$

2. La moyenne géométrique de deux grandeurs est toujours plus petite que la moyenne arithmétique de ces grandeurs.

$$A^2 - G^2 = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4} - a_1 a_2 = \frac{(a_1 - a_2)^2}{4}.$$

Le second membre étant forcément positif, on a $A^2 > G^2$, d'où, puisqu'il s'agit de nombres positifs, $A > G$.

3. Ces relations peuvent se généraliser, mais partiellement seulement, lorsque la moyenne porte sur plus de deux grandeurs. Ainsi la relation $G = \sqrt{A \times H}$ n'est pas vraie de plus de deux grandeurs. Considérons par exemple les trois nombres 1, 2 et 32. On a

$$G = \sqrt[3]{1 \times 2 \times 32} = 4$$

$$A = \frac{1 + 2 + 32}{3} = \frac{35}{3} = 11{,}67$$

$$H = \frac{3}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{32}} = 1{,}96$$

$$A \times H = 21{,}87. \quad \text{Or } G^2 = 16.$$

Ce qui subsiste, c'est l'ordre respectif des trois moyennes. On peut démontrer en effet que quel que soit le nombre des grandeurs dont on prend la moyenne, G se place entre A, qui est la plus grande et H qui est la plus petite des trois moyennes. On a toujours $A > G > H$.

4. La moyenne quadratique est la moyenne géométrique entre la moyenne contre-harmonique et la moyenne arithmétique.

Il reste une dernière définition à donner. En prenant la moyenne des prix, relatifs ou absolus, des différents biens et services, on peut tenir compte ou non de l'importance relative de ces biens et services. Nous examinerons plus loin comment cette importance doit elle-même être définie et mesurée. Le chiffre mesurant l'importance d'un élément est appelé son poids. Soit P_i chaque élément (prix relatif) ; son poids sera Π_i. L'attribution d'un poids à l'élément revient à compter cet élément autant de fois qu'il y aura d'unités dans son poids. Toute formule qui comporte l'attribution d'un poids proportionnel à l'importance de chaque élément est dite pondérée. Toute formule qui comporte l'attribution de poids non proportionnels à l'importance de chaque élément, tenant compte par exemple de la précision avec laquelle chaque élément est mesuré, ou de poids égaux à chaque élément, est dite simple.

La moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs $P_i = \frac{p_i^1}{p_i^0}$ aura pour formule $\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}$. Cette formule est analogue à la formule qui donne le centre de gravité d'un certain nombre de masses *m* de coordonnées x_i : $X = \frac{\Sigma m x}{\Sigma m}$.

La moyenne géométrique pondérée aura pour formule

$$\sqrt[\Sigma \Pi]{P_1^{\Pi_1} \times \ldots\ldots \times P_i^{\Pi_i} \times \ldots\ldots \times P_n^{\Pi_n}}$$

On peut considérer une moyenne agrégative pondérée, qui aura pour formule $\dfrac{\frac{\Sigma p_i^1 \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\frac{\Sigma p_i^0 \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}} = \frac{\Sigma p_1 \Pi}{\Sigma p_0 \Pi}$. mais il est évident que les poids de cette formule ne seront pas analogues aux poids précédents, puisque ceux-ci ne s'appliquent qu'à des prix relatifs, ceux-là à des prix absolus.

Il ne saurait être question d'examiner dans ce chapitre d'introduction les différents systèmes de pondération et les différentes formules possibles. Notons cependant, pour faciliter la compréhension des chapitres suivants, que dans le cas des moyennes de prix relatifs, l'importance de chaque marchandise peut être mesurée par la valeur de la production, des échanges, de la consommation de cette marchandise. Si *q* est la quantité de cette marchandise qui est produite, échangée, consommée, etc., les poids seront de la forme $\frac{pq}{\Sigma pq}$: cette valeur peut *notamment* être évaluée soit pour l'année considérée, soit pour l'année de base. Dans le premier cas, le poids sera de la forme $\frac{p_1^i q_1^i}{\Sigma p_1^i q_1^i}$, dans le second de la forme $\frac{p_0^i q_0^i}{\Sigma p_0^i q_0^i}$.

Une moyenne arithmétique pondérée d'après les valeurs de l'époque de base sera donc $\frac{1}{\Sigma p_0 q_0} \Sigma \frac{p_1}{p_0} \times p_0 q_0 = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$.

Une moyenne harmonique pondérée d'après les valeurs de l'époque considérée sera $\frac{1}{\frac{1}{\Sigma p_1 q_1} \Sigma \frac{p_0}{p_1} \times p_1 q_1} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$.

Dans le cas des moyennes agrégatives, l'importance de chaque marchandise sera mesurée par la quantité produite, échangée, consommée, etc. ; si l'on pondère d'après les quantités de l'époque de base, la formule sera :

$$\frac{\frac{\Sigma p_1 \times q_0}{\Sigma q_0}}{\frac{\Sigma p_0 \times q_0}{\Sigma q_0}} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0};$$

si l'on pondère d'après les quantités de l'époque considérée, la formule sera :

$$\frac{\frac{\Sigma p_1 \times q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 \times q_1}{\Sigma q_1}} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}.$$

Ces formules sont analogues aux précédentes. On les retrouve constamment dans la théorie des nombres indices des prix ; aussi, pour simplifier l'écriture, leur attribuerons-nous un symbole, comme aux moyennes simples : nous désignerons par β (correspondant à l'initiale du mot *base*) la moyenne arithmétique des prix relatifs pondérée d'après les valeurs de l'époque de base, et par γ la moyenne harmonique des prix relatifs pondérée d'après les valeurs de l'époque considérée. Nous aurons donc $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$, $\gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$.

On peut en général leur attribuer un sens plus ou moins concret. Supposons que les q représentent les quantités de chaque bien ou service considéré que consomme un individu à une époque donnée, p le prix de chaque unité de quantité; β représentera la variation du coût de la vie entre l'époque de base et l'époque considérée, étant supposé que l'individu en question a le même régime d'existence à l'époque considérée qu'à l'époque de base; γ représentera la même variation, étant supposé que l'individu en question avait le même régime d'existence à l'époque de base qu'à l'époque considérée. On peut étendre cette notion du budget individuel au budget d'une nation, les q représentant alors les quantités consommées, échangées, produites par l'ensemble de la nation. C'est à cette conception que s'est rallié l'Institut International de Statistique, lorsqu'il a adopté, dans sa XV[e] session tenue à Bruxelles en 1923, la résolution suivante : « L'indice du mouvement des prix de gros doit représenter le mouvement d'un compte d'achat ou de vente d'objets déterminés, le mouvement dépendant uniquement des changements de prix ».

CHAPITRE II

HISTOIRE DES NOMBRES INDICES DES PRIX ET DES THEORIES RELATIVES A LEUR CALCUL

Le Bureau of Labor Statistics américain et le Bureau International du Travail ont publié des descriptions très détaillées et relaté l'histoire des séries de nombres indices qui sont actuellement publiées dans le monde entier. Les bulletins du Bureau of Labor Statistics contiennent en outre les mêmes renseignements pour les plus intéressantes des séries dont la publication a été suspendue. Il n'est pas inutile cependant de retracer très brièvement les grandes lignes de l'évolution qui a conduit à la publication régulière de 112 séries de nombres indices des prix ou du coût de la vie. On se bornera ici à l'histoire des séries de nombres indices des prix de gros, en excluant les collections de nombres indices qui ont été calculées en vue d'une étude particulière et non d'une publication devant se poursuivre régulièrement.

« Il est curieux, écrit M. Wesley Mitchell, que l'on n'ait pas essayé de mesurer les changements dans le niveau des prix après que l'on avait appris à mesurer des grandeurs aussi subtiles que la pression atmosphérique, la vitesse du son, les fluctuations de la température et la précession des équinoxes. Le retard à attaquer ce problème est d'autant plus étrange que les changements de prix ont été fréquemment un sujet de débats acrimonieux entre publicistes et une cause d'agitation populaire. Longtemps avant le grand développement du système du crédit et de la classe salariée, des travaux pratiques de grande importance furent suscités par l'instabilité des prix, de même que par les troubles créés au 16e siècle en Europe par l'afflux de l'or et de l'argent américains. Peut-être la répugnance de la part des « philosophes naturels » à salir leurs mains avec des sujets aussi vulgaires que le prix des denrées fut-elle en partie responsable de ce retard (1); mais, après tout, nombre d'hommes éminemment « respectables » écrivirent sur des sujets économiques à chaque génération à partir de la découverte de l'Amérique pour ne pas remonter plus haut. Ce ne sont pas non plus les difficultés techniques qui expliquent ce retard, car la difficulté mathématique des indices et même la nécessité de tenir compte des changements dans la teneur en argent fin des monnaies étaient des obstacles bien moins formidables que ceux qu'on avait surmontés depuis longtemps dans d'autres champs de recherches.

Probablement la cause principale du retard fut que les moyennes des fluctuations de prix n'étaient pas de nature à inspirer beaucoup de confiance après qu'elles avaient été faites. Les cotations disponibles pour les premiers chercheurs étaient en petit nombre et souvent d'une précision douteuse, Carli par exemple partait seulement de 3 articles ; Schuck-

(1) Un des plus anciens écrivains anglais sur les prix, l'évêque Fleetwood, remarquait dans sa Chronicon Preciosum (1707 ; 2e édition, 1745, p. 66) : « Dans le monde actuel, la plus grande (bien que je ne pense pas la meilleure) partie des lecteurs sera plutôt tentée de mépriser que d'approuver la peine qu'on prend à collectionner des choses aussi médiocres que le prix du blé, de la volaille ou de telles autres denrées ». De même Sir George Schuckburg-Evelyn, présentant en 1798 le premier indice anglais, croyait devoir se défendre d'avoir traité un sujet indigne d'un philosophe.

burg-Evelyn seulement de 12. En dehors du grand nombre des fluctuations de prix pour lesquelles on n'avait pas de chiffres, le premier fait fermement établi était qu'elles montraient une terrifiante diversité. Dans ces circonstances pouvait-on faire une moyenne d'un petit nombre de chiffres qui pût être acceptée comme une mesure convenable des changements dans le niveau général des prix ? Et si l'on ne pouvait avoir confiance dans ces moyennes, pourquoi se mettre à former un plan pour les calculer ? Aussi les écrivains sur les prix se contentèrent longtemps de constatations sur les fluctuations de marchandises particulières et d'assertions mal définies que le pouvoir d'achat de la monnaie avait peu ou beaucoup changé. Par suite, quand certains chercheurs hardis osèrent finalement faire des indices, personne ne fut particulièrement frappé par la signification de leur travail.

Ce manque de foi dans la validité des moyennes des variations des prix fut surmonté assez lentement, en partie par suite d'améliorations dans l'organisation des affaires. La multiplication des journaux commerciaux, des recherches plus systématiques des chiffres publics et privés, fournirent un ensemble plus large et plus précis de cotations. L'amélioration des moyens de transport rendit les prix de gros des grandes villes applicables à beaucoup de marchés locaux. La standardisation et la qualification des marchandises accrurent le nombre des articles qui pouvaient être acceptés avec sécurité comme substantiellement uniformes de qualité d'une année à l'autre. Plus importante fut la découverte par les statisticiens que des phénomènes sociaux de sortes diverses, quoique semblant résulter du choix libre des individus, révèlent une régularité frappante quand on les étudie pour de grandes masses. La démonstration qu'une régularité, jusqu'alors insoupçonnée, se trouvait cachée dans une collection de données numériques après une autre, encouragea les économistes à croire que les variations connues des prix pouvaient représenter après tout des variations inconnues beaucoup plus nombreuses. La similitude générale des résultats atteints par différents chercheurs se servant de données différentes confirma cette foi. Ainsi enhardis les statisticiens économiques consacrèrent plus de temps à atteindre le but, à améliorer la technique des indices (1). »

De tous les nombres indices des prix de gros actuellement publiés, le plus ancien est l'indice mensuel de la revue hebdomadaire anglais l'Economist. Cet indice a pour origine les travaux publiés en 1859 par Newmarch dans le Journal of the Royal Statistical Society sur les rapports entre la production de l'or et le niveau des prix. Newmarch avait dressé une table contenant les prix relatifs de 19 marchandises d'après les cours du marché de Londres, par rapport aux prix moyens de la période 1845-1850 choisie pour base; en 1861, Newmarch avait ajouté 3 marchandises; aucun indice n'était calculé à partir de ces 22 prix relatifs. Dans son numéro du 20 février 1864, l'Economist reprit les calculs de Newmarch sur les prix de l'année 1863, et à partir de la revue commerciale de l'année 1868 publia régulièrement un indice obtenu en prenant la moyenne arithmétique des 22 prix relatifs. L'indice, devenu mensuel en 1899, fut modifié en 1911 : le nombre des prix relatifs utilisés fut porté à 44 et la période 1901-1905 prise pour base.

Après l'indice de l'Economist, c'est encore en Grande-Bretagne qu'on vit apparaître un nouvel indice des prix : dans le numéro de septembre 1886 du journal de la Société Royale de Statistique, M. Auguste Sauerbeck, négociant en laines de Londres, publiait une étude sur les rapports entre les prix et la quantité d'or en circulation. M. Sauerbeck ayant constaté combien la documentation statistique sur les prix était insuffisante, décida de calculer un nombre indice

(1) B. L. B., n° 173. pp. 9-10.

des prix de gros en Grande-Bretagne. Il en fit remonter le calcul jusqu'en 1846 et publia désormais régulièrement son indice tous les ans jusqu'en 1910. A partir de ce moment, l'indice fut publié mensuellement jusqu'en 1912, date à laquelle M. Sauerberck renonça à poursuivre son travail; celui-ci fut continué par Sir George Paish, directeur de la revue hebdomadaire The Statist. En dehors de la publication mensuelle de l'indice dans le Statist, une revue annuelle des mouvements dans les prix de gros est publiée dans le journal de la Société Royale de Statistique.

La période de base est 1867-1877; elle avait été choisie en 1866 comme comprenant un nombre convenable d'années à prix très élevés et d'années à prix très bas, et de plus parce que la moyenne générale des prix pour cette période de 11 années se trouvait être égale à la moyenne pour la période de 25 ans 1853-1877.

Le nombre des marchandises utilisées, qui était d'abord de 43, est de 45 depuis 1873. Ce sont uniquement des matières premières.

Ces deux indices sont particulièrement importants parce qu'ils ont servi ultérieurement de modèles à de nombreuses séries, l'indice de Sauerbeck à l'indice autrichien de Jankovich, puis à celui de la Statistique générale de la France, l'indice de l'Economist à l'indice italien du professeur Bachi sous son ancienne forme, etc.

En 1893, le Comité des Finances du Sénat américain publia un volumineux rapport sur le mouvement des prix de gros aux Etats-Unis de 1840 à 1891. Trois indices étaient calculés, l'un était une moyenne arithmétique simple des prix relatifs, mais les deux autres étaient des moyennes arithmétique pondérées en attribuant à chaque article une influence égale à son importance dans la consommation familiale. C'est la première application du principe de la pondération, qui devait en recevoir de très nombreuses par la suite. Les séries ainsi publiées n'ont pas été poursuivies, mais on peut les considérer comme l'origine de la série calculée par le Bureau of Labor Statistics.

La revue économique et commerciale américaine de Bradstreet publia pour la première fois, dans son numéro du 21 septembre 1895, un tableau des prix de 110 articles, par trimestre depuis le 1er octobre 1890. A partir du numéro du 8 mai 1897, un indice fut calculé à l'aide des prix publiés, en additionnant pour chacune des marchandises le prix par livre (de poids). Cet indice est, avec un indice des prix de gros des importations et des exportations publié depuis quelques années par la National City Bank de New-York, le seul exemple de rapport de moyennes. Malgré les graves défauts de cette formule, sur lesquels je reviendrai, on s'accorde en général à reconnaître que cet indice traduit assez fidèlement les mouvements des prix de gros aux Etats-Unis, ceci parce que la liste des marchandises dont il utilise les prix est très bien composée, très représentative et assez nombreuse.

En 1897, le Dr Bela von Jankovich publia un indice pour l'Autriche-Hongrie, copié aussi fidèlement que possible sur l'indice de Sauerbeck. Le calcul fut poussé rétroactivement jusqu'en 1867 et fut poursuivi jusqu'en 1909.

Ainsi, de toutes les séries actuellement publiés, trois seulement sont antérieures au 20e siècle : l'indice de l'Economist, l'indice de Sauerbeck-Statist et l'indice de Bradstreet, toutes trois calculées par des personnalités ou des revues privées. Au cours des premières années du 20e siècle, les Services officiels de Statistique de plusieurs pays se mirent à calculer dans leurs rapports annuels des nombres indices des prix de gros :

en 1902, le Bureau of Labor américain commence la publication régulière d'un indice, dont le calcul est fait à partir de 1890, de manière à faire suite aux indices du Sénat; l'indice porte sur un très grand nombre de marchandises (actuellement 404); c'est une moyenne arithmétique pondérée d'après la valeur des échanges;

en 1903, le Board of Trade anglais suit cet exemple; l'indice est calculé depuis 1871, c'est une moyenne arithmétique pondérée d'après la valeur de la consommation; il était basé surtout sur les statistiques du commerce extérieur;

en 1904, la Statistique Générale de la France commence la publication, dans l'Annuaire statistique de la France, d'un indice annuel, basé sur les renseignements donnés par la statistique du commerce extérieur, mais à partir de 1911 l'indice devient mensuel et est constitué d'après les mêmes principes que l'indice de Sauerbeck; comme lui, c'est une moyenne arithmétique simple de prix relatifs;

à partir de 1905, l'Office impérial allemand de Statistique publie un indice annuel, dont le calcul est fait rétroactivement depuis 1899;

en 1907, le Bureau statistique danois entreprend la publication d'un indice annuel, calculé depuis 1876, et dont la pondération est curieuse : les marchandises sont rangées en trois groupes, auxquels on attribue l'importance respective 1, 2 et 3;

en 1910, le Département du Travail du Canada commence à publier un indice annuel, puis mensuel; l'indice est calculé rétroactivement à partir de 1890; il est publié parallèlement sous la forme d'une moyenne arithmétique simple et d'une moyenne arithmétique pondérée;

enfin l'Office statistique des Pays-Bas publie depuis 1914 un indice des prix de gros dont le calcul fut fait depuis 1885.

Pendant cette même période, trois revues commerciales américaines : la Dun's Review, la lettre hebdomadaire de Gibson et l'Annalist entreprenaient, respectivement en 1901, 1910 et 1913, la publication de nombres indices, moyennes arithmétiques pondérées d'après la consommation moyenne pour les indices de Dun et de Gibson, moyenne arithmétique simple pour l'indice de l'Annalist; notons que les indices de Gibson et de l'Annalist étaient hebdomadaires et ne portaient que sur des denrées alimentaires.

Ainsi, si l'on exclut les indices annuels, on disposait, peu avant la guerre, de cinq séries aux Etats-Unis (Bradstreet, Dun, Bureau of Labor, Gibson, Annalist), deux séries en Grande-Bretagne (Economist, Statist), une série en France (Statistique générale de la France).

Une seule série devait naître pendant les hostilités : la série italienne du professeur Ricardo Bachi, calquée sur l'indice de l'Economist.

De ces neuf séries, cinq étaient des moyennes arithmétiques simples, quatre des moyennes arithmétiques pondérées.

Au lendemain de la guerre, ce fut une floraison dans les pays les plus divers de nouveaux nombres indices, de sorte qu'actuellement il est peu de pays de quelque importance économique où ne se publie au moins une série de nombres indices des prix de gros.

Parmi ces nouveaux indices citons :

pour les pays européens, en Allemagne un indice officiel et un indice publié par la Frankfurter Zeitung, en Italie, un indice publié par la Chambre de Commerce de Milan; en Grande-Bretagne, un indice publié par le Financial Times; en Belgique, un indice officiel; en Suisse, l'indice du Dr Lorenz; dans les pays scandinaves, l'indice danois du Finanstidende, les indices suédois du Kommerskollegium et du Göteborgs Handelstidning, les indices norvégiens de l'Okonomisk Revue et du Farmand, en Espagne, en Pologne, en Bulgarie des indices officiels;

pour les pays extra-européens, en Australie l'indice officiel (publié pour la première fois en 1912), en Nouvelle-Zélande, en Egypte, des indices officiels; au Japon, un indice officiel et un indice publié par la Banque du Japon, en Chine, un indice publié à Changhaï par le Département du Commerce et des Finances, aux Indes anglaises divers indices officiels, aux Indes néerlandaises un indice officiel, en Argentine l'indice du professeur Bunge, au Pérou et au Chili des indices officiels, etc.

En Grande-Bretagne, l'indice du Board of Trade, devenu mensuel, fut remplacé en 1921 par une nouvelle série, une moyenne géométrique simple, mais en réalité pondérée, chaque marchandise s'étant vu attribuer un nombre de cours proportionnel à son importance; à la différence de l'ancien indice, le nouvel indice utilise surtout les cours commerciaux. Le nouvel indice officiel belge emploie la même formule. La Chambre de Commerce de Milan, l'Egypte et la Pologne prennent également la moyenne géométrique des prix relatifs des différentes marchandises.

Conformément aux conclusions de l'important travail sur les nombres indices publié en 1912 par M. Knibbs, alors directeur de ses Services statistiques, l'Australie publie un indice calculé par la méthode dite de la valeur globale, c'est-à-dire une moyenne agrégative des prix pondérée par les quantités, ou une moyenne arithmétique des prix relatifs pondérée par les valeurs $(\frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q})$. Les indices de la Nouvelle-Zélande et de l'Afrique du Sud sont calculées par la même formule.

La Société d'études et d'informations économiques publie depuis octobre 1923 un indice des prix de gros en France; c'est une moyenne arithmétique pondérée d'après la consommation; une de ses caractéristiques les plus curieuses est qu'il contient comme article les tarifs de transport par chemin de fer, affectés d'un poids de près de 18 % (1).

Un essai extrêmement intéressant de comparaison internationale du mouvement des prix a été poursuivi de 1920 à 1925 par le Federal Reserve Board américain. Frappé de l'intérêt que présentaient les nombres indices des prix de gros pour l'étude des conditions économiques dans les divers pays, le Federal Reserve Board s'était proposé de construire

(1) M. de Bernonville a critiqué à juste titre cette innovation (cf. S.S.P., 1924, p. 272).

un indice international, applicable aux principaux pays du monde et comprenant les mêmes marchandises pour tous les pays. Ayant rapidement reconnu que, si l'on voulait s'en tenir aux marchandises qui fussent les plus importantes à la fois pour tous les pays, il faudrait se réduire à un nombre insignifiant d'articles, très insuffisant en tout cas pour construire un indice tant soit peu représentatif, qu'il était difficile d'autre part de se procurer des cours comparables, le Federal Reserve Board décida (1) de construire, non pas un plan unique, mais un plan pour chaque pays, établi cependant d'après des principes uniformes, et publia successivement des indices ainsi conçus pour les Etats-Unis, la Grande-Bretagne, le Canada, la France, le Japon et l'Italie. Tous ces indices étaient des moyennes arithmétiques d'une centaine de prix relatifs, pondérés d'après la valeur de la consommation pour l'année de base 1913 (formule β). Malheureusement le Federal Reserve Board a cessé la publication de ces indices à la fin de 1925, en raison du rétablissement de l'étalon d'or en Grande-Bretagne et dans d'autres pays, ainsi que de la diminution des fluctuations des prix causées par l'instabilité des changes (2).

On voit que le nombre des séries de nombres indices des prix de gros est aujourd'hui fort élevé. Ces nombres indices ont d'abord été calculés par des chercheurs privés, puis, la tâche devenant plus lourde avec la complexité croissante de la vie économique, par des journaux financiers ou économiques, enfin par les Services statistiques officiels. En même temps, la pratique évoluait en ce qui concerne le choix de la formule de l'indice; on a d'abord calculé des moyennes arithmétiques simples, puis l'utilité de la pondération s'est de plus en plus imposée; d'autre part les mérites de la moyenne géométrique ont séduit quelques auteurs d'indices.

(1) Federal Reserve Bulletin, janvier 1920, pp. 33-34.
(2) Ibidem, mars 1926, p. 296.

Aussi la plupart des indices nés depuis la guerre sont-ils des moyennes arithmétiques pondérées, ou des moyennes géométriques simples ou pondérées. Sur les 56 séries d'indices des prix de gros citées par le professeur Irving Fisher comme en cours de publication à la fin de 1922, deux sont des moyennes agrégatives simples $(\frac{\Sigma p}{\Sigma p_0})$, neuf sont des moyennes géométriques, seize sont des moyennes arithmétiques pondérées, vingt-neuf des moyennes arithmétiques simples (dont certaines comportent d'ailleurs une pondération grossière). Encore cette liste ne comprend-elle pas les indices du Federal Reserve Board pour la France, l'Italie et le Japon, l'indice français de la Société d'Etudes et d'Informations économiques, qui sont tous quatre des moyennes arithmétiques pondérées d'après la valeur de la consommation. Il existe incontestablement une tendance très nette à abandonner la moyenne arithmétique simple.

Notons enfin un dernier caractère. On a senti le besoin de publier les indices à des intervalles de plus en plus rapprochés. La plupart des premiers indices officiels ont été des indices annuels (souvent même publiés avec un retard appréciable), puis ils sont devenus mensuels. C'est en particulier ce qui s'est produit pour l'indice de la Statistique générale de la France (mensuel depuis 1911), l'indice anglais du Board of Trade, l'indice américain du Bureau of Labor (mensuel depuis 1913), l'indice officiel allemand, l'indice canadien du Département du Travail, l'indice officiel néerlandais. Mais cette périodicité n'est déjà plus jugée suffisante. En dehors des indices hebdomadaires américains de Gibson et de l'Annalist déjà signalés, et dont la portée est limitée puisqu'ils ne s'appliquent qu'aux prix de gros d'un petit nombre de denrées alimentaires, quatre grandes séries d'indices hebdomadaires paraissent depuis quelques années. Le plus ancien de ces indices est une moyenne géométrique de soixante-treize prix relatifs en Grande-Bretagne, publiée depuis 1921 par M. Norman Crump dans le Financial Times. De même le professeur Irving Fisher calcule depuis la fin de 1923 un indice hebdomadaire pour les Etats-Unis; cet indice est publié chaque lundi par soixante-quatorze journaux et se rapporte à la semaine terminée le vendredi précédent. On voit avec quelle promptitude l'indice est calculé et publié. C'est une moyenne arithmétique d'environ deux cents prix relatifs, pondérée d'après l'importance des ventes en 1919 (primitivement d'après l'importance de la production en 1917); l'indice a été rattaché indirectement à la base 1913. Enfin la Chambre de Commerce de Milan publie un indice hebdomadaire depuis septembre 1925, parallèlement à son indice mensuel et selon la même formule que celui-ci. L'indice officiel allemand est également un indice hebdomadaire, mais, à la différence des indices précédents, c'est l'amplitude des variations dans les prix qui a conduit à calculer l'indice aussi fréquemment.

Le nombre des séries de nombres indices des prix de gros a donc considérablement augmenté dans ces dernières années, surtout depuis la guerre; on a abandonné de plus en plus les formules simples, on a calculé les indices à des intervalles de plus en plus rapprochés. Tout cela est la conséquence des fortes variations des prix qui ont marqué cette même époque, en particulier de la hausse mondiale et rapide des prix en 1919-1920 et de leur chute consécutive en 1920-1921. L'attention du grand public s'est portée sur ces variations et sur leur mode d'expression, l'attention des consommateurs anxieux de l'équilibre de leur budget familial, celle des salariés préoccupés d'obtenir des augmentations de salaires égales à l'augmentation du coût de la vie, celle des producteurs et des commerçants, désireux de disposer d'un baromètre des affaires qu'ils voudraient bien voir se mettre à la hausse. Non seulement des indices plus nombreux ont été calculés, mais leur diffusion dans le public a été beaucoup plus large. Avant la guerre, les nombres indices des prix, calculés par la Statistique générale de la France, n'étaient guère reproduits que par quelques publications économiques et ne retenaient l'attention que d'un petit nombre de personnes. Au contraire, depuis ces dernières années, la grande presse quotidienne ne manque pas de les publier et de les commenter. Je peux d'ailleurs témoigner personnellement de l'intérêt qu'attache le public français aux nombres indices des prix, car j'ai pu constater que la Statistique générale de la France est littéralement assaillie de demandes de renseignements au sujet des indices qu'elle calcule; je dois dire que beaucoup de ces demandes semblent émaner de personnes encore bien peu au courant de ce qu'est un indice, de la manière dont on l'établit, des applications qu'on en peut faire et du degré de confiance qu'on peut lui accorder.

Il y a déjà eu dans le passé des mouvements de prix plus ou moins comparables à ceux que nous venons de connaître. Si ces mouvements n'ont pas attiré au même degré l'attention du public, ils n'en avaient pas moins retenu celle des économistes, de sorte que la théorie du calcul des nombres indices des prix s'est trouvée assez notablement en avance sur la pratique et que la période d'après guerre n'a pas connu des progrès aussi marqués dans le domaine de la théorie que dans celui de la pratique, malgré l'importance de travaux récents comme ceux du professeur Irving Fisher.

En 1738, Dutot (1) compare les prix de l'époque de Louis XII à ceux de l'époque de Louis XIV, en en prenant la moyenne agrégative simple. En 1747, le Massachusetts crée un étalon pour le paiement des dettes, destiné à permettre d'échapper aux effets de la dépréciation du papier-monnaie, il emploie à cet effet une moyenne agrégative pondérée, comptant chaque prix absolu de une à cinq fois selon l'importance de la marchandise (2).

Le plus ancien mouvement important des prix qui nous soit assez bien connu est la hausse des prix du XVIe siècle.

(1) Dutot. — Réflexions politiques sur les finances et le commerce, La Haye, 1738.
(2) Cf. Willard Fisher. The tabular standard in Massachusetts, Q. J. E., mai 1913. — Cité par Irving Fisher. The making..., p. 458.

En 1764, un Italien, G. R. Carli (1), recherchant la cause de ce mouvement et étudiant l'effet de la découverte de l'Amérique sur le pouvoir d'achat de la monnaie, eut l'idée de former le rapport des prix du blé, du vin et de l'huile en 1750 et en 1500 et de prendre la moyenne arithmétique des trois rapports.

C'est cependant la période des violentes fluctuations dans les prix du début du XIX^{e} siècle, fluctuations particulièrement marquées en Grande-Bretagne à cause de l'influence des guerres contre Napoléon et de l'émission de papier-monnaie à cours forcé, qui vit naître, chez les économistes de l'école classique, les premières études approfondies du problème de la mesure des prix. Parmi ces études, il convient surtout de citer celles de Schuckburg-Evelyn (2), puis celles d'Arthur Young, qui recommanda le premier la moyenne arithmétique, celles de Lowe (3), enfin celles de Poulett-Scrope (4). Scrope proposait de « corriger l'étalon légal de valeur, ou au moins de fournir aux individus les moyens de déterminer ses erreurs, par la publication périodique d'un prix courant authentique contenant une liste d'un grand nombre d'articles d'usage journalier, arrangés en quantités correspondant à leur consommation relative, de manière à donner de temps en temps l'augmentation ou la diminution de la moyenne des prix, ce qui indiquerait, avec toute l'exactitude désirable pour des buts commerciaux, les variations dans la valeur de la monnaie, et permettrait aux individus, s'ils le jugent bon, de

(1) G. B. Carli. Del valore e della proporzione de' metalli monetati co i generi in Italia prima delle scoperte dell' Indie col confronto del valore e della proporzione de' tempi nostri

(2) George Schuckburg-Evelyn. An account of some endeavors to ascertain a standard of weight and measure. (Philosophical transactions of the Royal Society of London, 1798).

(3) Joseph Lowe. The present state of England in regard to agriculture and finance (Londres, 1822).

(4) George Poulett-Scrope. Principles of political Economy. Londres, 1833.

régler leurs engagements pécuniaires en se référant à cet *étalon tabulaire* » (1).

De même G. R. Porter (2) proposa la formation de tableaux de prix disposés systématiquement de manière à représenter le mouvement général des prix et publia chaque mois de 1833 à 1837 le prix relatif moyen de cinquante articles.

Une nouvelle période de hausse des prix, conséquence de la découverte de l'or en Californie et en Australie, amena Soetbeer en Allemagne, Jevons en Grande-Bretagne, à appliquer la méthode des nombres indices à l'étude des rapports entre les prix, la masse de l'or et des marchandises en circulation. Jevons (3) calcule la moyenne des prix relatifs de cent dix-huit articles et conclut à une dépréciation de la monnaie égale au moins à 9 % et probablement à 15 %. Laspeyres (4) critique les travaux antérieurs de Newmarch et de Soetbeer qui ne comportent pas réellement un calcul d'indice et recherche les liens entre la hausse des prix depuis 1850 d'une part et les changements dans la production des marchandises et celle de l'or d'autre part. Il discute ce que l'on peut appeler le paradoxe des deux marchandises (5) et soutient que l'on doit employer la moyenne arithmétique et non la moyenne géométrique comme l'avait prétendu Jevons. Celui-ci ne fut d'ailleurs pas convaincu et dans une nouvelle étude (6) sur le mouvement des prix en Grande-Bretagne depuis 1782, persista à recommander l'emploi de la moyenne géométrique, justifiant en outre l'absence de toute pondération.

Quelques années plus tard, une controverse mit aux prises Drobisch et Laspeyres. Tous deux étaient d'accord pour

(1) Poulett-Scrope, loc. cit., p. 406.
(2) G. R. Porter. Progress of Nation, 1re éd., vol. II ; p. 235.
(3) A serious fall in the value of gold ascertained, 1863.
(4) Jahrb., 1864.
(5) Cf. infra, pp. 165 et suiv.
(6) R. S. S., 1865.

déclarer qu'il était nécessaire de tenir compte de l'importance relative des marchandises. Drobisch (1) recommandait de former l'indice en comparant le prix moyen aux deux époques, Laspeyres (2) conseillait la formule β, à laquelle beaucoup d'auteurs ont par la suite donné le nom de formule de Laspeyres. Laspeyres faisait observer que la formule de Drobisch avait le grave défaut de rendre l'indice dépendant du choix des unités de quantité; sans doute, comme Geyer l'avait noté, on pouvait échapper à cet inconvénient par le choix d'une unité de quantité convenable (ce qu'on a appelé plus tard le « dollar's worth », c'est-à-dire la quantité de chaque marchandise valant une unité monétaire), mais ce procédé conduisait à une formule identique à la formule β ou à la formule γ. Drobisch, répliquant à Laspeyres, montrait qu'il n'y avait aucune raison de considérer les quantités de l'année de base plutôt que celles de l'année envisagée, donc de préférer la formule $\beta\left(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\right)$ à la formule $\gamma\left(\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}\right)$. il envisageait l'emploi de $\frac{\beta + \gamma}{2}$. Quelques années plus tard, Paasche appliquait la formule γ. Il faut remarquer d'ailleurs que Paasche ne se proposait pas d'appliquer la formule γ à une série d'indices à publier par la suite, mais à un indice à calculer rétroactivement pour un petit nombre d'années.

A la même époque Held soutenait que la principale source d'inexactitude n'est pas dans le fait qu'on considère ou non les quantités, ni dans celui qu'on applique telle ou telle formule, mais dans le fait que les données utilisées ne portent ni sur l'ensemble des marchés, ni sur l'ensemble des marchandises.

Après ces belles études, qui n'ont pas vieilli et dans lesquelles avaient été discutés les principaux problèmes que pose le calcul des indices : choix entre les rapports de

(1) Jahrb., 1871.
(2) Ibidem.

moyennes et les moyennes de rapports, utilité ou inutilité de la pondération, choix entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique, importance relative de la formule et du choix des données, etc., la question sommeilla pendant une quinzaine d'années. Le problème fut remis à l'ordre du jour, à l'occasion non plus d'une hausse, mais d'une forte baisse des prix, dont on cherchait la relation avec les restrictions apportées à la frappe de l'argent.

L'Association britannique pour l'Avancement des Sciences avait chargé un Comité de rechercher les meilleures méthodes de détermination et de mesure des variations dans la valeur de l'étalon monétaire. Le professeur Edgeworth, secrétaire du Comité, présenta trois memoranda sur la question, en 1887, 1888 et 1889. Ces memoranda, principalement les deux premiers, constituent aujourd'hui encore une des œuvres fondamentales pour la théorie des nombres indices des prix. Il semble d'ailleurs que l'ouvrier n'ait pas plus vieilli que l'œuvre, car le travail le plus récent que nous aurons à citer (1) émane encore du professeur Edgeworth et si l'on parcourt les tables de l'Economic Journal et du Journal de la Royal Statistical Society, pour les quarante dernières années, on reste confondu par le nombre, l'importance et la variété des travaux économiques et mathématiques dont le professeur Edgeworth est l'auteur, et on ne saurait trop souhaiter de voir se prolonger longtemps encore une telle activité scientifique.

Dans son premier memorandum, le professeur Edgeworth étudie de façon approfondie les différents buts (les « quæsita ») que l'on peut assigner au calcul des indices, la nature des cours à relever dans chaque cas et la formule à leur appliquer; selon le but en vue, le professeur Edgeworth recommande la moyenne arithmétique pondérée, la moyenne géométrique simple ou la médiane pondérée par la racine carrée

(1) Ec. J. et R.S.S., 1925.

des quantités. Il assimile la distribution des prix relatifs autour de leur moyenne à celle des erreurs d'observation et soutient qu'on peut leur appliquer les règles du calcul des probabilités.

A la suite de ce rapport l'Association recommanda l'emploi des prix de gros des marchandises, à défaut des prix de détail, déclara que la pondération était utile, mais non indispensable, enfin que les différentes formules donnaient des résultats très semblables.

Dans le second memorandum, le professeur Edgeworth fait une étude théorique et une étude expérimentale de la précision des indices, question primordiale et difficile, que seul le professeur Truman Kelley a reprise après lui, et qui n'est encore que très partiellement résolue; au cours de son étude, le professeur Edgeworth démontre la proposition fondamentale que, dans les formules pondérées, l'exactitude des poids n'a qu'une faible importance, beaucoup moindre que n'en a l'exactitude des prix.

Le troisième memorandum n'est qu'un supplément du premier; le professeur Edgeworth y examine les idées de divers auteurs sur les nombres indices des prix.

En 1890, Westergaard soutint qu'une formule de nombre indice doit, pour être correcte, satisfaire à la condition dite « circulaire », d'après laquelle on doit obtenir le même résultat en comparant directement une année à une autre, ou en les comparant indirectement en passant par l'intermédiaire d'une troisième année; il recommandait en conséquence la moyenne géométrique, simple ou à poids constants, qui satisfait à cette condition.

La controverse doctrinale s'assoupit pendant quelques années. Elle reprit avec les études de l'économiste néerlandais Pierson. Une première discussion mit celui-ci aux prises avec Sauerbeck. On sait que Sauerbeck publiait comme indice des prix de gros des marchandises une moyenne arithmétique simple des prix relatifs de quarante-cinq marchandises. « La différence radicale d'opinion entre Sauerbeck et moi, écrivait Pierson, est que pour Sauerbeck la table la plus parfaite montrant les variations du pouvoir d'achat de l'or est une table contenant des articles *importants*, tandis que pour moi un *grand nombre* d'articles est indispensable, le plus grand nombre possible. Comment tenir compte de l'importance relative qui varie d'un individu à l'autre, et pour un même individu d'un instant à l'autre, et puis il y a les substitutions. Forsell a dit : « Méfiez-vous des moyennes statistiques ! » Il me semble que les statisticiens qui prônent la méthode basée sur l'importance des articles ont dans l'esprit un certain « homme moyen » qui achète de chaque article autant qu'il en vient sur le marché par tête. Mais un tel individu n'existe pas et ne peut exister ». De son côté Sauerbeck émettait l'opinion que, dans un indice non pondéré, il est préférable de ne pas inclure un trop grand nombre d'articles peu importants, dont les variations propres risquent de fausser l'indice général, tandis que, s'il s'agit d'un indice pondéré, leur influence sur l'indice général sera pratiquement négligeable (1).

On retrouve là l'opposition entre deux conceptions bien distinctes des nombres indices des prix. L'opinion de Sauerbeck, qu'il a d'ailleurs confirmée à plusieurs reprises, est intéressante à retenir. Elle prouve que l'indice de Sauerbeck est, si l'on va au fond des choses, un indice pondéré. Sauerbeck reconnaît qu'il a soigneusement tenu compte de l'importance des articles dans le choix des marchandises prises en considération et par l'attribution de deux cours à 9 marchandises particulièrement importantes. Sauerbeck a déclaré qu'il avait renoncé à pondérer son indice parce qu'il ne disposait pas de données suffisamment précises, et de façon assez régulière, sur les quantités ou les valeurs, parce que le calcul d'un indice pondéré eût demandé trop de tra-

(1) Ec. J., 1895, p. 171.

vail, enfin parce que les comparaisons faites par lui à titre d'essai entre l'indice simple et un indice pondéré avaient montré que les deux indices présentaient des variations analogues. Il reconnaissait d'ailleurs que l'on ne pouvait tirer de son indice qu'une idée grossière du mouvement réel des prix.

Les éditeurs de l'Economist faisaient également précéder leur indice d'une note modeste : « Le nombre indice ne donne évidemment pas une idée exacte et complète des changements qui se sont produits dans les prix, car il ne peut tenir compte de l'importance relative des différents articles. Le blé, par exemple, n'y compte pas plus que l'indigo, et pendant les années où le prix du coton et des cotonnades a été élevé, le nombre indice total, grâce à cette cause spéciale, s'est élevé hors de toute proportion. Ces totaux cependant, lus avec toutes les restrictions nécessaires, peuvent conduire à d'importantes conclusions ».

Ainsi les auteurs des deux indices simples les plus anciens et les plus fameux ont reconnu l'opportunité de tenir compte de l'importance des marchandises ; ils ont renoncé à pondérer leurs indices, faute des moyens nécessaires, appliquant la maxime : « beggars cannot be choosers » (les mendiants ne peuvent faire les difficiles) et n'ont prétendu tirer de leurs indices que des renseignements généraux sur la marche des prix.

A la controverse Pierson-Sauerbeck succéda une controverse Pierson-Edgeworth. Dans un article de l'Economic Journal (1), Pierson reprit et développa, après Jevons et Laspeyres, le paradoxe des deux marchandises et montra que l'application, soit de la moyenne arithmétique, soit de la moyenne géométrique, pouvait conduire à des résultats absolument contradictoires. Il en déduisait que les nombres indices n'étaient aucunement dignes de foi. Le professeur Edgeworth prit la défense des nombres indices et fit remar-

(1) Ec. J., 1896.

quer que les divergences invoquées n'étaient sérieuses que si l'on prenait des exemples artificiellement simplifiés, et devenaient insignifiantes si l'on partait des prix relatifs réels sporadiquement dispersés.

En 1909 parut un ouvrage d'un économiste américain, M. Correa Moylan Walsh, sur la mesure du pouvoir général d'achat de la monnaie. Tous les auteurs qui s'y sont référés sont unanimes à en proclamer l'importance et le mérite, mais il m'a été impossible d'en prendre connaissance, sinon indirectement par le compte-rendu que le professeur Edgeworth en a fait dans l'Economic Journal. Fort heureusement M. Walsh a repris l'essentiel de ses idées sur la mesure des prix dans un volume paru en 1921 : « The Problem of Estimation » dont il sera parlé plus loin.

Dix ans s'écoulèrent, au cours desquels il n'y a à signaler qu'un travail de M. A. W. Flux (1), qui est un bon exposé de l'état de la théorie des nombres indices des prix. En 1911, le professeur Irving Fisher publia un ouvrage sur le pouvoir d'achat de la monnaie, qui contenait, tant dans le corps de l'ouvrage qu'en appendice, des développements de première importance sur la question des nombres indices. L'auteur expose pourquoi et comment les différents prix relatifs se dispersent et recherche le meilleur indice du pouvoir d'achat de la monnaie. Il passe en revue les divers buts qu'on peut assigner au calcul des indices et soutient que, quel que soit le but, le meilleur indice est celui qui exprime le niveau des prix entrant dans l'équation d'échange. Dans un appendice, le professeur Irving Fisher recherche pour la première fois, d'une manière systématique, toutes les formules mathématiques susceptibles d'être appliquées au calcul des nombres indices des prix. Il énumère ainsi quarante-quatre formules. Puis il cherche les conditions auxquelles ces formules doivent satisfaire : il énonce ainsi huit conditions, dont trois ne s'appliquent qu'aux quantités, et

(1) Q.J.E., 1907.

examine si ces formules y satisfont, soit pour deux années quelconques, soit seulement pour deux années dont l'une est l'année de base; il attribue alors un point à chaque formule qui satisfait complètement à une condition, et un demi-point si elle n'y satisfait que partiellement. Il est amené ainsi à recommander particulièrement les formules :

$$\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}, \quad \frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)} \quad \text{et} \quad \frac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 q_1}} ;$$

ces deux dernières surtout dans le cas des bases enchaînées. Pour les applications pratiques il recommande la médiane pondérée.

Peu après, M. Knibbs, alors directeur des Services de statistique de l'Australie, publiait sur les nombres indices des prix un rapport qui devait être complété en 1919 par un rapport sur le même sujet. M. Knibbs exposait la méthode de la valeur globale, qui consiste à calculer les variations du coût d'un « régime-type », ce qui revient à appliquer une formule analogue aux formules de Laspeyres et de Paasche, dans laquelle les quantités sont fixées a priori une fois pour toutes, sans aucune référence ni à l'année de base ni à l'année considérée. M. Knibbs invoquait en faveur de cette méthode, qui n'avait de nouveau que l'apparence, de nombreux avantages, notamment de rendre l'indice indépendant du choix de l'année de base; cette méthode offre en effet certains avantages de clarté sur la méthode de la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs. M. Knibbs, en homme qui est aux prises avec les difficultés du calcul effectif des séries d'indices, donnait des indications précieuses sur les méthodes pratiques de calcul, les moyens d'assurer la continuité des séries, etc.

En 1915 parut ce que je considère comme l'œuvre maîtresse en la matière, l'étude mise par le professeur Wesley Mitchell en introduction au Bulletin n° 173 du Bureau of Labor Statistics sur les indices américains et étrangers des prix. Dans cette étude, d'une centaine de pages seulement, le professeur Wesley Mitchell, appliquant strictement la méthode expérimentale, passe en revue tous les problèmes relatifs au calcul des nombres indices des prix, aussi bien les problèmes d'ordre théorique que les problèmes d'ordre pratique : les rapports entre les buts en vue et les méthodes à appliquer, la réunion des données relatives aux prix et éventuellement aux quantités, le choix des sources où puiser ces données, celui de la période de base, le nombre et la nature des marchandises à inclure, la forme de moyenne et la pondération à adopter. Ayant ainsi séparé les problèmes, le professeur Wesley Mitchell examine l'effet produit par la variation du facteur étudié, tous les autres étant maintenus constants. Je signalerai particulièrement la mise en évidence de groupes de marchandises dont les prix présentent des fluctuations d'allure analogue, groupes qui ne sont pas toujours ceux qu'on avait envisagés auparavant. Les conclusions de M. Wesley Mitchell présentent un caractère de sécurité que les études antérieures, basées sur des expériences trop restreintes, étaient loin d'offrir.

Pendant la guerre et dans les années qui la suivirent immédiatement, des problèmes plus importants que la construction des nombres indices absorbèrent l'attention des économistes et des statisticiens. Mais 1921 devait voir l'apparition de travaux très importants.

Signalons d'abord une étude de M. Flux (1) à propos de la transformation déjà citée de l'indice du Board of Trade, primitivement une moyenne arithmétique pondérée, utilisant surtout les renseignements de la statistique du commerce extérieur, désormais une moyenne géométrique simple, utilisant surtout les cours commerciaux, chaque marchandise se voyant attribuer un nombre de cours proportionnel à son importance.

M. Correa Moylan Walsh a consacré un petit volume au « problème de l'estimation ». Il expose la controverse qui mit

(1) R.S.S., 1921.

aux prises au XVII^e siècle Galilée, Castelli et Nozzolini sur le problème suivant : « si un cheval valant 100 couronnes est estimé 1000 couronnes par une certaine personne et 10 par une autre, ces estimations sont-elles également erronées ou quelle est celle des deux qui est la plus erronée ? » C'est exactement le même problème qui devait mettre aux prises deux siècles plus tard Jevons et Laspeyres, Pierson et Edgeworth. Nozzolini se prononçait en faveur de la moyenne arithmétique, Galilée et Castelli en faveur de la moyenne géométrique. M. Walsh montra qu'il faut distinguer les *observations*, auxquelles convient la moyenne arithmétique, des *estimations*, auxquelles convient la moyenne géométrique; les variations dans les prix étant de même nature que les estimations, on est certain que c'est la moyenne géométrique qu'il faut appliquer, sans même qu'il y ait à faire appel à la dispersion et au calcul des probabilités. Après avoir longuement recherché quelle est la formule à choisir pour la mesure du pouvoir d'achat de la monnaie, M. Walsh conclut que le problème n'est peut-être pas plus parfaitement soluble que celui de la quadrature du cercle, mais qu'en fait la précision des formules recommandées est très suffisante si on considère le manque de précision des données. Notons que l'ouvrage contient, dans de nombreux passages, des critiques très acerbes des théories du professeur Edgeworth, notamment quant à la légitimité de l'application de la théorie des probabilités au problème des nombres indices, et quant aux qualités de la médiane. Il semble que, si l'on va au fond des choses, les opinions de ces deux auteurs, qui envisagent d'ailleurs le problème sous le même angle, soient beaucoup moins opposées qu'ils ne l'affirment eux-mêmes.

L'un des problèmes les plus importants et les plus difficiles de la théorie des nombres indices est celui de la précision des résultats obtenus. Seul le professeur Edgeworth l'avait abordé. Le professeur Truman Kelley l'a repris à son tour (1), estimant à juste titre que, dans le choix d'une formule, il est nécessaire de tenir compte de la grandeur de l'erreur probable tenant au fait que les données du calcul sont incomplètes. Le professeur Kelley procède donc à un classement des différentes formules d'après la valeur de leur erreur probable et leur conformité à certaines des conditions posées par le professeur Irving Fisher dans son livre sur le pouvoir d'achat de la monnaie. L'erreur probable est calculée pour certains indices directement par des formules qui sont indiquées, mais malheureusement non démontrées, pour les autres indirectement à l'aide d'une formule qui donne l'erreur probable en fonction de la corrélation et de la déviation quadratique moyenne de deux sous-indices. En outre le professeur Kelley indique comment doivent être choisies les marchandises à considérer dans le calcul de l'indice, compte tenu de la corrélation entre les variations de prix des différentes marchandises considérées et de la corrélation entre ces variations et celles des marchandises non retenues.

M. Lucien March, directeur honoraire de la Statistique générale de la France, a publié en 1921, dans la revue Metron, un article sur les modes de mesure du mouvement général des prix, qui est le premier travail français important sur ce sujet. M. March définit nettement la conception monétaire et la conception budgétaire des nombres indices des prix. Comme l'avait fait le professeur Irving Fisher, M. March pose a priori les conditions auxquelles doit satisfaire l'indice monétaire. Il montre comment cet indice, qui considère l'indigo comme aussi important que le blé, est susceptible de trouver sa justification dans la théorie des probabilités et la loi des grands nombres, mais M. March a l'honneur d'avoir cherché le premier à vérifier si en fait cette application du calcul des probabilités était justifiée, c'est-à-dire si la distribution des prix relatifs autour de leur moyenne était conforme ou non à la loi de Gauss.

(1) A.S.A., 1921.

Le professeur Irving Fisher avait fait au 82e congrès de l'American Statistical Association une communication sur les nombres indices qui, après avoir été résumée dans l'organe de l'Association, fut reprise et développée dans un gros volume de 526 pages : « The Making of Index Numbers », paru à la fin de 1922.

L'ouvrage est consacré presque exclusivement à la recherche d'une formule « idéale » de nombre indice. Il y a six formes de moyennes et quatre systèmes de pondération possibles (d'après les valeurs de l'année de base, celles de l'année considérée ou des valeurs fictives obtenues en multipliant le prix de l'année de base par la quantité de l'année considérée ou inversement). D'autre part toute formule doit satisfaire à deux conditions : 1° appliquée successivement dans les deux sens entre les deux époques comparées, elle doit donner des résultats inverses; 2° si on multiplie la formule de l'indice de prix par la formule obtenue en interchangeant les prix et les quantités, on doit obtenir le rapport des valeurs aux deux époques. Or certaines formes de moyennes et certains systèmes de pondération introduisent des erreurs de sens déterminé. Mais il est possible de rectifier les formules, soit en les croisant, soit en croisant les pondérations. La combinaison des formes fondamentales de moyennes et de pondération, et des deux modes de croisement, permet au professeur Irving Fisher de former cent soixante-dix formules dont cent trente-quatre distinctes. De ces formules on élimine d'abord toutes celles qui dérivent de la dominante et de la médiane, puis toutes celles qui comportent une déviation. Il reste quarante-sept formules dont treize seulement satisfont aux conditions de réversibilité par rapport au temps et par rapport aux facteurs. De ces treize formules, le professeur Irving Fisher en met une à part, la formule

$$\left(\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}\right).$$

C'est la formule « idéale », et la valeur des autres formules doit être appréciée par comparaison avec cette formule. La formule idéale ne satisfait pas à la condition de Westergaard, dite condition circulaire, qui n'est pourtant qu'une généralisation de la condition de réversibilité par rapport au temps. Mais la nécessité de la condition circulaire n'est pas théoriquement démontrée et d'ailleurs la formule idéale n'est pas loin de s'y conformer.

Telle est, réduite à ses plus grandes lignes, la doctrine du professeur Irving Fisher. J'en reprendrai l'étude détaillée dans la suite de cet ouvrage, mais je signalerai dès à présent quelques-unes des objections qui lui font été faites. Le livre du professeur Irving Fisher, tant par ses conclusions de fond que peut-être à cause de certaines particularités de forme, a soulevé un certain émoi chez les économistes et les statisticiens qui s'étaient occupés antérieurement du problème des indices. « Voilà un auteur, disait-on, qui consacre un gros livre à ce problème et qui traite uniquement la question de la formule, semblant considérer toutes les autres questions comme négligeables. Sur la question de la formule il apporte une solution qu'il qualifie péremptoirement d'idéale; bien plus il va même jusqu'à préciser qu'avec sa formule, les nombres indices sont exacts à 1/8 % près ! » Certes le titre de l'ouvrage du professeur Irving Fisher est très général, mais dans le livre lui-même l'auteur précise nettemment qu'il ne traitera qu'un seul des problèmes que soulève le calcul des nombres indices, celui de la formule mathématique. Au surplus le livre contient bon nombre de développements très féconds sur les problèmes d'ordre plus particulièrement pratique. De plus en examinant l'erreur à laquelle sont sujettes les différentes formules, le professeur Irving Fisher indique bien qu'il n'évalue que l'erreur proprement instrumentale, l'erreur due à la formule, et qu'il laisse de côté toutes les erreurs ayant une autre origine; il ne prétend pas qu'un indice calculé par sa formule « idéale » serait précis à moins d'1/8 %. Sur un point cependant, ses adversaires ont triomphé : le professeur Irving Fisher avait critiqué très véhémentement l'emploi de la moyenne arithmétique simple, qui conservait et conserve encore des défenseurs très tenaces; or en calculant l'erreur probable de l'indice du Statist, le professeur Irving Fisher avait commis une erreur qui la faisait paraître beaucoup plus forte qu'on n'aurait dû la trouver. L'erreur est regrettable, mais il faut prendre en considération la masse énorme des calculs exécutés, calculs qui, d'après une indication donnée par le professeur Irving Fisher dans un des articles qu'il écrivit en réponse aux critiques du Statist, semblent avoir coûté la somme respectable de 6000 dollars !

L'Institut International de Statistique, dans sa session tenue à Bruxelles en octobre 1923, a étudié le problème des nombres indices des prix. Des résolutions adoptées par lui, sur un rapport de M. Lucien March, il est difficile d'extraire une doctrine bien nette. On notera seulement que l'Institut n'a recommandé aucune formule particulière et qu'il semble avoir envisagé parallèlement les deux formes de nombres indices des prix de gros, la forme monétaire, qu'il appelle « indice représentant le mouvement de la valeur de l'unité monétaire », et la forme budgétaire, qu'il appelle « indice du mouvement des prix de gros » (« l'indice doit représenter le mouvement d'un compte d'achat ou de vente d'objets déterminés dont les quantités sont également déterminées, le mouvement dépendant uniquement des changements de prix; dans ce cas l'indice est la valeur relative du montant de ce compte, par rapport au montant calculé sur une certaine base »).

M. Norman Crump, créateur en 1921 de l'indice du Financial Times, estimant qu'il ne suffit pas, pour stabiliser les prix, de maintenir le niveau général des prix dans des limites étroites, mais qu'il est également nécessaire que la dispersion des prix ne dépasse pas ce que l'expérience a montré comme probable dans des temps normaux, a procédé à une étude beaucoup plus complète que ce qui avait jamais été fait auparavant de la dispersion et de la distribution des prix en Grande-Bretagne avant et depuis la guerre et étudié les relations entre les différentes formes de moyennes.

Parmi tous les auteurs qui ont étudié le problème du calcul des nombres indices des prix, on peut distinguer nettement deux grands groupes, les théoriciens et les praticiens. Pour les premiers, le problème fondamental est le choix de la forme de moyenne et du système de pondération, soit qu'ils cherchent à le déterminer déductivement, soit qu'ils comparent les résultats donnés par les diverses formules. Aussi dans les travaux doctrinaux sur la matière les problèmes d'ordre théorique tiennent-ils toujours la plus grande place. Il faut reconnaître qu'il est plus facile de disserter sur les propriétés mathématiques des moyennes que sur les problèmes pratiques, concrets, dont la multiplicité et la diversité se prête mal à une étude générale. Cependant les praticiens, ceux qui sont chargés de diriger le calcul effectif des séries d'indices, considèrent que la plupart des formules classiques se valent sensiblement et que les problèmes fondamentaux sont le choix des marchandises, des sources de cours, la continuité des cotations, etc. C'est l'opinion qu'exprime M. Snow, secrétaire de l'Association britannique des fabricants de cuir, dans un article de la Revue Internationale du Travail (1), et il la justifie par une série d'exemples saisissants se rapportant à l'industrie du cuir.

Il me reste enfin à signaler — last but non least — une étude de M. Divisia sur l'indice monétaire et sa relation avec la théorie de la monnaie. M. Divisia montre que l'indice monétaire ne peut être déterminé qu'en faisant appel à un principe extérieur. Ce principe lui-même ne peut être recherché dans la loi des grands nombres, mais dans la loi quantitative de la monnaie qui permet de définir un indice monétaire précis, susceptible d'être calculé numériquement.

Le nom de M. Divisia est, avec celui de M. Lucien March, le seul nom français que j'aie cru devoir inscrire dans cette brève histoire de la théorie des nombres indices des prix, théorie que les auteurs anglais et américains ont édifiée presque seuls. Pourtant le public français s'intéresse de plus

(1) 1925.

en plus aux nombres indices des prix. Aussi ai-je pensé qu'il devenait opportun de lui exposer la théorie qui s'est constituée depuis soixante ans à leur sujet, théorie encore très incomplète sur certains points, mais qui est parvenue sur d'autres à des conclusions suffisamment stables.

CHAPITRE III

LES DIFFÉRENTES SORTES DE NOMBRES INDICES DU MOUVEMENT DES PRIX

Avant d'étudier comment mesurer le mouvement des prix, il faut examiner pourquoi on le mesure, dans quels buts, quelles applications on peut faire des mesures obtenues. En effet le but influe certainement sur la méthode de mesure.

Le professeur Edgeworth va même plus loin : pour lui les considérations théoriques sur les causes et les conséquences du mouvement des prix influent également sur le choix de cette méthode : « Mesurer la hauteur d'un homme n'exige pas la connaissance de l'anthropologie. Nous pouvons même déterminer la taille moyenne d'une nation sans connaissances spéciales. Mais des difficultés s'élèvent quand nous avons affaire, non avec un seul attribut comme la hauteur, mais avec deux attributs ou plus, par exemple les masses et les vitesses d'un système de corps. Prenons le cas simple d'un certain nombre de masses au repos, et supposons que différentes vitesses leur soient imprimées entre deux époques données : pour quelqu'un qui ignore tout de la mécanique, il ne serait pas aisé de définir la notion générale, confuse du changement de mouvement qui s'est produit ni de l'exprimer en fonction des données : les masses M_1 $M_2 \ldots\ldots M_n$ et les vitesses V_1 $V_2 \ldots\ldots V_n$ (même si pour simplifier on les suppose toutes dans la même direction). Il faut faire appel à la mécanique pour déterminer quelles sont les combinaisons qui méritent d'être formées et quelles sont celles qui sont insignifiantes. Considérons les deux combinaisons ΣMV^2 et ΣM^2V. A première vue, toutes deux sont également objectives et semblent également simples. Mais tandis que la première (l'expression de l'énergie) donne la clé de tous les secrets de la nature, la seconde ne pourrait avoir de sens que dans des hypothèses très particulières, pour quelques buts tout à fait singuliers (1). » L'analogie invoquée me paraît plus apparente que réelle. J'examinerai au chapitre VI la question si controversée de savoir s'il existe une formule de nombre indice des prix qui convienne quelle que soit l'application que l'on ait en vue. Je n'envisagerai d'ailleurs que l'étude statistique du mouvement des prix, non l'étude économique de ce mouvement, la recherche de ses causes.

La plupart des séries de nombres indices qui sont actuellement publiées ne comportent aucune autre indication que l'une de celles-ci : « nombre indice des prix de gros », « indice des prix de détail », « indice du coût de la vie ». Signalons cependant que le Statist a précisé à ses lecteurs quel usage on peut légitimement faire de l'indice qu'il publie (2), mais c'est là une exception. Or ces indices reçoivent les applications les plus variées : on les emploie « à montrer la dépréciation de la monnaie, la hausse du coût de la vie, les alternances de prospérité et de dépression dans les affaires, les corrections

(1) Papers, p. 205.

(2) « Il mesure le changement dans les prix de gros des marchandises en général Pour l'interpréter, on n'a qu'à saisir la signification des mots « prix de gros ». Le commerce est fondamentalement une série de transactions en gros et les changements des prix de gros sont intimement liés à la course du commerce et de l'industrie. L'idéal à considérer dans l'évolution des valeurs est la stabilité : une étude de l'indice aidera le jugement du commerçant et de l'économiste à décider si les conditions tendent à la stabilité désirée. » (N° du 2 juin 1923).

à apporter aux comparaisons de la fortune nationale ou des revenus privés à diverses époques ; on les cite pour prouver que les salaires doivent être augmentés ou diminués, que les trusts ont manipulé le prix de leurs produits pour le bien ou au détriment du public, que les tarifs douaniers ont été favorables ou défavorables aux producteurs ou aux consommateurs, que l'émigration doit être encouragée ou restreinte, que le système monétaire doit être réformé, que les ressources naturelles ont diminué ou que le dividende national est en augmentation. On y recourt pour expliquer pourquoi les valeurs ont baissé et pourquoi le taux de l'intérêt a augmenté, pourquoi les dépenses publiques sont en augmentation, pourquoi le malaise social prévaut dans certaines années, pourquoi l'agriculture est prospère ou le contraire, pourquoi le chômage varie, pourquoi l'or est importé ou exporté, etc. (1). » Encore, quand le professeur Wesley Mitchell procédait en 1915 à cette énumération, les nombres indices n'avaient-ils pas dans le grand public la diffusion qu'ils ont acquise depuis la guerre.

Il ne saurait naturellement être question de passer en revue toutes les applications possibles des nombres indices du mouvement des prix, mais ces applications se rattachent à quelques types généraux qu'il est intéressant de décrire.

Un prix est en lui-même un rapport, le rapport entre une quantité donnée d'un bien ou d'un service et une quantité de monnaie. Ce rapport peut aussi légitimement être pris en sens inverse, et l'on peut considérer soit le prix d'une marchandise déterminée, soit le pouvoir d'achat de la monnaie par rapport à cette marchandise. L'un des buts que l'on a proposés le plus anciennement et le plus souvent à la mesure du mouvement des prix, c'est d'exprimer le pouvoir général d'achat de la monnaie, le pouvoir d'achat de la monnaie par rapport à des biens ou services indéterminés. Ce n'est

(1) Wesley Mitchell, B.L.B., n° 173, pp. 25-26.

pas autre chose que de mesurer le niveau général des prix, car les deux grandeurs sont inverses l'une de l'autre. En vérité cette notion de « pouvoir d'achat de la monnaie par rapport à des choses indéterminées » paraît bien confuse et l'on peut se demander si une grandeur définie d'une manière aussi vague est susceptible d'être numériquement mesurée. L'expérience montre cependant que parfois les prix des différents biens et services tendent à augmenter ou à diminuer tous à la fois et dans des proportions assez voisines. Tout le monde connaît aujourd'hui la hausse générale des prix qu'entraîne l'inflation, mais ces phénomènes de variations amples et concordantes des prix ne sont pas particuliers à notre époque et le XVI[e] siècle, par exemple, a connu une hausse des prix qu'on a pu très légitimement mettre en parallèle avec celle d'après-guerre (1).

Les causes de mouvements de cette nature sont le plus souvent d'ordre monétaire, comme la quantité de monnaie et d'instruments de crédit en circulation et la vitesse de cette circulation. Dès le moyen-âge, les mutations monétaires (altérations du poids ou du titre des monnaies) avaient entraîné d'amples variations des prix, notamment en France du XIII[e] au XV[e] siècle. Bien avant les économistes contemporains, Foxwell a montré la possibilité de mesurer dans cette hypothèse le pouvoir d'achat de la monnaie en objets indéterminés et l'on a souvent envisagé de calculer un tel indice dans le but de stabiliser le niveau général des prix ou le pouvoir général d'achat de la monnaie, par une action sur la circulation. Mais en dehors des causes monétaires, beaucoup d'autres phénomènes peuvent amener des variations générales dans les prix, soit de l'ensemble, soit de certains groupes de biens et services : l'activité générale des affaires, l'augmentation de la division du travail et du machinisme, l'amélioration des transports ou, d'une manière générale, le

(1) André Liautey. La hausse des prix et la lutte contre la cherté de la vie au XVI[e] siècle.

perfectionnement des méthodes de production ; en sens inverse et pour les produits agricoles seulement, la loi des rendements décroissants, etc. On peut se proposer de calculer un indice qui néglige les mouvements relatifs des prix les uns par rapport aux autres pour ne laisser apparaître que l'effet des tendances communes. Ainsi que l'avait fait observer Cournot, « les géomètres peuvent trouver dans le calcul de cet indice une application intéressante de leur théorie des moyennes telle qu'ils l'ont déjà construite pour les besoins de l'astronomie et de la physique ».

Le professeur Edgeworth (1) a comparé ce problème à celui de la détermination du mouvement propre du système solaire au moyen du mouvement apparent des étoiles.

Cet indice n'implique aucune hypothèse quant à la nature de la cause de la tendance commune qu'il se propose de mesurer. Cette tendance commune peut avoir son origine dans l'un ou l'autre des deux grands groupes de variables en présence, la monnaie d'une part, les biens et services d'autre part. Il est vrai que, comme l'a proposé un des protagonistes de cette forme d'indice (2), on peut appeler par définition « cause monétaire » toute cause entraînant des variations concordantes dans le prix des différents biens et services et dire que si une amélioration de la technique a amené une baisse générale des prix, la monnaie s'est appréciée. Cependant si la tendance est due à une cause monétaire l'indice doit porter, au moins théoriquement, sur l'ensemble des territoires en communication monétaire (il est vrai que nous ne sommes plus aux temps heureux où la plus grande partie du monde civilisé était au régime de la monnaie-or), tandis que, si aucune hypothèse n'est faite sur la nature de la cause en jeu, il faut limiter l'étendue des marchés sur lesquels porte la mesure (3). Tout se passe en effet dans cette hypothèse comme

(1) Papers, pp. 235-236.
(2) I. I. S., 1924, 1re partie, p. 171.
(3) Edgeworth, Papers, pp. 202-204.

si l'on avait à mesurer la pression atmosphérique : il serait sans intérêt scientifique de faire porter la mesure sur l'ensemble d'un continent, il convient au contraire de mesurer la pression atmosphérique soit en plusieurs stations voisines, soit en une seule station et dans ce cas, pour corriger l'effet des erreurs accidentelles, de prendre la moyenne des lectures faites sur plusieurs baromètres. Dans ce dernier cas, l'hydrostatique montre qu'il n'y aurait pas lieu d'attacher une importance particulière, toutes choses étant égales par ailleurs, aux lectures faites sur un baromètre contenant une masse importante de mercure. De même, ajoute le professeur Edgeworth auquel j'emprunte cette comparaison, dans la mesure de la tendance commune aux différentes variations de prix, il n'y aurait aucune raison, en prenant la moyenne des différentes observations, de proportionner l'importance de chaque observation à la masse de la marchandise en question : a priori et abstraitement, le poivre et les épices fournissent une aussi bonne observation que le coton.

La notion du pouvoir d'achat de la monnaie en biens et services indéterminés est purement abstraite, mais chacun de nous possède une notion concrète, beaucoup plus précise du pouvoir d'achat de la monnaie. Pour chacun de nous le pouvoir d'achat de la monnaie est le pouvoir qu'a celle-ci d'assurer la satisfaction de nos besoins. Nous disons que la valeur de la monnaie a augmenté ou diminué entre deux époques déterminées, si la satisfaction de nos besoins a nécessité l'emploi de plus ou de moins de monnaie à la deuxième époque qu'à la première. Mais si nos besoins ont changé en qualité ou en quantité, ou à la fois en qualité et en quantité, notre comparaison portera en réalité sur deux séries de grandeurs, le prix des biens et services, et la nature et la quantité de ces biens et services. L'indice qui serait calculé de cette manière serait un indice de dépense et non un indice de prix; à la différence de l'Institut International de Statistique, j'estime qu'en règle générale, cet indice est sans intérêt et peut être négligé. Nous poserons comme condition que la nature des biens et services dont les prix entrent dans le calcul de l'indice et la quantité de ces biens et services sont les mêmes aux deux époques qui sont comparées dans l'indice. Nous avons ainsi, à l'opposé de l'indice abstrait du pouvoir d'achat en objets indéterminés, un indice concret, qui est le rapport du coût aux deux époques d'une collection déterminée de biens et services consommés par un individu, de ce qu'on peut appeler le « budget » de l'individu considéré. C'est la forme « budgétaire » des indices des prix, que l'on oppose souvent à la forme « monétaire », dans laquelle on recherche la tendance commune aux différentes variations de prix, tendance que l'on attribue, soit de fait, soit par définition, à une cause monétaire.

Cet indice budgétaire est susceptible d'être généralisé sous diverses formes, et à mesure qu'il sera généralisé, il prendra un caractère de plus en plus abstrait. On peut d'abord le généraliser en l'étendant à un groupe social plus ou moins large, et on aboutit ainsi à un type d'indice d'une application courante, l'indice du coût de la vie qui, appliqué à la classe ouvrière et combiné avec un indice des salaires nominaux, permet de calculer un indice des salaires réels. Bien entendu on ne prend en considération, pour former l'indice, qu'un nombre plus ou moins grand d'individus du groupe social étudié et qu'un nombre plus ou moins grand des éléments du budget de ces individus. On étudie parfois aussi la variation du coût, non de ce qu'un milieu social consomme, mais de ce qu'il doit consommer, par exemple d'après la physiologie et l'hygiène alimentaire.

On peut aller plus loin dans la généralisation du concept d'indice budgétaire et de même que nous avons étendu la notion de budget du budget d'un individu à celui d'un groupe social, l'étendre à la nation tout entière. En même temps il faut étendre la notion de consommation de la consommation individuelle, destinée à la satisfaction immédiate des besoins, à la consommation reproductive de l'agriculture, de l'industrie et du commerce, mais cette extension soulève des difficultés théoriques et pratiques assez sérieuses, que nous retrouverons plus loin. Comme dans le cas précédent, pour que la comparaison ne porte que sur l'élément prix, nous devons supposer qu'un même régime de consommation s'applique aux deux époques comparées; nous devons même ajouter l'hypothèse accessoire de la constance de la population. Dans cet indice du type « consommation » nous étudions donc le mouvement des prix des biens et services consommés par une nation.

Mais on peut concevoir une forme plus « raffinée », selon l'expression du professeur Edgeworth, de cet indice du type « consommation ». Dans l'indice précédent on s'attachait au pouvoir qu'a la monnaie d'acheter certains biens et services destinés à notre consommation ou à la consommation nationale. Mais la cause fondamentale de cet achat, c'est la nécessité de satisfaire nos besoins. On peut donc se proposer de mesurer le pouvoir qu'a la monnaie de nous permettre d'assurer la satisfaction de nos besoins, du pouvoir qu'a la monnaie d'acheter de la jouissance. Dans un tel indice on comparera les quantités de monnaie nécessaires pour procurer la même satisfaction. C'est Lehr le premier qui a exprimé clairement cette proposition (1), en suggérant de remplacer dans le type précédent les unités physiques de quantité par des unités de jouissance (genusseinheit), des unités d'utilité finale. Ce problème peut paraître d'ordre uniquement théorique; nous le retrouverons pourtant bientôt dans l'étude d'une question pratique, qui se pose fréquemment à l'époque d'instabilité monétaire que nous traversons actuellement.

La monnaie n'a pas seulement le pouvoir d'acheter des quantités physiques de richesses ou d'acheter de l'utilité finale. Elle a aussi le pouvoir de compenser de la « désutilité », de rémunérer un effort ou de compenser un sacrifice.

(1) Beiträge zur Statistik der Preise, Francfort, 1885.

« Si tous les articles, écrit le professeur Nicholson (1), étaient produits par du travail non qualifié payé à un taux uniforme, les changements de ce taux seraient la meilleure mesure possible des changements de pouvoir d'achat de la monnaie : si les salaires nominaux doublaient, tous les prix doubleraient, le pouvoir d'achat de la monnaie diminuerait de 50 % », mais il ajoutait à juste titre que le rendement du capital et du travail varient continuellement. Le professeur Simon Newcomb reprit cette idée (2), et considérant le pouvoir qu'a la monnaie d'acheter du travail, proposa de prendre pour mesure de la variation dans la valeur de l'étalon monétaire le volume de valeur produit par le travail d'un individu moyen dans l'unité de temps. Une telle formule suppose naturellement que l'on peut trouver une unité commune aux travaux les plus divers, en tenant compte de leur nature, de leur intensité, de la déplaisance de l'effort, etc. Elle suppose aussi que la productivité moyenne de chaque individu est la même aux deux époques comparées. Ricardo suggère une formule analogue quand il pose en principe qu'une marchandise « qui exige à chaque instant pour sa production les mêmes sacrifices d'effort et de travail a une valeur invariable ». De même Marshall déclare dans sa déposition devant la Royal Commission on Gold and Silver (3), en parlant de l'appréciation de l'or : « Quand on la présente comme montrant une augmentation dans la valeur réelle de l'or, je la regarde comme mesurée par l'augmentation du pouvoir qu'a l'or d'acheter du travail de toute sorte, c'est-à-dire non seulement du travail manuel, mais du travail des hommes d'affaires et de tous ceux qui sont engagés dans une industrie quelconque ». On peut donc concevoir, avec le professeur Edgeworth, un indice du type « travail » dans lequel on mesurera l'appréciation ou la dépréciation de la monnaie

(1) R. S. S., 1887.
(2) Principles of Political Economy, et Journal of Political Economy, 1893.
(3) Question n° 9625.

par le changement dans la rémunération d'une certaine collection de services, c'est-à-dire tous les services ou les principaux services rendus dans le cours de la production pour l'ensemble de la communauté, durant un an, soit à l'époque initiale, soit à l'époque finale, ou quelque expression intermédiaire.

Aux indices précédents, qui se rattachent au type « consommation », on peut faire correspondre des indices se rattachant à la notion de production. Nous sommes parvenus à l'indice budgétaire général du type « consommation » par généralisation de l'indice montrant les variations du coût de la consommation individuelle. La production de l'individu étant en général beaucoup moins variée que sa consommation, le nombre indice montrant les variations de la valeur de la production de l'individu est sans intérêt, mais il peut être utile de considérer, pour un groupe donné de producteurs ou pour l'ensemble de la nation, un indice montrant les variations de valeur de la production.

On peut, d'autre part, faire correspondre aux nombres indices précédents, qui sont des indices du revenu, des indices du type « capital » et mesurer les variations du pouvoir qu'a la monnaie d'acheter les éléments du capital : terre, usine, machines, etc. A ce type, on peut rattacher le nombre indice proposé par le professeur Nicholson, qui montre les variations de la valeur de toutes les richesses vendables à un instant donné dans une collectivité.

L'une des applications que l'on a proposé le plus souvent de donner aux nombres indices des prix conduit à une forme d'indice qui devrait théoriquement appartenir selon les cas, soit au type « consommation », ou « revenu », soit au type « capital ». Les changements du pouvoir d'achat de la monnaie causent dans l'économie des contrats à long terme un trouble grave auquel on a cherché depuis longtemps à porter remède. On s'y efforçait déjà au XVIe siècle à propos du trouble apporté par la hausse des prix dans l'exécution des contrats de rente constituée. En 1707, l'évêque anglais William Fleetwood s'en préoccupe à son tour dans son « Chronicon Preciosum ». Au début du XIX[e] siècle, Poulett-Scrope, Lowe, Porter recherchent, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, un étalon tabulaire pour les paiements différés (ainsi appelé parce qu'il est calculé à l'aide d'un *tableau* de prix). C'est l'une des principales préoccupations de l'Association britannique pour l'Avancement des Sciences quand elle constitue en 1888 le Comité pour lequel ont été rédigés les trois célèbres memoranda du professeur Edgeworth. Celui-ci a caractérisé très heureusement l'importance du problème : « Les oscillations du pouvoir d'achat de la monnaie intensifient les hauts et les bas de la Fortune, si éprouvants pour la nature sensible et morale de l'homme. Le trouble surajouté par une circulation défectueuse pourrait être annulé en corrigeant l'étalon. Le travailleur honnête ne serait pas déçu dans son salaire par des erreurs dans le calcul de la valeur de la monnaie. Ceux qui ont fait reposer leur vie sur la foi en un revenu fixe ne seraient pas désappointés dans leurs justes espoirs. Les dispositions en faveur de la veuve et de l'orphelin seraient plus sûres. Les bourses d'études garantiraient cette aisance constante qui est favorable à la pratique des arts libéraux » (1). Plus récemment, le professeur Irving Fisher déclare que « le but le plus important des indices est peut-être de servir de base aux contrats d'emprunt » (2). Il est évident, en effet, que si un individu emprunte 1.000 francs qu'il s'engage à rembourser au bout de 10 ans, et qu'entre temps l'ensemble des prix a doublé de façon inattendue, le prêteur subit une perte, puisqu'avec les 1.000 francs qui lui sont remboursés il ne peut se procurer que la moitié des biens qu'il eût pu se procurer avec cette même somme au moment du prêt. Inversement l'emprunteur bénéficie d'un gain imprévu. C'est le gain qu'a réalisé par exemple l'Etat

(1) Papers, pp. 200-201.
(2) Purchasing Power..., p. 208.

allemand à qui la dépréciation du mark a permis d'annuler presque entièrement sa dette intérieure. Il n'y a d'ailleurs à ces gains et pertes aucune injustice, au moins dans le cas général où la variation du pouvoir d'achat de la monnaie ne résulte pas des agissements du débiteur ou du créancier. Le contrat était parfaitement loyal, chacun des contractants ayant pu savoir lors de la passation du contrat que le niveau des prix était susceptible de changer. Le contrat comportait un risque, le perdant n'est pas fondé à se plaindre ni à réclamer aucune intervention; au contraire une intervention de cette nature, survenant après coup, serait injuste. Le risque est dans certains contrats à terme un élément normal, quelquefois même, comme dans les affaires de spéculation pure, il en est l'élément essentiel. Mais il arrive souvent que le risque en question n'est qu'un élément accessoire du contrat, que les contractants ont accepté de subir sans l'avoir recherché. Il y a socialement le plus grand avantage à débarrasser les contrats de cette nature du risque qu'ils comportent du fait d'une appréciation ou d'une dépréciation possible de la monnaie. Aussi a-t-on eu l'idée de baser ces contrats sur un nombre indice qui les rende indépendants du pouvoir d'achat de la monnaie. L'action des fluctuations du pouvoir d'achat de la monnaie sur les contrats d'emprunt sera éliminée s'il est stipulé que l'emprunteur remboursera à l'échéance, non pas le montant en monnaie qu'il a emprunté, mais ce montant multiplié par l'indice : s'il a emprunté 1.000 francs à une époque où l'indice était égal à 120 et qu'à l'époque du remboursement l'indice est de 180, il devra rembourser non pas 1.000 francs, mais 1.500 francs.

L'application d'un tel indice n'est nullement limitée aux contrats d'emprunts, elle s'étend aux formes les plus diverses de contrats à terme plus ou moins long, et en particulier aux baux de toute nature (baux à loyer, baux à ferme, etc.), contrats de salaires, d'assurance. Dans ce dernier cas, l'adaptation aux variations du pouvoir d'achat de la monnaie du taux des primes et de l'indemnité à verser en cas de sinistre soulève des problèmes très délicats sur lesquels on trouvera d'intéressants développements dans une étude publiée par le Docteur Elsa Pfau dans le Journal de Statistique suisse (1). L'adaptation des salaires au coût de la vie sera examinée plus loin. J'aurai donc surtout en vue dans ce qui suit le cas des contrats d'emprunt.

Le professeur Edgeworth définissait de la manière suivante le problème de la recherche d'un étalon pour les paiements différés : « Trouver une Unité telle que le créancier reçoive dans l'avenir autant d'Unités qu'il reçoit actuellement de £ et trouve autant d'avantage au point de vue de la consommation — ou telle que le débiteur futur, payant autant d'Unités qu'il reçoit aujourd'hui de £, ne soit pas plus embarrassé dans ses affaires qu'aujourd'hui ».

Le problème qu'il s'agit de résoudre par l'institution d'un indice servant d'étalon pour les contrats à long terme, les emprunts par exemple, est extrêmement complexe. L'opération du prêt peut en effet s'analyser, selon les cas, de façon très différente. Le prêt a pu être, de la part du prêteur, une consommation différée, c'est-à-dire une renonciation à une consommation immédiate dans l'espoir d'une consommation plus forte lors du remboursement. L'égalité de pouvoir d'achat à réaliser doit donc être considérée pour le prêteur par rapport aux biens et services qu'il désirait consommer lors du prêt et qu'il a renoncé à consommer. Dans ce cas, on devrait se servir d'un indice du type « consommation ». Mais on peut chercher à réaliser l'égalité de pouvoir d'achat en prenant pour base soit la quantité physique des biens et services, soit leur valeur d'usage, leur utilité finale.

Jusqu'ici, c'est le prêteur que nous nous sommes efforcés de garantir contre les effets de l'instabilité du pouvoir d'achat de la monnaie. Mais on peut tout aussi bien se pro-

(1) 1923.

poser de procurer à l'emprunteur la même garantie, et tout ce qui vient d'être dit pour le prêteur s'applique également à l'emprunteur. En particulier s'il s'agit d'un emprunt en vue de la production, il faut que la somme à rembourser ait le même pouvoir d'achat par rapport aux biens que l'emprunteur produit.

On a quelquefois ajouté une donnée nouvelle à ce problème déjà si complexe et proposé de tenir compte des variations qui peuvent s'être produites dans les moyens, soit du débiteur soit du créancier, entre l'époque du prêt et celle du remboursement. On a proposé également de tenir compte de la variation de la richesse nationale ou de celle de la richesse nationale par tête; à ce dernier sujet, le professeur Irving Fisher a déclaré que la recherche d'un étalon pour paiements différés, qui devrait pourvoir à la juste distribution des « bienfaits du progrès » semble aussi présomptueuse que celle de la pierre philosophale. Il est exact cependant que l'homme a une tendance naturelle à apprécier son sort, non pas en lui-même, mais par rapport à celui de son voisin. On est donc fondé à admettre que si la richesse nationale, ou plus précisément la richesse moyenne par tête, a augmenté au cours de l'exécution du contrat, l'utilité finale d'une même quantité de biens et services a diminué pour le créancier.

Ainsi, même si l'on n'envisage que le cas d'un contrat isolé bien déterminé, on voit que le problème peut se poser d'une foule de manières bien différentes, selon le but qu'ont eu en vue les deux contractants en passant leur contrat, selon le contractant qu'on se propose de garantir contre les conséquences des fluctuations du pouvoir d'achat de la monnaie, selon qu'on cherche à maintenir l'équivalence physique ou l'équivalence économique du pouvoir d'achat de la monnaie, à tenir compte ou non de la variation des moyens de l'un ou de l'autre des deux contractants, ou de celle de la richesse nationale, etc. L'idéal serait d'ailleurs toujours de garantir les deux contractants contre les variations du pouvoir d'achat de la monnaie, mais en général les intérêts des deux contractants sont différents, souvent même ils sont opposés, et le problème est insoluble. Pour des contrats individuels, on a employé, notamment en Allemagne au cours de la période d'inflation, les indices les plus variés (1), tantôt des indices spéciaux exprimant les variations du prix d'une marchandise ou d'un groupe de marchandises intéressant particulièrement l'un des deux contractants : blé, seigle, charbon, potasse, pain, or, etc., ou des indices généraux tels que l'indice des prix de gros, du coût de la vie, du change, etc. Il est quelquefois nécessaire de recourir à une combinaison de différents indices. Dans un contrat de fourniture, ainsi que le fait observer très justement le Docteur Pfau, une partie du prix (celle qui doit assurer la subsistance de l'entrepreneur) doit dépendre des variations du coût de la vie, une autre de la valeur de remplacement de la marchandise vendue. De même quand il y a disparité entre les pouvoirs d'achat intérieur et extérieur de la monnaie, il faut combiner un indice du change ou de l'or avec un indice des prix de gros intérieurs, etc.

La méthode à choisir dépend de la nature concrète du contrat. Il en résulte qu'il est impossible de trouver un étalon qui puisse être appliqué à tous les contrats à terme. On peut évidemment généraliser le problème, mais on n'aboutira qu'à une solution très grossièrement approchée, même si l'on se borne aux cas généraux les plus simples : la nature et la quantité des biens consommés varient à un instant donné d'un individu à l'autre, et, pour un même individu d'un instant à l'autre; de même pour leur valeur d'usage.

Pour les contrats d'emprunt, par exemple, on sera conduit, selon que l'on cherche à garantir le prêteur ou l'emprunteur, à adopter un indice budgétaire du type « consom-

(1) Cf. Pfau, art. cité.

mation » dans le premier cas, du type « production » dans le second, mais ces indices ne pourront tenir compte que grossièrement des multiples prétentions de la masse des emprunteurs et des prêteurs. Un indice tout à fait général destiné à servir d'étalon pour les contrats à terme devra tenir compte des variations de tous les prix, aussi bien de ceux des instruments de capital que de ceux des biens immédiatement consommables; mais il sera difficile de déterminer l'importance relative à donner à ces biens qui n'ont pas de commune mesure : devra-t-on, par exemple, donner la même importance aux chemins de fer du pays qu'à un mois de consommation de sucre ? Il semble qu'on ne puisse appliquer qu'une seule méthode consistant à donner à chaque bien ou service une importance proportionnelle à la valeur qui en est *échangée* pendant la période couverte par l'indice. On est ainsi amené à examiner les nombres indices du pouvoir d'achat de la monnaie qui s'attachent particulièrement à l'un des attributs de la monnaie, celui de servir d'intermédiaire dans les échanges.

Le type « échange » de nombre indice du mouvement des prix ou du pouvoir d'achat de la monnaie est celui qu'a étudié le professeur Irving Fisher dans son livre : « The Purchasing Power of the Money ». On sait que le professeur Irving Fisher a résumé dans une équation, dite équation d'échange, la relation qui existe entre les différentes grandeurs mesurant les phénomènes d'échange dans l'économie monétaire. Cette équation exprime que le produit de la masse monétaire par sa vitesse de circulation est égal à la somme des paiements effectués pendant le temps considéré, c'est-à-dire à la somme des produits des quantités échangées multipliées par leur prix de vente :

$$MV + M'V' = \Sigma\, pq$$

M = masse de monnaie en circulation.
V = vitesse de circulation de la monnaie.
M' = masse des instruments de crédit.
V' = vitesse de circulation des instruments de crédit.

q = quantité des biens et services échangés.
p = prix des biens et services échangés.

Le professeur Irving Fisher s'est efforcé de transformer le second membre de l'équation en un produit de deux termes dont l'un serait un indice des quantités échangées (volume du commerce) et l'autre un indice des prix. L'équation d'échange prend alors la forme

$$MV + M'V' = PQ$$

Précisons que cette équation n'exprime ni une loi théorique ni une vérité expérimentale, mais une simple identité qui résulte de la définition même des termes dont elle se compose. Son emploi s'est cependant révélé extrêmement fécond.

L'indice P n'est d'ailleurs autre que l'indice du type « circulation » préconisé bien antérieurement par Foxwell et dans lequel on prenait « pour mesure de l'appréciation ou de la dépréciation le changement dans la valeur en monnaie qui change de mains dans une certaine collection de ventes, comprenant toutes les marchandises achetées et vendues annuellement à l'époque de base ou à l'époque considérée ou quelque moyenne entre des quantités » (1).

Il existe enfin une autre forme de nombre indice du mouvement des prix, qui appartient au type « échange ». Une expérience plus que séculaire apprend qu'il se produit dans l'activité des affaires des oscillations quasi-périodiques qui affectent un certain nombre de grandeurs économiques, telles que le taux de l'escompte, le taux de l'intérêt, le cours des valeurs mobilières, le volume des émissions de ces mêmes valeurs, l'importance du chômage, etc., ainsi que les prix de gros des marchandises. Ces phénomènes se succèdent dans des ordres déterminés, et leur théorie — la théorie des crises économiques — est une des plus belles constructions de la science économique actuelle. L'existence de liens assez

(1) Edgeworth, Papers, p. 295.

étroits entre la situation économique générale et les mouvement de certains prix a donc amené à construire un indice du mouvement des prix de gros destiné à servir de « baromètre des affaires ».

Outre ces types généraux, économistes et statisticiens ont été bien entendu conduits à calculer pour les besoins de leurs travaux de multiples variétés de nombres indices du mouvement des prix ou du pouvoir d'achat de la monnaie; je signalerai seulement, en raison de leur emploi assez fréquent, les nombres indices des prix des marchandises entrant dans le commerce extérieur, qui, associés aux chiffres exprimant la valeur du commerce extérieur, permettent de calculer un indice de l'activité du commerce extérieur, les nombres indices des prix des produits agricoles, etc.

Les applications que l'on peut faire des nombres indices des prix sont donc très variées. On peut les ranger en deux catégories : mesure des variations du pouvoir d'achat de la monnaie en biens et services indéterminés, mesure des variations du pouvoir d'achat de la monnaie en biens et services déterminés en nature et quantité. Plusieurs auteurs, et notamment M. Lucien March, appellent « indices monétaires » les indices du premier type, « indices budgétaires » les indices du second type. Cette dernière expression n'appelle aucune critique, si l'on donne au terme « budget » un sens très large et si on l'applique à un ensemble de biens et services déterminés, qu'il s'agisse de biens et services produits, échangés ou consommés. Mais le terme « monétaire » appliqué aux indices de la première catégorie est à la fois trop précis et un peu impropre : trop précis parce que les indices de la première catégorie ne peuvent avoir pour but que d'exprimer une tendance commune aux divers prix, tendance qui peut avoir son origine ailleurs que dans un phénomène purement monétaire, impropre parce que les indices du type « circulation » ou « échange », tels que celui de Foxwell ou l'indice P de l'équation d'échange, méritent mieux que les indices de la première catégorie l'appellation d'indices « monétaires ».

Le but pour lequel est calculé un nombre indice du mouvement des prix influe sur sa constitution générale, et principalement sur le choix des données à introduire dans le calcul de l'indice et sur l'importance à donner respectivement à chacune d'elles.

Dans l'indice du pouvoir d'achat de la monnaie en biens et services indéterminés, ou dans les indices du type « circulation » ou « échange » il est évident que l'on doit prendre en considération toutes les transactions donnant lieu à échange de monnaie, non seulement les transactions du commerce de gros comme on le fait habituellement, mais aussi les transactions du commerce de détail, les transactions en valeurs mobilières, en biens immeubles, les salaires, etc. Dans son livre « The Purchasing Power of the Money », le professeur Irving Fisher s'est efforcé de démontrer qu'il suffisait de considérer les transactions commerciales en gros. Partant de statistiques relatives à 1909, il émet l'avis que, pour l'ensemble des Etats-Unis, les transactions en immeubles ne représentent pas plus de 1 % et les transactions en valeurs mobilières pas plus de 8 % de l'ensemble des transactions monétaires; il rappelle en outre que d'après une évaluation du professeur Kemmerer, les paiements de salaires ne représenteraient pas plus de 3 % des paiements totaux. La faiblesse de ces chiffres n'est pas sans surprendre. En admettant avec le professeur Irving Fisher que les transactions au détail soient deux fois plus importantes que les transactions en gros, il n'en resterait pas moins que celles-ci ne constitueraient que 30 % environ des transactions monétaires totales. Il est vrai que le professeur Irving Fisher pense que les prix de gros sont plus typiques que les autres, mais cela n'est pas certain. Quant aux salaires, il n'est nullement démontré que, même pour les salaires aux pièces, ils varient comme les prix de gros des marchandises.

M. Lucien March est d'avis (1) d'exclure les transactions immobilières parce qu'elles manquent de régularité et s'appliquent à des choses dont la valeur intrinsèque est très variable, pour des raisons indépendantes de l'influence monétaire, de sorte que cette influence est loin d'être prépondérante, et les transactions en valeurs mobilières parce que le rendement des valeurs, les chances de plus-value qu'elles présentent, les buts lointains auxquels songent ceux qui les achètent, influent plus sur les cours que les phénomènes monétaires. On ne saurait méconnaître la valeur de ces arguments, mais rien ne prouve a priori qu'ils ne s'appliqueraient pas également aux prix de gros des marchandises. Sans doute aussi, les professeurs Kemmerer et Irving Fisher ont essayé de combiner dans un indice les prix de gros des marchandises, les prix des valeurs mobilières et les salaires et ont trouvé des résultats peu différents des résultats basés uniquement sur les prix de gros des marchandises, mais rien ne donne le droit de généraliser cette conclusion. J'estime au contraire qu'un indice du pouvoir d'achat de la monnaie en biens et services indéterminés doit comprendre les prix de toutes les sortes de biens et services donnant lieu à des transactions monétaires (2) ou que, s'il est pratiquement impossible d'utiliser d'autres données que les prix de gros, on n'a pas le droit d'appeler l'indice obtenu « indice du pouvoir d'achat de la monnaie ».

M. Carl Snyder (3) a fait un essai très intéressant de calcul d'un indice du niveau général des prix. La difficulté était naturellement de déterminer l'importance à accorder à chacun des indices partiels représentant la variation des divers groupes d'éléments composant l'indice. M. Snyder a d'abord déterminé grossièrement cette importance à l'aide

(1) I. I. S., 1924, 2e partie, p. 26.
(2) Cf. dans le même sens Snyder, A. S. A., 1924, et Divisia, R. E. P., 1925.
(3) Art. cité.

des statistiques courantes, puis il a rectifié ces premières données en comparant l'indice obtenu ainsi, à l'indice du volume du commerce Q, et à l'indice de la valeur des échanges V. Ce dernier était obtenu en prenant pour caractéristique des valeurs le montant des chèques compensés (ce montant n'était connu que pour un certain nombre de banques; le montant total a été obtenu en comparant le total des dépôts dans les banques considérées au total général des dépôts dans toutes les banques américaines). M. Snyder a été amené à donner les poids suivants aux indices partiels :

Prix de gros des marchandises	20 %
Indice des salaires	35 %
Eléments du coût de la vie	35 %
Loyers	10 %
	100 %

M. Snyder a constaté que l'indice du niveau général des prix ainsi trouvé était beaucoup plus stable que l'indice des prix de gros des marchandises et ne présentait pas de variations cycliques.

Les indices du mouvement des prix, qui appartiennent au type « consommation », doivent faire état des variations dans les prix des produits finis, des services comme les services domestiques, les consultations du médecin, de l'avocat, etc., et une fraction de l'outillage produit. Les matières premières ni les salaires industriels ne doivent être pris en considération, si ce n'est pour représenter éventuellement les produits finis correspondants. Le professeur Edgeworth a exposé (1) dans une analyse très fine et très intéressante, au moins au point de vue des principes, pourquoi on devait théoriquement tenir compte des biens immatériels et pourquoi on peut en pratique les négliger : « On a soutenu qu'il fallait

(1) Papers, p. 211, note 1.

exclure les « services » en tant que distincts des biens matériels, sous prétexte que les travailleurs « improductifs » sont payés sur les produits de l'industrie productive. L'argent que nous dépensons en chanteurs et en danseurs aboutit aux bouchers et aux boulangers; inclure les dépenses en chant et en danse dans l'inventaire national en même temps que la dépense totale en viande et en pain, ce serait donc compter deux fois la même portion de richesse. Certainement cette remarque est pertinente quand l'objet est de mesurer la quantité de richesse définie comme quelque chose de *matériel*. Mais ici ne serait-il pas théoriquement aussi raisonnable d'omettre le pain et la viande et de baser notre étalon uniquement sur le prix des théâtres, etc., sous prétexte que ce que nous payons au boucher et au boulanger aboutit aux music-halls qu'ils fréquentent. Non, dira-t-on, car une bonne partie de leur revenu doit être dépensé en nécessités matérielles. Soit, mais de même une bonne partie des salaires du travail improductif peut être dépensée en utilités immatérielles. Ce qui est gagné en enseignant la littérature peut être dépensé en billets d'opéra. Théoriquement il est aussi arbitraire d'exclure toutes les utilités immatérielles que de ne comprendre qu'elles. La différence entre les deux erreurs n'est qu'une différence de degré et d'importance pratique. En fait, dans le monde actuel, la moins imparfaite des deux méthodes est celle qui inclut les biens matériels et exclut les biens immatériels. Mais l'inverse pourrait être vrai dans une île heureuse où les nécessités matérielles de la vie seraient obtenues presque pour rien et où les principales transactions monétaires seraient constituées par l'échange de services mutuels ».

Dans ces indices, l'importance donnée à chaque élément doit être proportionnelle à la valeur de la consommation de cet élément; en pratique, comme les statistiques portant directement sur la consommation sont rares, on est amené fréquemment à évaluer la consommation à l'aide des statistiques de production et des statistiques du commerce extérieur, en ajoutant l'importation à la production et retranchant l'exportation; on néglige ainsi la variation des stocks.

Dans les indices du type « capital », on ne tient compte que des prix des éléments du capital et on donne à chaque élément une importance proportionnelle à la quantité existante de cette espèce de capital et non pas aux quantités qui en sont échangées ou consommées dans l'unité de temps, comme on le ferait dans le type « échange » ou le type « consommation ». La distinction est notable, car les immeubles, par exemple, constituent une part importante du capital existant, alors que les ventes d'immeubles ne représentent qu'une part relativement peu considérable dans l'ensemble des ventes, tandis qu'inversement les denrées alimentaires, par exemple, donnent lieu à des échanges importants et ne forment qu'une fraction insignifiante du capital existant.

Les indices du type « échange » ou « circulation » doivent comprendre en principe les mêmes éléments que l'indice dit « monétaire », c'est-à-dire tous les biens et services entrant dans l'échange, et l'importance donnée à chaque élément doit être proportionnelle à la valeur des échanges portant sur cet élément.

Le « baromètre des affaires » ne doit comprendre que les prix de gros des marchandises, et même en principe que ceux des marchandises qui sont particulièrement sensibles aux variations générales de l'activité économique. L'importance à donner à chaque élément ne diffère de celle qui lui est donnée dans l'indice de l'équation d'échange que sur un point : l'indice de l'équation d'échange tient compte du nombre de fois que chaque élément change de propriétaire, l'indice de la prospérité des affaires n'en tient pas compte. En effet, chaque fois qu'un bien est échangé, cet échange implique l'emploi de monnaie ou d'instruments de crédit. Au contraire, l'importance économique de la fonte, par exemple, ne dépend nullement du fait que l'industrie métallurgique est plus ou moins intégrée.

L'indice de la prospérité des affaires, tel qu'il est habituellement conçu, a soulevé certaines critiques de la part de M. Snow (1), dont les observations se trouvent confirmées par les calculs effectués par M. Norman Crump. M. Snow a attiré l'attention sur le fait que si les périodes de grande activité économique coïncident en général avec les périodes de hausse des prix, la réciproque n'est pas vraie pour certaines industries; ainsi la hausse des prix dans l'industrie cotonnière anglaise est bien une marque d'activité de cette industrie, mais au contraire la hausse du prix des peaux, qui doivent être regardées comme étant essentiellement un sous-produit du commerce de la boucherie, entraîne toujours un marasme de l'industrie du cuir. M. Snow estime donc que, pour obtenir un indice de l'activité industrielle dans son ensemble, il faudrait calculer une série d'indices spéciaux, indiquant l'activité de chaque industrie en particulier, que l'on combinerait ensuite en tenant compte de l'importance relative des différentes industries.

Il reste à examiner un point qui a une importance capitale. Tous ces nombres indices supposent une comparaison, soit dans l'espace, soit, plus souvent, dans le temps. Il est donc indispensable que les éléments comparés soient identiques aux deux endroits ou aux deux époques. Il faut par suite se limiter aux articles susceptibles d'une définition et d'une identification précises, qui demeurent dans la production, l'échange ou la consommation pendant de longues périodes, s'il s'agit d'une comparaison dans le temps, ou dans des régions étendues, s'il s'agit d'une comparaison dans l'espace, et qui aient une importance suffisante dans la production, l'échange ou la consommation.

Cette condition est relativement facile à satisfaire, s'il s'agit d'indices à bases enchaînées, qui ne comportent que des comparaisons entre deux époques successives (ceci sous réserve de l'inconvénient corrélatif que si les anneaux de la

(1) R. I. T., 1925.

chaîne sont faciles à construire, ils sont difficiles à réunir), mais elle peut être difficile à satisfaire dans le cas des indices à base fixe. Dans l'état actuel des statistiques, il faut reconnaître qu'en y consacrant beaucoup de soin, on peut assurer cette identité d'une manière assez satisfaisante pour les prix de gros des marchandises; de même, quoique déjà avec plus de difficulté pour les prix de détail des marchandises consommées par des classes sociales ayant une consommation assez uniforme et assez peu variée, comme la classe ouvrière, mais que pour l'ensemble des prix de détail, pour l'ensemble des salaires, pour les transactions immobilières, etc., on ne peut assurer qu'une identité très grossière et en général tout à fait insuffisante.

Il en résulte que les seuls éléments dont nous puissions étudier les variations d'une manière suivie sont les prix de gros des marchandises, et dans certains cas les prix de détail correspondants. Les considérations qui viennent d'être développées au sujet des différentes formes d'indices sont donc surtout théoriques. Est-ce à dire qu'elles sont inutiles ? Je ne le crois pas. D'abord nous devons espérer que le champ des statistiques de prix, aujourd'hui très réduit, ira en s'étendant et il est important de savoir dans quelle direction il convient de chercher à l'étendre. Ainsi que M. Wesley Mitchell l'a fait observer, « le jour n'est pas encore venu où les applications des indices seront assez différenciées et standardisées pour justifier la publication régulière de nombreuses séries à but spécial », mais ce jour viendra peut-être bientôt. Ensuite il faut que nous ayons toujours présentes à l'esprit la signification et la portée exacte des séries de nombres indices qui sont actuellement publiées, et que nous sachions que nous ne pouvons, sans commettre une certaine erreur, leur donner des applications pour lesquelles elles ne sont point faites, par exemple les considérer comme l'expression du pouvoir général d'achat de la monnaie, ou de la variation du niveau général des prix, ou les présenter comme un étalon pour les contrats à long terme. Il se peut qu'étant donnée l'approximation dont nous avons besoin dans ces applications spéciales, l'erreur en question soit négligeable, encore faut-il savoir qu'elle existe.

Les seules séries de nombres indices du mouvement des prix qui soient actuellement publiées sont des indices du mouvement des prix de gros des marchandises, appartenant le plus souvent au type « consommation » et quelquefois au type « production » (exceptionnellement au type « échange »), des indices de l'activité des affaires, ou baromètres des affaires, utilisant également les prix de gros des marchandises et des indices du coût de la vie, utilisant les prix de détail des marchandises et les prix de quelques services. Il convient de signaler que beaucoup des indices des prix de gros sont des indices simples, et qu'il est difficile de déterminer exactement à quel type ils appartiennent; ils ont, parfois ouvertement, parfois tacitement, la prétention d'exprimer le mouvement général des prix, ou le pouvoir d'achat de la monnaie par rapport aux marchandises en général. C'est plus particulièrement des différentes sortes d'indices des prix de gros des marchandises que je m'occuperai dans les chapitres qui vont suivre, réservant pour une deuxième partie l'étude des particularités propres aux indices des prix de détail et du coût de la vie.

CHAPITRE IV

JUSTIFICATION THÉORIQUE DE L'EMPLOI DE MOYENNES SIMPLES

SECTION 1

La dispersion des prix relatifs

Nous avons noté au chapitre précédent l'existence de phénomènes tendant à faire augmenter ou diminuer en même temps tous les prix; nous avons cité quelques-unes de ces causes de variation générale, comme la quantité et la vitesse de circulation de la monnaie et des instruments de crédit, les perfectionnements de la technique, l'activité économique générale, la loi des rendements décroissants, etc. Mais les biens et services ne subissent pas tous au même degré l'influence de ces causes ou ne la subissent pas aussi rapidement les uns que les autres.

Certains prix sont fixés par des contrats de longue durée; ils ne peuvent donc s'ajuster à la quantité de monnaie, par exemple, si rien n'a été prévu dans le contrat à cet effet. Parmi les valeurs mobilières les actions peuvent s'y ajuster plus ou moins, si l'on admet que les bénéfices de la Société considérée varient dans le même sens que les prix, et par suite que la quantité de monnaie en circulation, mais les obligations conservent la même valeur en monnaie (sous réserve des variations du taux de l'intérêt). En l'absence de contrats explicites, certains prix peuvent être préservés de tout changement pour des raisons implicites ou par la simple inertie de la coutume (1).

Ces phénomènes de non-ajustabilité ou de différences d'ajustabilité, qui sont très fréquents dans l'ensemble des prix des biens et services, se manifestent même dans le domaine plus restreint des prix des marchandises. Quand le change d'un pays varie, le prix des marchandises qui ont un marché mondial et qui ne sont pas produites par ce pays, varie aussitôt dans la même proportion; si le pays produit une partie de ce qu'il consomme de cette marchandise, le prix tend à se mettre plus ou moins vite et plus ou moins exactement à la parité mondiale et à subir la même variation proportionnelle que le change. Dans un pays à circulation métallique, les prix du métal monétaire, des objets dont ce métal constitue la matière, des substituts de ce métal et de ces objets sont insensibles aux variations de la quantité de monnaie.

De plus chaque bien ou service a ses causes propres de variation de prix, la loi de l'offre et de la demande qui lui est particulière, et à chaque instant ces influences spéciales se superposent aux influences générales.

Les différents biens et services n'étant pas également sensibles aux influences générales s'exerçant sur les prix et étant sensibles à des influences propres à chacun d'eux, il en résulte qu'ils ne varient jamais tous de la même manière. Par suite, si on compare leurs prix à deux époques données, les rapports, c'est-à-dire les prix relatifs, sont plus ou moins différents les uns des autres. On a comparé le mouvement

(1) Irving Fisher, Purchasing Power..., trad. française, p. 215.

général des prix à celui d'un essaim d'abeilles (1), dont la configuration interne varie à chaque instant, mais qui a un mouvement d'ensemble bien déterminé, à celui des divers éclats provenant de l'explosion d'un obus, etc.

Le fait que les prix relatifs sont ainsi plus ou moins dispersés doit être mis à la base de toutes les considérations sur les nombres indices du mouvement des prix. En effet, si tous les prix relatifs étaient égaux, la question du choix de la formule ne se poserait pas, car n'importe quelle combinaison linéaire des prix relatifs donnerait le même résultat. La forme la plus générale de nombre indice du mouvement des prix est, si l'on appelle P_i le prix relatif, Π_i le poids à lui attribuer : $\dfrac{\sum_1^n P_i \Pi_i}{\sum_1^n \Pi_i}$. Mais si tous les prix relatifs sont égaux, les P sortent du signe Σ, et la formule devient $\dfrac{P \sum \Pi_i}{\sum \Pi_i} = P$. Si les prix relatifs sont différents, les diverses formules donneront des résultats différents, et des résultats d'autant plus différents que les prix relatifs seront eux-mêmes plus différents. On ne devrait donc jamais publier une série d'indices sans publier en même temps la dispersion des données à l'aide desquelles cet indice est calculé.

Quelle que soit l'importance du problème de la dispersion des prix et de leur distribution autour de leur moyenne — et pour ma part j'estime que ce problème est fondamental — il n'a été jusqu'ici que très insuffisamment étudié. Le fait s'explique par le petit nombre des cours relevés par les journaux financiers ou économiques qui publient des nombres indices des prix ou par les Services officiels de statistique — à quelques exceptions près —. C'est aussi la raison pour laquelle les quelques études qui ont été consacrées à cette

(1) Irving Fisher, Purchasing Power..., trad. française, p. 226.

question n'ont abouti qu'à des conclusions incertaines et parfois contradictoires.

La dispersion d'un certain nombre de données, prise en valeur absolue, s'exprime habituellement par l'une des grandeurs suivantes :

1. *Ecart moyen :* c'est la moyenne arithmétique des écarts calculés par rapport à la moyenne arithmétique des données, ces écarts étant pris en valeur absolue (on sait que la somme de ces écarts, pris avec leur signe, est nulle)

$$\eta = \frac{\Sigma|e|}{n}$$

2. *Ecart quadratique moyen :* c'est la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des écarts par rapport à la moyenne arithmétique (l'écart quadratique moyen correspond, dans la terminologie des statisticiens anglais et américain, à la *standard deviation*, ou déviation-type; je lui conserverai la notation σ, qui correspond à l'initiale de l'expression standard deviation)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma e^2}{n}}$$

3. *Ecart quartile :* les données étant supposées rangées par ordre de grandeur, on appelle médiane et quartiles les données qui partagent respectivement la liste en deux ou quatre parties égales. Pour préciser, la médiane Mé ou Q_2 est la donnée qui est précédée et suivie par un même nombre de données; si le nombre des données est pair, soit de 2n, la médiane est la moyenne entre la n^e et la $n+1^e$ donnée. Le quartile supérieur Q_1 est la médiane des données supérieures à la médiane Mé, le quartile inférieur Q_3 est la médiane des données inférieures à la médiane Mé (si le nombre des données supérieures ou inférieures à la médiane est pair, on ajoute la médiane à leur liste pour calculer Q_1 ou Q_3). On appelle écart quartile *r* la demi-distance entre le quartile supérieur et le quartile inférieur.

$$r = \frac{Q_1 - Q_3}{2}$$

En général ce n'est pas la dispersion absolue, mais la dispersion relative des données qu'il est intéressant de considérer, parce que seule la dispersion relative permet les comparaisons.

La dispersion relative s'exprime par l'une ou l'autre des formules suivantes :

1. *Coefficient de variation de l'écart moyen* (ou simplement écart relatif moyen) : c'est le rapport de l'écart moyen à la moyenne arithmétique des données.

$$v = \frac{\eta}{A} = \frac{\Sigma|e|}{nA}$$

2. *Coefficient de variation de l'écart quadratique moyen* (ou simplement coefficient de variation) : c'est le rapport de l'écart quadratique moyen à la moyenne arithmétique.

$$V = \frac{\sigma}{A} = \frac{1}{A}\sqrt{\frac{\Sigma e^2}{n}}$$

3. *Coefficient de variation interquartile :* c'est le rapport de l'écart quartile à la moyenne arithmétique des quartiles supérieur et inférieur (ou chez certains auteurs à la médiane).

$$v = \frac{r}{\frac{Q_1 + Q_3}{2}} = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1 + Q_3}$$

Pour la commodité des notations, la dispersion relative est exprimée en pourcentages.

Avant d'exposer le résultat de mes recherches personnelles sur la dispersion des prix, je rappellerai les plus importantes recherches faites antérieurement sur ce même sujet.

Le professeur Udny Yule a indiqué (1), à la suite d'une communication de M. Flux à la Royal Statistical Society, qu'il avait étudié la dispersion des cours compris dans l'indice de Sauerbeck depuis le début de la publication de cet

(1) R. S. S., 1921, p. 201.

indice et qu'il avait constaté que la dispersion est forte quand les prix augmentent, faible quand ils diminuent, constante au bout d'un certain temps après la hausse ou la baisse. « J'ai construit, déclare-t-il, un diagramme des cours compris dans l'indice de Sauerbeck, montrant non seulement les moyennes, mais chaque nombre individuel par un petit point, et on voit les moyennes serpenter à travers le large brouillard de points, les points se resserrer autour des moyennes pendant la grande chute des prix, se disperser à nouveau lors de la hausse qui débute en 1916, et se répandre largement du haut en bas de la feuille dans les dernières années de la guerre. Avant la guerre l'écart quartile (intervalle dans lequel se trouvent la moitié des prix relatifs) était compris entre ± 9 et ± 12 points, avec une moyenne d'environ 10 points. Dans les dernières années, il était supérieur à 45 et 50. »

M. Lucien March a examiné (1) les prix de gros pour la France, la Grande-Bretagne et les Etats-Unis, tels que les publie le Bulletin de l'Institut International de Statistique, en écartant systématiquement les cours des marchandises dont les prix sont liés à ceux d'une marchandise déjà relevée (la farine par exemple, le cours du blé étant relevé; le lard, le cours du porc étant relevé). Il n'a ainsi conservé que 55 et 54 cours pour la France, 42 et 38 pour la Grande-Bretagne, 203 et 44 pour les Etats-Unis. Il a trouvé pour la dispersion les résultats suivants :

	France		Grande Bretagne		Etats-Unis	
	1913	déc. 1919	1913	déc. 1919	1913	déc. 1919
Nombre des articles retenus..	55	54	42	38	203	44
Moyenne ar. des prix relatifs..	113 (2)	502,4 (2)	113,5 (2)	298 (2)	123 (3)	258 (2)
Ecart quadratique moyen....	22,5	206,3	20	111	31,8	126
Coefficient de variation %...	20	41	18	37	26	49

(1) Metron, 1921, p. 82.
(2) Prix moyens pour 1901-1910=100.
(3) Prix moyens pour 1890-1899=100.

On voit que non seulement la dispersion absolue des prix relatifs est beaucoup plus forte en décembre 1919 qu'en 1913, mais qu'il en est de même de la dispersion relative, qui a doublé dans les trois pays considérés.

Dans son livre « The Purchasing Power of the Money », le professeur Irving Fisher cite quelques chiffres sur la dispersion absolue des prix aux Etats-Unis. Son calcul porte sur 36 prix relatifs, les prix moyens pour 1913 servant de base. Il trouve les valeurs suivantes pour l'écart quadratique moyen :

1914	10
1915	16
1916	24
1917	58
1918	45

Comme dans les travaux précédents, le mouvement de la dispersion absolue est de même sens que celui des prix eux-mêmes. J'ai calculé la dispersion relative des mêmes données et trouvé le résultat suivant pour le coefficient de variation V :

1914	10 %
1915	16 %
1916	19 %
1917	33 % (1)
1918	24 %

Pour les mêmes données, le professeur Irving Fisher a étudié la dispersion absolue des prix relatifs correspondants empruntés aux statistiques de Sauerbeck et a trouvé pour l'écart quadratique moyen les valeurs suivantes :

1846	base
1856	20
1866	44
1876	29
1886	25

(1) J'ai calculé la valeur correspondante de l'écart relatif moyen et l'ai trouvée de 26 %.

1896	28
1906	35
1913	42

On remarquera que ces chiffres, pour cette période de 67 ans, sont tous inférieurs au chiffre précédent de 58 pour 1917, qui ne se rapporte pourtant qu'à une année de base antérieure de 4 ans. Le chiffre particulièrement élevé pour 1866 correspond à la guerre de Sécession. A part ce chiffre exceptionnel, on voit la dispersion absolue augmenter à mesure qu'on s'éloigne de la base.

Le professeur Bowley a étudié (2) d'une manière plus approfondie que ses prédécesseurs la dispersion relative des prix en Grande-Bretagne; malheureusement le choix des périodes de base est singulier, les écarts ont été calculés par rapport à la moyenne géométrique des prix relatifs et non par rapport à la moyenne arithmétique, comme c'est l'habitude, et la formule employée a été l'écart relatif moyen et non le coefficient de variation.

Les calculs ont porté sur les périodes suivantes :

A) Indices annuels de 1899 à 1913, avec 1901 pour base (60 prix relatifs).

B) Indices annuels pour 1913, 1919 à 1922, avec 1922 pour base (56 prix relatifs).

C) Indices mensuels de janvier 1919 à juillet 1923, avec le 3ᵉ trimestre 1923 pour base (53 prix relatifs).

Les prix sont empruntés aux statistiques du Statist.

Le professeur Bowley a trouvé pour *l'écart relatif moyen* les valeurs suivantes :

1° PÉRIODE A								2° PÉRIODE B	
1899	14,5	1903	9,4	1907	14,6	1911	16,8	1913	26
1900	10,2	1904	13,3	1908	12,1	1912	13.4	1919	28
1901	0	1905	13,5	1909	14,0	1913	17,1	1920	30
1902	8,0	1906	15,6	1910	15,2			1921	23
moyenne générale (sauf 1901) : *13,4*								1922	0

(2) London and Cambridge Economic Service. Special Memorandum, nº 5. 1924.

3° PÉRIODE C

	1919	1920	1921	1922	1923
Janvier......	27	28	40	20	9
Février......	27	29	39	19	11
Mars........	26	26	41	20	11
Avril........	24	25	39	19	9
Mai..........	26	27	34	18	8
Juin.........	27	31	31	14	7
Juillet.......	28	30	31	14	
Août........	29	28	25	13	
Septembre..	29	29	21	13	
Octobre.....	28	28	20	11	
Novembre...	30	34	19	10	
Décembre...	28	35	17	10	
Moyenne..	27	29	30	15	

On voit que, pour la période A, la tendance à l'augmentation de la dispersion relative à mesure qu'on s'éloigne de la base est faible, si même il y en a une, et que, pour les périodes B et C d'après-guerre, la dispersion relative est deux fois plus forte qu'avant la guerre. Ce résultat concorde exactement avec celui qu'avait trouvé M. Lucien March.

Le professeur Bowley a, d'autre part, examiné plus particulièrement les prix relatifs :

a) de 1913 par rapport à 1901;
b) de 1913 par rapport à 1922;
c) d'avril 1920 par rapport au 3ᵉ trimestre 1923.

Il a trouvé que les écarts relatifs moyens s'échelonnaient :

pour a) de + 73 % à — 39 %
pour b) de + 102 % à — 58 %
pour c) de + 125 % à — 63 %

et a attiré l'attention sur le fait que la dispersion était déjà forte avant la guerre, à une époque où le commerce s'adaptait de lui-même aux changements sans difficulté apparente.

Pour les différents groupes de marchandises, les écarts relatifs moyens ont été trouvés respectivement égaux à :

	Denrées alimentaires	Minéraux	Textiles	Divers	Ensemble
	—	—	—	—	—
Période a	8,9	13,8	30,0	23,0	17,1
Période b	11,7	23,0	38,0	42,2	25,6
Période c	32	32	20	16	25

On voit que l'ordre des différents groupes varie selon la période envisagée.

Citons enfin les travaux importants de M. Norman Crump, créateur de la série de nombres indices publiée par le Financial Times, sur ces questions de dispersion et de distribution des prix.

M. Norman Crump a écarté l'emploi du coefficient de variation interquartile, estimant avec raison que ce coefficient est simple, facile à calculer et à comprendre, mais qu'il est trop grossier et donne des résultats irréguliers. Il a donc employé l'écart quadratique moyen et le coefficient de variation V. Il a calculé d'abord la dispersion des prix avant la guerre en Grande-Bretagne, d'après les éléments des nombres indices de l'Economist, en prenant pour base les prix au 1er janvier 1904 :

	A	σ	V
	—	—	—
1er janvier 1905	103,8	18,0	17,3
— 1909	101,6	17,4	17,1
— 1912	117,7	28,0	23,8
— 1914	120,4	36,3	30,1

D'autre part, la dispersion d'après guerre a été calculée pour les trois indices anglais du Board of Trade, du Financial Times et de l'Economist, ainsi que pour l'indice français de la Statistique générale de la France, pour les prix relatifs par rapport à 1913, du 1er semestre 1923 pour les indices anglais, de fin septembre 1923 pour l'indice français. En outre j'ai calculé le coefficient interquartile r correspondant :

	A	σ	V	r
Board of Trade	164,7	48,2	29,3	19,0
Financial Times	158,6	47,4	29,9	21,2
Economist	166,3	64,6	38,8	20,4
Statistique générale de la France	421,2	168,5	40,0	18,6

La dispersion relative, indiquée par le coefficient de variation, est d'environ 30 % pour les indices du Board of Trade et du Financial Times, 40 % pour ceux de l'Economist et de la Statistique de la France, mais pour *tous* les indices considérés le coefficient de variation interquartile est voisin de 20 %. D'autre part ces chiffres ne semblent pas indiquer que la dispersion relative des prix soit notablement plus forte après la guerre qu'avant la guerre. Ce résultat est en contradiction avec ceux de MM. March et Bowley. M. Flux a fait observer avec raison à ce propos qu'il faudrait faire « bien d'autres calculs » avant de pouvoir poser des conclusions solides.

Enfin M. Norman Crump a étudié la dispersion absolue et relative des prix relatifs utilisés dans le calcul de l'indice du Financial Times, dont la base est 1913 :

		A	σ	V %
1920	Avril	346,2	164,1	44,7
1921	Janvier	228,9	87,0	38,0
	Avril	187,8	74,5	39,7
	Juillet	184,0	69,2	37,6
	Octobre	169,5	57,0	33,7
	Novembre	158,3	52,2	33,0
	Décembre	155,2	49,9	32,2
1922	Janvier	151,4	48,2	31,8
	Février	152,1	48,2	31,7
	Mars	152,7	49,0	32,1
	Avril	155,1	49,3	31,7
	Mai	158,3	49,9	31,6
	Juin	159,2	48,9	30,7
	Juillet	159,1	49,4	31,0
	Août	154,1	48,2	31,2

	Septembre	151,8	47,8	31,5
	Octobre	125,0	47,3	31,1
	Novembre	155,4	48,7	31,3
	Décembre	154,7	48,3	31,2
1923	Janvier	156,0	46,9	30,1
	Février	157,2	47,6	30,3
	Mars	160,9	49,4	30,7
	Avril	162,5	50,9	31,3
	Mai	159,2	50,7	31,8
	Juin	155,8	49,2	31,6
	Juillet	153,8	46,1	30,0
	Août	151,3	44,8	29.6
	Septembre	155,4	47,3	30,4
	Octobre	156,1	49,4	31,6
	Novembre	161,7	53,7	33,2
	Décembre	164,3	54,3	33,0

La dispersion relative a été très constante pendant la période de stabilité des prix, et même, en août 1923, le coefficient de variation (29,6 %) est inférieur à sa valeur d'avant-guerre (30,1 %). M. Norman Crump a encore étudié la dispersion des prix relatifs rapportés chaque mois, non plus à 1913 comme base fixe, mais au mois correspondant de l'année précédente, ou au mois précédent. La dispersion trouvée est naturellement beaucoup plus faible que dans le cas de la base fixe.

Répondant à l'appel de M. Flux, j'ai, à mon tour, étudié la dispersion des prix en France de 1920 à 1924. Les éléments de ce calcul et de ceux de la Section suivante, relative à la distribution des prix, sont les séries de prix réunies par le Federal Reserve Board pour le calcul de la série française des indices qu'il publiait pour permettre la comparaison internationale du mouvement des prix. Ces séries m'ont été obligeamment communiquées par le Federal Reserve Board.

L'indice du Federal Beserve Board pour la France comprend 98 séries de prix. En fait, ces séries comportent quelques lacunes, comme il est inévitable. J'aurais pu ne conserver que les séries complètes, mais cela m'aurait privé de certaines séries relatives à des marchandises très importantes alors que la lacune ne portait que sur un petit nombre de mois. De plus, les résultats que j'aurais obtenus n'auraient pas été strictement comparables aux résultats trouvés par le Federal Reserve Board. J'ai donc préféré employer tous les prix relatifs qu'a employés lui-même le Federal Reserve Board, de sorte que pour chacun des 60 mois considérés j'ai utilisé un nombre de prix variant de 92 à 98 et qui est en moyenne d'environ 95. Le Federal Reserve Board calculant son indice par la méthode de la valeur globale n'a besoin d'employer que les prix absolus. Pour étudier la dispersion et la distribution des prix, j'ai donc dû, préalablement à tout calcul, former les prix relatifs (au nombre de plus de 5700). Ces prix relatifs ont été calculés par rapport aux prix de 1913, qui servent eux-mêmes de base au calcul de l'indice du Federal Reserve Board. Je regrette que les difficultés actuelles d'édition ne me permettent pas de reproduire le tableau de ces prix relatifs, mais je le communiquerai volontiers à toutes les personnes qui désireraient contrôler ou poursuivre mes calculs. On trouvera dans le Federal Reserve Bulletin (n° d'août 1922) ainsi que dans la brochure « Prices in the U. S. and abroad, 1919-1923 », publiée par le Federal Reserve Board, la description détaillée des marchandises utilisées, des sources des cours, etc.

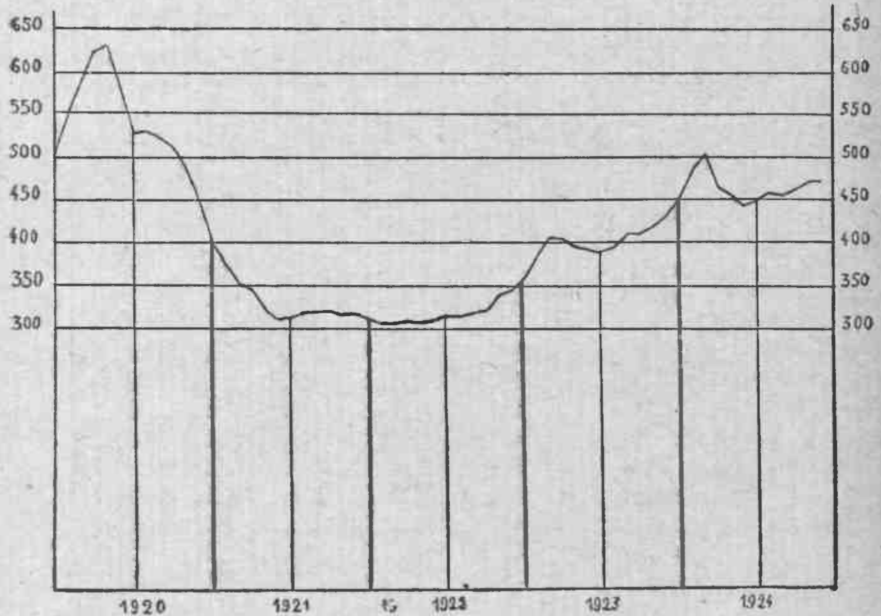
Le tableau suivant indique, pour chacun des mois considérés, la moyenne arithmétique, l'écart quadratique moyen, le coefficient de variation et le coefficient de variation interquartile.

		Moyenne arithmétique	Ecart quadratique moyen	Ecart relatif moyen	Coefficient de variation	Coefficient de variation interquartile
		A	σ	ν	V	r
1920	Janvier	509.0	220,9	33,7	43,4	26,9
	Février	557,3	256,3	34,5	46,0	24,3
	Mars	586,5	266,4	33,9	45,5	25,7
	Avril	625,9	304,5	36,4	48,7	29,6
	Mai	632,3	300,1	37,3	47,5	31,3
	Juin	579,8	281,1	37,7	48,5	33,0
	Juillet	528,6	242,6	36,6	45,9	30,2
	Août	532,0	230,3	35,7	43,3	30,9
	Septembre	527,3	214,4	33,0	40,7	25,3
	Octobre	516,0	201,9	30,4	39,1	24,8
	Novembre	490.2	193,5	29,2	39,4	22,9
	Décembre	447,8	171,2	27,5	38,2	22,4
	Moyenne	544,4	240,3	33,8	43,9	27,3
1921	Janvier	404,2	141,4	25,5	34,9	19,7
	Février	376,6	131,7	27,2	35,1	21,3
	Mars	355,1	134,1	28,8	37,8	22,2
	Avril	347,3	133,2	28,9	38,4	23,4
	Mai	324,8	114,6	27,5	35,3	24,1
	Juin	315,4	114,9	28,5	36,5	22,1
	Juillet	314,7	115,0	29,2	36,9	23,6
	Août	321,0	119,7	29,4	37,3	21,4
	Septembre	322,5	113,1	28,0	35,5	23,9
	Octobre	324,0	108,6	27,2	33,9	24,1
	Novembre	320,5	112,5	28,2	35,4	23,5
	Décembre	318,8	110,1	27,2	34,8	22,3
	Moyenne	337,1	120,7	28,0	36,0	22,6
1922	Janvier	314,8	109,2	26,6	35,0	19,5
	Février	309,2	103,6	27,9	33,9	23,5
	Mars	306,2	103,8	26,4	34,4	21,9
	Avril	310,9	107,2	26,4	35,1	20,9
	Mai	309,4	106,7	26,4	35,0	18,3
	Juin	311,0	110,3	26,9	35,8	19,4
	Juillet	317,8	115,6	27,6	36,6	21,5
	Août	319,2	121,3	27,8	37,8	18,7

	Septembre	321,0	121,8	27,8	37,7	18,5
	Octobre	324,9	128,5	29,0	39,7	20,9
	Novembre	341,2	147,4	30,9	43,3	20,0
	Décembre	347,9	149,0	30,7	42,8	21,5
	Moyenne	319,5	118,7	27,9	37,3	20,4
1923	Janvier	360,6	157,8	32,4	43,8	16,9
	Février	388,4	172,8	32,0	44,5	24,1
	Mars	411,4	183,9	32,2	44,7	20,7
	Avril	407,9	185,0	30,9	45,4	17,9
	Mai	399,1	175,2	30.8	43,9	20,5
	Juin	395,6	161,4	30,0	40,8	20,7
	Juillet	394,6	163,6	30,5	41,5	20,6
	Août	398,0	153,6	28,5	38,6	18,0
	Septembre	413,3	167,1	28,9	40,3	17,7
	Octobre	414,4	167,7	29,7	40,5	18,3
	Novembre	423,0	173,8	30,8	41,1	20,4
	Décembre	436,0	184,5	31,4	42,3	20,6
	Moyenne	403,6	170,5	30,7	42,2	19,7
1924	Janvier	457,9	203,0	32,9	44,3	23,1
	Février	488,4	227,0	34,9	46,5	25,8
	Mars	509,2	225,7	33,1	44,3	22,5
	Avril	445,6	184,4	30,9	41,5	22,4
	Mai	433,0	173,5	30,6	40,1	25,0
	Juin	446,3	185,1	30,7	41,5	21,1
	Juillet	449,6	183,5	30,1	40,8	22,9
	Août	459,7	190,4	30,0	41,4	23,7
	Septembre	457,7	181,7	29,4	39,7	23,7
	Octobre	465,0	181,3	29,6	39,0	25,7
	Novembre	472,3	187,7	29,7	39,7	21,8
	Décembre	474,6	192,6	29,8	40,6	21,8
	Moyenne	463,3	193,0	31,0	41,6	23,3

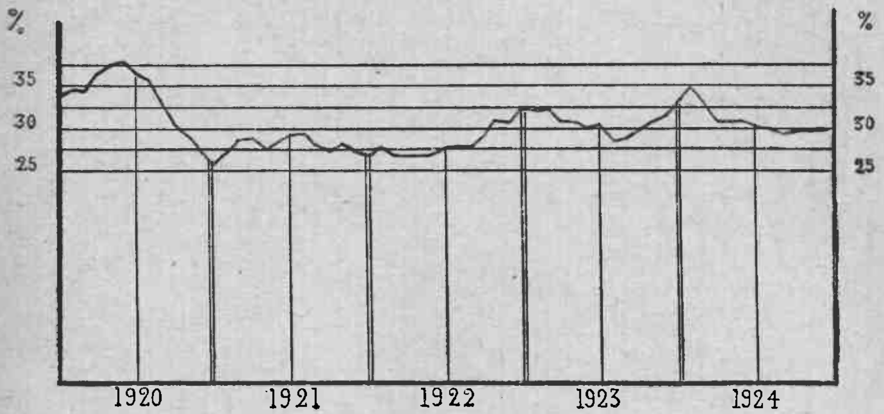
Ces chiffres montrent une dispersion relative moyenne, pour l'ensemble des 5 années étudiées, de 30,3 % si on l'exprime par l'écart relatif moyen, de 40,2 % si on l'exprime par le coefficient de variation de l'écart quadratique. Les variations de cette dispersion seront plus faciles à étudier sur les graphiques correspondant au tableau précédent.

Le graphique n° 1 montre la variation des prix, exprimée par la moyenne arithmétique simple des prix relatifs : hausse rapide pendant les 4 premiers mois de 1920, puis chute rapide et profonde de mai 1920 à juin 1921, coupée par un court palier de juillet à septembre 1920, puis stabilisation des prix à un niveau environ trois fois plus élevé qu'avant la guerre; la stabilité persiste pendant le 2e semestre de 1921, puis mouvement général de hausse jusqu'à la fin de la période étudiée, coupée par des crochets brusques de hausse au début de 1923 et au début de 1924.



gr. n°1. Moyenne arithmétique simple

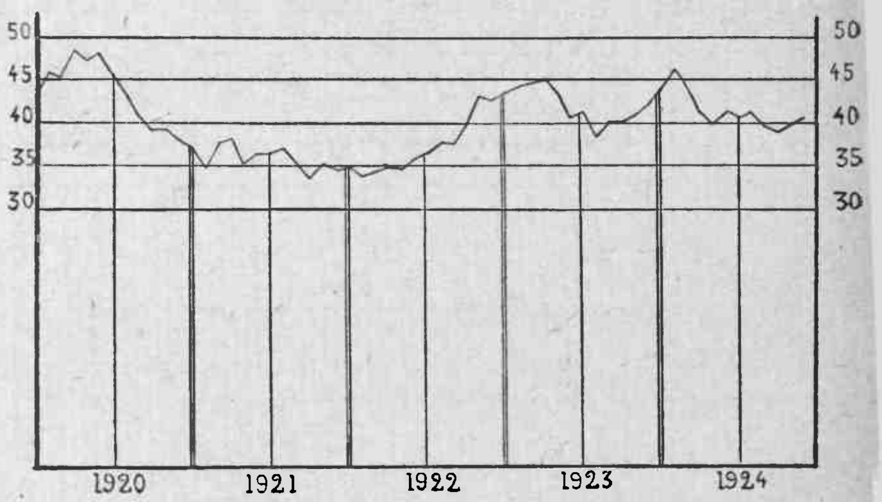
Le graphique n° 2 indique la variation de l'écart relatif moyen. Cette variation présente de grandes analogies avec celle des prix : on y retrouve en effet la hausse des 5 premiers mois de 1920, suivie de la même baisse rapide et forte; la stabilité du 2ᵉ semestre 1921 (vers la valeur 27,5 %), les crochets de hausse du début de 1923 et du début de 1924. Mais il y a quelques différences de détail : la stabilité est acquise dès le début de 1920 (au lieu de juin 1921 seulement pour les prix); le crochet de 1923 est moins aigu; il n'y a pas, à



gr. n° 2 V (écart relatif moyen)

partir du 2ᵉ semestre 1922, une tendance continue à la hausse; on constate seulement que l'écart relatif moyen, après les crochets du début de 1923 et de 1924, ne diminue pas tout à fait autant qu'il avait augmenté. Dans l'ensemble toutefois on peut dire que les analogies entre les deux courbes l'emportent nettement sur les différences.

Le graphique n° 3 montre les variations du coefficient de variation de l'écart quadratique moyen. Ce graphique est très peu différent du graphique n° 2. Il présente néanmoins un aspect un peu plus irrégulier; les crochets de hausse du début de 1923 et de 1924 sont plus importants que ceux du graphique n° 2, de sorte qu'en 1923 et 1924, le coefficient de variation se rapproche davantage des valeurs élevées du 1ᵉʳ semestre 1920, que ne le fait l'écart relatif moyen. Pour le coefficient de variation, comme pour les prix eux-mêmes, on constate : hausse rapide jusqu'en mai 1920, puis baisse rapide et prononcée, stabilité (vers la valeur 35 %) à partir du début de 1921, hausse à partir du milieu de 1922, avec



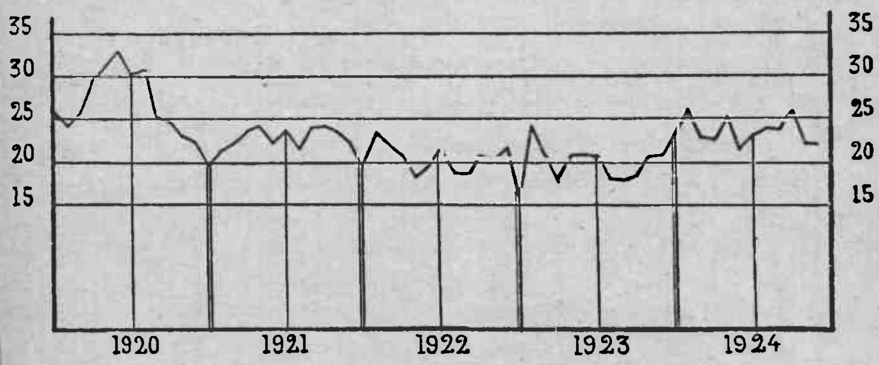
gr. n° 3 : V (coeff. de variation)

deux poussées de hausse plus rapide, suivies de diminutions, au début de 1923 et de 1924.

Enfin le graphique n° 4 indique les variations du coefficient de variation interquartile. Des caractéristiques des graphiques précédents, on ne retrouve plus que le mouvement de hausse du début de 1920 et la baisse consécutive, mais à partir de 1921, le graphique offre l'aspect de dents de scie qui traduit l'irrégularité des variations du coefficient interquartile.

De l'étude qui précède, on peut tirer les conclusions générales suivantes, au sujet de la dispersion des prix en

France de 1920 à 1924 : non seulement la dispersion absolue des prix augmente et diminue en même temps que ceux-ci, ce qu'il était facile de prévoir, mais la dispersion *relative* des prix elle-même a une tendance générale à augmenter et à



gr. n°4 : v (coeff de var.on interq.le)

diminuer en même temps que les prix eux-mêmes. On trouve une dispersion relative moyenne de 40 % (exprimée par le coefficient de variation), alors que la dispersion relative moyenne des prix en Grande-Bretagne pendant la même période paraît avoir été d'environ 30 %. Il est difficile de dire si cette dispersion relative est plus ou moins forte qu'avant la guerre, car on ne dispose pour la période antérieure à 1914 que de chiffres peu nombreux, isolés, peu comparables les uns aux autres, calculés sur un nombre insuffisant de séries de prix.

Au point de vue de l'emploi des coefficients statistiques, on notera que le coefficient de variation interquartile est à rejeter, parce qu'on n'en peut tirer aucune indication utile. Si l'on tient à la rapidité du calcul et si l'on n'a pas besoin, pour d'autres recherches, de l'écart quadratique moyen, on peut se contenter de calculer l'écart relatif moyen, ce qui dispense de former le carré des écarts. Dans le cas général, on devra donner la préférence au coefficient de variation de l'écart quadratique moyen, V.

Section 2

La distribution des prix relatifs autour de leur moyenne

L'étude précédente a montré qu'à chaque instant les prix relatifs des diverses marchandises prennent des valeurs très différentes les unes des autres par suite de l'action des forces propres à chacune des marchandises considérées. Est-il possible, par un procédé quelconque, d'éliminer les variations dues à l'action de ces forces spéciales pour ne laisser comme résidu que le résultat des forces universelles ou communes ?

« Supposons, écrit le professeur Bowley (1), que les changements dans un groupe de quantités soient déterminés par une force générale agissant sur toutes dans le même sens, c'est-à-dire tendant à les augmenter ou diminuer toutes, et par plusieurs autres forces, dont chacune agit sur une quantité ou sur quelques-unes, et dont certaines tendent à augmenter, d'autres à diminuer les quantités qu'elles affectent ; ainsi, parmi les forces spéciales, certaines tendront à augmenter, les autres à diminuer la moyenne, tandis que la force générale aura un effet cumulatif d'augmentation ou de diminution de la moyenne. Si les effets séparés des forces spéciales sont faibles par rapport à leur nombre, elles tendront à se neutraliser mutuellement dans leur action sur l'indice, et le changement de la moyenne montrera seulement l'influence de la cause générale ».

La conception monétaire des nombres indices du mouvement des prix repose entièrement sur la notion de la

(1) Elements of Statistics, 4e éd., p. 199.

compensation des effets des forces spéciales agissant sur les divers éléments de l'indice. Cette notion de la compensation des variations individuelles des prix a été mise en évidence pour la première fois par Jevons. Le Professeur Edgeworth l'a reprise dans son premier memorandum pour l'Association britannique pour l'Avancement des Sciences (1).

Le professeur Edgeworth compare la détermination de l'indice basé sur l'hypothèse qu'il y a un effet mesurable dû à des causes agissant sur tous les prix ou au moins sur les prix d'un groupe considérable de biens, à la découverte du mouvement propre du système solaire au moyen du mouvement apparent des étoiles. Pour lui, « le problème ainsi conçu appartient à la haute branche du calcul des probabilités qui peut être appelée la théorie des erreurs ». De même M. Flux (2) assimile le calcul de ce type d'indice à la détermination du centre d'une cible, ou bien, ce centre étant connu, de la force du vent, à partir des points d'impact d'un certain nombre de balles sur la cible. Dans l'un et l'autre cas, il y a un certain nombre de données dispersées (les différents mouvements apparents des étoiles ou les différents points d'impact) et une cause commune à mesurer à partir de ces données.

La théorie des erreurs a été surtout développée par les astronomes. Quand on procède à une observation astronomique, la valeur trouvée est inévitablement erronée, même si l'on élimine toutes les causes d'erreur systématique. Pour trouver la vraie valeur, on fait un certain nombre d'observations et on en prend la moyenne arithmétique. Peut-on assimiler la vraie position d'une étoile à la cause commune qui agit sur les prix, et les erreurs commises dans l'observation de l'étoile aux effets des causes de variation propres à

(1) Papers, pp. 233 et suivantes.
(2) R. S. S., 1921, p. 178.

chaque marchandise ? Tel est le problème important qui se pose à nous.

Si l'on peut légitimement assimiler les variations dans les prix aux erreurs d'observation, on en déduira immédiatement la formule à adopter pour le calcul du nombre indice du mouvement des prix. Il est à ce sujet une règle sur laquelle M. March (1) a insisté avec raison, car elle surprend facilement les esprits peu familiarisés avec le calcul des probabilités, et en particulier avec la théorie des erreurs qui serait à appliquer ici. C'est qu'une mesure de la tendance commune d'après une seule marchandise mérite qu'on lui accorde autant d'importance qu'à un grand nombre de mesures faites sur une autre marchandise, si la première mesure est faite avec suffisamment de soin. La seule cause qui puisse faire varier l'importance à attribuer à une observation d'un phénomène, c'est la précision de cette observation.

Ainsi, dans un indice du type monétaire, on n'a pas à tenir compte de l'importance économique, mais seulement de l'importance « statistique », pourrait-on dire, des diverses marchandises. Certains esprits sont choqués par le fait que l'on donne la même importance au poivre qu'au blé, à l'indigo qu'au fer. Que le blé soit économiquement plus important que le poivre, nul ne le conteste. Mais il n'est pas du tout certain (2) que l'on puisse déterminer avec autant de précision le prix moyen d'une marchandise qui fait l'objet d'un large marché, peut présenter des qualités extrêmement variées et donner lieu à des négociations hors Bourse beaucoup plus importantes que les transactions régulièrement enregistrées dans les Bourses de marchandises ou par les journaux spéciaux, que celui d'une marchandise beaucoup moins importante, mais dont les qualités sont nettement échantil-

(1) Notamment dans Metron, 1921.
(2) Cf. March, art. cité, p. 81.

lonnées et qui passe par un très petit nombre de mains. Donc, au point de vue de la précision même de la mesure, rien ne prouve que le blé soit supérieur au poivre, peut-être même est-ce l'inverse. Mais il y a plus : le prix du blé, même supposé exactement connu, ne doit être considéré que comme une observation du phénomène qu'on veut mesurer, la tendance commune. Or rien ne prouve a priori que le blé reflète mieux la tendance commune que le poivre. Il y a peut-être des marchandises pour lesquelles les causes propres de variation sont très faibles par rapport à la tendance commune, des marchandises pour lesquelles l'offre et la demande sont sensiblement constantes, qui ne sont pas sujettes à des mouvements spéculatifs. D'autres au contraire ont d'importantes causes propres de variation. Dans le problème qui nous occupe, le prix relatif des marchandises de la première catégorie devra recevoir un poids beaucoup plus élevé que le prix relatif des marchandises de la seconde catégorie.

Comment peut-on tenir compte de la sensibilité variable qu'ont les différentes marchandises à l'égard des influences d'ordre général agissant sur les prix ? On peut le faire par des raisonnements théoriques a priori, mais cette méthode ne paraît guère applicable que négativement pour éliminer d'un indice du type dit « monétaire » les marchandises dont les prix sont sensibles surtout, ou même uniquement, aux causes de variation qui leur sont propres. Il faut en effet, comme le recommande le professeur Edgeworth, éliminer « toutes les classes d'observations que l'on sait être affectées d'une erreur constante, d'une tendance uniforme de sens donné. On suppose naturellement que l'on ne connaît que l'existence de l'erreur et non sa valeur ». C'est là d'ailleurs l'application pure et simple des règles de la théorie des erreurs, en vertu desquelles on doit corriger toutes les erreurs systématiques, ou, si c'est impossible, éliminer toutes les observations entachées d'erreurs systématiques, avant de prendre la moyenne des observations.

On peut également calculer empiriquement les poids à attribuer aux différentes marchandises en fonction de leur sensibilité relative aux influences générales et aux influences particulières. C'est ce que semble avoir eu en vue le professeur Edgeworth quand il proposait dans son premier Memorandum d'attacher moins de poids aux observations appartenant à une classe sujette à une large déviation par rapport à la moyenne. Le passage est un peu obscur; il a donné lieu par la suite à une très vive controverse entre M. Correa Moylan Walsh et le professeur Edgeworth, mais cette controverse n'a pas contribué à éclaircir la question, au contraire. En tout cas, ce n'est pas un poids inversement proportionnel à la fluctuation propre de la marchandise considérée qu'il faudrait lui attribuer; l'importance à lui accorder comme « baromètre » de la variation générale des prix ne doit pas être proportionnelle à la stabilité de son prix relatif : on voit immédiatement qu'une marchandise dont le prix serait resté par exemple, en France, pendant toute la période que nous avons étudiée, quadruple du prix d'avant-guerre, ne refléterait en rien la variation générale des prix pendant cette période. C'est la stabilité du prix relatif de la marchandise en question *par rapport à la moyenne générale* qu'il faut considérer. Si l'on voulait former actuellement un indice du type monétaire pour la France — en supposant que soit vérifiée l'hypothèse théorique sur laquelle repose tout indice de ce type — on pourrait utiliser de la manière suivante nos séries de prix relatifs : pour chaque série, on formerait les 60 rapports du prix relatif à l'indice général, et dans l'indice monétaire à calculer à l'avenir, on donnerait par exemple à chaque marchandise un poids inversement proportionnel à l'écart quadratique moyen des 60 rapports du prix relatif à l'indice général. On aurait ainsi une pondération proportionnelle à la stabilité relative du prix relatif de chaque marchandise par rapport à l'indice général. Cette méthode suppose que la stabilité en question, telle que les statistiques antérieures nous la révèlent, conservera dans l'avenir la même valeur. Or rien n'est moins certain. Au surplus quelques calculs effectués par le professeur Bowley (1) paraissent bien montrer que cette stabilité est très variable, et que pour chaque marchandise, la sensibilité relative par rapport aux influences générales et aux influences particulières varie pour une même marchandise dans de fortes proportions. La méthode en question n'a donc qu'un intérêt théorique; si j'ai insisté sur elle, c'est pour bien montrer à quel point les indices du type monétaire s'éloignent des indices du type budgétaire.

Ainsi la pondération d'après la sensibilité aux influences générales est pratiquement inapplicable. Si, d'autre part, tous les prix relatifs sont calculés avec la même précision, ou si la précision est inconnue, on est amené à donner une importance égale à tous les prix relatifs. Puisque nous avons admis par hypothèse que les différents prix relatifs étaient assimilables aux différentes observations d'un même phénomène, la formule de l'indice monétaire sera déterminée : en vertu de la théorie des erreurs, cette formule devra être la moyenne arithmétique, et, d'après ce qui vient d'être dit, la moyenne arithmétique simple.

Jusqu'à quel point notre hypothèse est-elle légitime ? Sommes-nous en droit d'appliquer au calcul de l'indice monétaire du mouvement des prix la théorie des erreurs, telle qu'on l'applique couramment par exemple aux observations astronomiques ?

La possibilité d'appliquer à la mesure du mouvement des prix la théorie des erreurs, et plus généralement le calcul des probabilités a fait l'objet de vives controverses. En réalité d'ailleurs la controverse ne porte que sur une question beaucoup plus limitée qu'on ne pourrait le croire en lisant les affirmations très tranchées de certains auteurs. En effet,

(1) London and Cambridge Ec. S., Sp. Memorandum nº 5, 1924.

quelle que soit la formule que l'on considère comme la meilleure pour la mesure du mouvement des prix, il ne peut être question de l'appliquer à *tous* les prix ou même au prix de *toutes les marchandises*. On n'utilisera que le prix de certaines marchandises prises comme échantillons dans l'infinie variété des marchandises. Cet « échantillonnage » inévitable implique l'application du calcul des probabilités et d'ailleurs aucun auteur ne l'a sérieusement contesté (1). Ce qui est formellement et âprement contesté par certains, c'est la possibilité d'appliquer le calcul des probabilités au choix de la formule mathématique de l'indice. Le professeur Allyn Young, rendant compte de l'ouvrage du professeur Irving Fisher sur les nombres indices, écrit (2) : « Le problème des nombres indices, comme M. Correa Moylan Walsh l'a montré, n'entre pas dans le champ de la théorie des erreurs », et le professeur Irving Fisher, répondant au compte-rendu précédent, ajoute : « Le professeur Allyn Young est d'accord avec M. Correa Moylan Walsh et moi-même et d'autres, pour écarter des nombres indices la notion de « probabilité » d'après laquelle la déviation de chaque prix relatif par rapport à la moyenne est regardée comme véritablement analogue aux erreurs de mesure ». De même le professeur J. M. Keynes, dans son Traité de Calcul des Probabilités, écrit : « On peut se demander si les nombres indices représentent réellement des mesures d'une quantité composite, ou s'ils sont des estimations probables de la valeur d'une quantité déterminée, obtenues en combinant un certain nombre d'observations de la valeur de cette quantité, indépendantes les unes des autres. La conception primitive de Jevons d'un indice de la valeur de la monnaie était nettement de ce dernier type. Les travaux modernes sur la question ont été de plus en plus dominés par l'autre conception ».

(1) Même M. Correa Moylan Walsh : Cf. Q. J. E, 1924, p. 517.
(2) Q. J. E., 1923, p. 360

En théorie d'abord, on peut déjà formuler quelques observations importantes. Sans s'étendre ici sur des questions mathématiques assez délicates, on peut dire que le choix de la moyenne arithmétique pour la réduction des erreurs est justifiée quand ces erreurs se conforment à une certaine loi de probabilité, dite loi de Gauss (1). La loi de Gauss elle-même dérive d'une loi des chances, que l'on peut exprimer sous différentes formes : loi des grands nombres, théorème de Bernouilli (2).

La loi de Gauss implique que deux écarts (ou erreurs) égaux et de sens contraire sont également probables, que les écarts les plus petits sont les plus probables, que les écarts importants sont très peu probables. Pour que la loi de Gauss soit applicable aux prix relatifs, ce qui permettrait de compenser l'action des influences particulières, et d'obtenir à l'aide de la moyenne arithmétique des prix relatifs la mesure de l'influence générale, il faudrait en particulier que les écarts des divers prix relatifs par rapport à la moyenne soient très nombreux, très petits et indépendants les uns des autres.

---

(1) D'après la loi de Gauss, la probabilité pour qu'une erreur accidentelle soit comprise entre x et x+dx est $\frac{k}{\sqrt{\Pi}} e^{-k^2x^2} dx$. La probabilité pour que l'écart réduit soit compris entre $-\lambda$ et $+\lambda$ est $\Theta(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\Pi}} \int_{-\lambda}^{+\lambda} e^{-\lambda^2} d\lambda = \frac{2}{\sqrt{\Pi}} \int_0^{\lambda} e^{-\lambda^2} d\lambda$. On appelle courbe en cloche la courbe ayant pour équation $y = \frac{1}{\sqrt{\Pi}} e^{-x^2}$.

(2) D'après le théorème de Bernouilli, la probabilité pour que la différence entre le rapport observé du nombre des événements favorables au nombre des événements défavorables et le rapport théorique des probabilités de ces deux sortes d'événements, soit plus grande en valeur absolue qu'un nombre donné ε, si petit que soit ε, tend vers 0 quand le nombre des épreuves augmente indéfiniment.

D'après la loi des grands nombres, le rapport entre le nombre des événements favorables et le nombre des événements défavorables tend vers le rapport de leurs probabilités quand le nombre des épreuves augmente indéfiniment.

Les résultats de la Section précédente nous ont appris que les écarts en question ne sont pas très petits. Quant aux deux autres conditions, elles sont contradictoires. En effet, tous les prix dépendent les uns des autres par l'intermédiaire de la monnaie, ainsi que M. Divisia l'a fait remarquer (1), car « la somme d'argent qu'un individu affecte à certains achats, il ne peut l'affecter à d'autres ». Mais en dehors même de cette dépendance monétaire, il faut tenir compte de l'existence d'une solidarité économique générale entre les prix des différentes marchandises, non seulement sur un même marché, mais même entre les marchés les plus éloignés. Cette solidarité se manifeste par des relations plus ou moins étroites et en sens divers.

On peut distinguer avec M. Divisia, parmi les variations propres à chaque espèce de marchandises, des variations primaires dues à des causes propres à chacune d'elles, et des variations secondaires dues aux réactions des prix les uns sur les autres, et admettre avec lui que les causes des variations primaires peuvent être considérées comme indépendantes les unes des autres et ayant toutes le caractère d'événements fortuits; mais s'il est possible que les variations primaires soient distribuées suivant la loi de Gauss, il est peu vraisemblable qu'il en soit de même pour les variations secondaires. En effet les variations secondaires peuvent être rangées en trois catégories :

1° la variation du prix d'une marchandise entraîne une variation de même sens pour les succédanés de cette marchandise, pour les produits susceptibles de la remplacer et pour les marchandises dont la première est un des éléments. Il se peut donc que des variations importantes dans le prix de quelques produits seulement entraînent à leur suite des variations de même sens pour un grand nombre d'autres, et si

(1) R. E. P., 1925, p. 859.

ceux-ci n'ont pas des prix relatifs répartis symétriquement autour de la moyenne, il peut en résulter une dissymétrie de la courbe de distribution;

2° la variation du prix d'une marchandise entraîne une variation en sens inverse du pouvoir d'achat restant des consommateurs et par suite du prix des autres marchandises, ce qui peut aussi contribuer à déformer la courbe de distribution;

3° enfin les phénomènes de réaction se propagent de prix en prix de sorte que la variation d'un prix affecte dans des sens différents et dans une faible mesure d'autres prix qui n'ont que des rapports fort lointains avec le premier.

On ne saurait donc s'attendre à ce que les causes secondaires de variation des prix obéissent à la loi de Gauss.

Sur un même marché on pourra donc trouver un petit nombre de marchandises dont les prix varieront, au moins dans les limites de précision de nos mesures, d'une manière indépendante, mais à mesure qu'on voudra augmenter le nombre de ces constituants de l'indice monétaire, on sera obligé d'avoir recours à des marchandises dont les prix varieront en dépendance plus ou moins étroite avec ceux des marchandises déjà comprises. On ne peut donc satisfaire à l'une des conditions relatives au nombre et à l'indépendance des constituants de l'indice monétaire qu'en renonçant à satisfaire à l'autre.

Il y a par suite les raisons théoriques les plus sérieuses de douter a priori que la variation générale des prix puisse être mesurée à partir des variations des prix des différentes marchandises comme on mesure la vraie position d'un astre à partir des différentes observations qui en ont été faites, car il semble peu vraisemblable que les divers prix relatifs se distribuent conformément à la loi de Gauss.

Ces raisons théoriques ne permettent cependant pas de condamner le principe même de l'indice : remarquons d'ailleurs que dans certains cas elles peuvent perdre de leur force par exemple si l'action des causes particulières est négligeable par rapport à celle de la cause générale. Si la loi de Gauss s'appliquait aux prix, elle constituerait un principe de « mécanique économique » (1) d'une portée considérable. Aussi est-il indispensable de vérifier si, en fait, cette loi s'applique ou non aux prix.

Il n'a été procédé jusqu'ici sur ce point qu'à des vérifications tout à fait insuffisantes. J'ai signalé combien les études relatives à la dispersion des prix étaient rares : les études relatives à la distribution des prix sont encore plus rares. Je n'ai à signaler que trois essais de vérification de la loi de Gauss : l'un de M. Wesley Mitchell sur les prix américains, mais dont le principe même ne me semble pas juste, l'autre de M. Norman Crump sur les prix anglais, mais insuffisamment poussé, enfin un essai tenté par M. Lucien March sur trois séries de deux distributions des prix relatifs, pour la France, la Grande-Bretagne et les Etats-Unis.

Le professeur Wesley Mitchell a étudié les fluctuations des prix de 230 marchandises aux Etats-Unis de 1890 à 1913. Il a rangé par ordre de grandeur, pour chacune des 23 années étudiées, les changements de prix par rapport à l'année précédente, en commençant par le pourcentage le plus fort de baisse pour aboutir au pourcentage le plus fort de hausse. La position moyenne des déciles (valeurs qui partagent la liste des pourcentages de variation en dix groupes égaux) est la suivante pour la période 1891-1913 :

Baisse maximum	— 38,0 %
1er décile	— 11,0 %
2e décile	— 6,2 %
3e décile	— 3,5 %
4e décile	— 1,4 %
médiane	+ 0,5 %

(1) Divisia, art. cité, p. 858.

6e décile	+ 2,3 %
7e —	+ 4,3 %
8e —	+ 7,8 %
9e —	+ 14,6 %
hausse maximum	+ 57,0 %

Ainsi 20 %	des variations sont comprises dans un intervalle de	3,6 %
40 %	—	7,8 %
60 %	—	13,9 %
80 %	—	25,7 %
100 %	—	95,1 %

Sans doute ce dernier intervalle est large, mais l'intervalle dans lequel se placent 80 % des variations est déjà beaucoup plus resserré : 25,7 %, soit en moyenne 13 % environ en plus ou en moins. Cet intervalle, qui comprend pourtant les 4/5 des variations est un peu plus petit que celui qui est couvert par le seul dixième qui représente les baisses les plus considérables (27 %), et beaucoup plus petit que l'intervalle couvert par le dixième qui représente les hausses les plus fortes (42,4 %). Les variations des prix par rapport aux prix de l'année précédente sont donc très concentrées. Ainsi que l'exige la loi de Gauss, les petits écarts sont extrêmement nombreux, les grands écarts sont extrêmement rares.

D'autre part, M. Wesley Mitchell a comparé la distribution des 5.578 prix relatifs mesurés, à la distribution normale des phénomènes fortuits. Les conclusions de cette comparaison sont que : 1° les deux formes de distribution, réelle et normale, sont du même type; 2° la concentration autour de la tendance centrale est plus grande dans la distribution réelle que dans la distribution normale; 3° les variations extrêmes divergent plus par rapport à la tendance centrale dans la distribution réelle que dans la distribution normale; 4° la distribution réelle n'est pas symétrique, les fortes hausses sont supérieures en valeur absolue aux fortes baisses (hausse maximum 103,3 %; baisse maximum 54,6 %).

Ces constatations ne sont pas sans intérêt, mais elles appellent deux critiques : d'une part la distribution a été étudiée par rapport au chiffre 100 pris pour base et non par rapport à la moyenne, et une partie de la dissymétrie trouvée est due à ce mode défectueux d'expression; d'autre part l'étude faite ne pouvait renseigner que sur la valeur de la moyenne des 5.578 prix relatifs, et non sur la valeur des 23 moyennes annuelles, et même si l'on avait trouvé que l'ensemble de ces 5.578 prix relatifs se conforme à la loi de Gauss, cela n'aurait pas prouvé que les 23 séries de prix s'y conforment également.

M. Wesley Mitchell a étudié ensuite les variations des prix par rapport à ceux d'une année fixe choisie pour base. Il a comparé successivement à la distribution normale des phénomènes fortuits la distribution des pourcentages de variation de 241 prix relatifs relevés en 1913 par rapport à 1912, puis la distribution des pourcentages de variation de ces mêmes prix par rapport aux prix moyens de la période 1890-1899. Il a constaté très nettement que la première distribution était de la même forme que la distribution normale, tout en étant moins régulière, ce qui se comprend puisqu'elle ne porte que sur 241 observations — mais au contraire que la seconde distribution est de forme tout à fait différente, oblongue et non plus en forme de cloche; que de plus elle n'a aucune tendance centrale prononcée, et qu'il n'y a pas de concentration marquée, ni autour de la moyenne arithmétique (+30,4 %), ni autour de la médiane (26 %); enfin qu'il y a une différence considérable entre la hausse maximum (+234,5 %) et la baisse maximum (—52,2 %).

Sans doute le professeur Edgeworth a démontré que cette conclusion n'était pas forcément en contradiction avec l'hypothèse que les prix relatifs d'une année comparée à la précédente se distribuent autour de leur moyenne conformément à la loi de Gauss, mais la question n'en était pas moins de savoir si une distribution donnée était ou non conforme à la loi de Gauss; pour la distribution étudiée, la réponse est *négative*. Naturellement on ne saurait conclure de cet essai isolé que la réponse sera toujours négative.

M. Norman Crump a d'autre part construit les diagrammes de fréquence des prix moyens du 1er semestre 1923 comparés aux prix de 1913, pour les marchandises entrant dans la constitution des trois indices anglais du Financial Times, de l'Economist et du Board of Trade. Seul le diagramme relatif à l'indice du Board of Trade présente une assez grande ressemblance avec la courbe de Gauss. En tout cas les trois diagrammes sont nettement dissymétriques. Ils suggèrent, ajoute M. Norman Crump, que pour que la distribution soit régulière, il faut que l'indice comprenne au moins 100 marchandises.

Enfin M. Lucien March, qui a cherché à justifier dans ses travaux le principe de l'indice monétaire, s'est efforcé d'en démontrer la légitimité en fait, c'est-à-dire de prouver que les prix relatifs se distribuent bien autour de leur moyenne conformément à la loi de Gauss. La méthode qu'il a suivie est excellente : la loi de Gauss nous donne la probabilité pour qu'un écart soit inférieur à t fois l'écart quadratique moyen (1), ou ce qui revient au même, pour 100 événements fortuits, le nombre théorique d'événements pour lesquels l'écart par rapport à la moyenne est inférieur à t fois l'écart quadratique moyen, ou est compris entre t_1 et t_2 fois cet écart. Pour savoir si les prix relatifs se conforment à la loi de Gauss, il suffit donc de comparer le nombre des écarts compris entre t_1 et t_2 fois l'écart quadratique moyen à ce que serait ce nombre d'après la loi de Gauss. C'est ce qu'a fait M. Lucien March (2); malheureusement sa vérifi-

(1) Cette probabilité est définie par $\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du.$

(2) Metron, 1921, p. 82

cation a été limitée à six séries, et la plupart de ces séries ne comprennent qu'un nombre insuffisant de prix relatifs.

Distribution des prix relatifs comparée à la distribution de 100 *événements fortuits l'écart quadratique moyen étant pris pour unité*

Limite des écarts positifs ou négatifs à partir de la moyenne	Nombre théorique normal	France 1913	France déc. 1919	Grande Bretagne 1913	Grande Bretagne déc. 1919	Etats-Unis 1913	Etats-Unis déc. 1919
0,1	8 (1)	20	13	7	16	6	2
0,2	16	25	19	27	24	12	27
0,3	24	40	30	36	37	18	32
0,4	31	49	37	43	39	30	41
0,5	38	54	44	45	40	37	48
0,6	45	58	54	52	50	45	57
0,7	52	62	59	55	64	51	63
0,8	58	67	63	62	69	58	70
0,9	63	71	70	62	70	62	77
1,0	68	71	76	69	70	67	82
1,5	87	83	90	93	87	88	89
2,0	95	94	94	100	94	95	98
3,0	100	98	98	100	100	99	98

M. March conclut de ce tableau que « les écarts se distribuent de façon voisine de la normale ». Cette conclusion n'est exacte qu'en ce qui concerne la distribution des prix relatifs américains en 1909. Les cinq autres distributions s'écartent sensiblement de la distribution normale; tout ce que l'on peut dire, c'est que, comme le professeur Wesley Mitchell l'avait déjà constaté, la concentration est plus forte que la

(1) Les nombres théoriques indiqués par M. March se rapportaient par erreur à la fonction $\Theta(\lambda)$ dans laquelle on prend pour unité le module et non l'écart quadratique moyen.

normale dans les bandes voisines de l'origine et dans les bandes extrêmes.

J'ai à mon tour appliqué la méthode de M. Lucien March et étendu la vérification aux soixante distributions d'une centaine de prix relatifs dont je disposais grâce à l'obligeance du Federal Reserve Board. Pour les mêmes raisons que dans mon étude de la dispersion, j'ai estimé préférable de tenir compte de la totalité des données relatives aux prix qui m'étaient ainsi fournies et qui avaient effectivement servi au calcul de l'indice du Federal Beserve Board, bien que certaines des séries présentassent des lacunes. D'autre part il est incontestable que certaines séries sont en corrélation étroite avec d'autres, et par suite que certains des prix relatifs ne satisfont pas à la condition d'indépendance qu'exige la loi de Gauss. Mais pour ne conserver que les séries indépendantes, il aurait fallu ou procéder arbitrairement à ce choix ou calculer la corrélation entre les différentes séries, ce qui aurait entraîné à de longs calculs et aurait laissé malgré tout une certaine part à l'arbitraire. Bien que les inconvénients de cette méthode soient plus graves pour les calculs de distribution que pour ceux de dispersion, j'ai cependant conservé toutes les séries de prix dont je disposais.

Pour étudier la distribution des prix relatifs en France de 1920 à 1924 et rechercher si cette distribution est ou non conforme à la loi de Gauss, j'ai donc fait les opérations suivantes : j'ai calculé pour chacune des soixante distributions mensuelles, comprenant de quatre-vingt douze à quatre-vingt dix-huit prix relatifs par suite des lacunes des statistiques de prix, l'écart quadratique moyen, puis compté le nombre des écarts compris entre n/10es et n+1/10es de l'écart quadratique moyen, et comparé le nombre ainsi trouvé au nombre qu'on aurait dû trouver si les prix relatifs étaient distribués autour de leur moyenne conformément à la loi de Gauss. Ce dernier nombre était obtenu en tenant compte du nombre total des prix relatifs de chaque série (soit de 92 à 98) à l'aide de tables de la fonction $\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$, calculées par le Dr Sheppard (1). Le nombre théorique et le nombre constaté d'écarts compris dans les bandes éloignées de l'origine auraient été si faibles qu'il a été jugé nécessaire d'élargir les bandes en question : on a donc considéré, à partir de 1,6 fois l'écart quadratique moyen, les écarts compris entre 1,6 et 1,8, 1,8 et 2,0, 2,0 et 2,5 fois l'écart quadratique moyen et enfin les écarts supérieurs à 2,5 fois l'écart quadratique moyen.

On a formé ensuite le rapport du nombre des écarts constatés au nombre théorique, pour chacune des soixante distributions et pour chacune des vingt bandes considérées (+∞ à + 2,5; + 2,5 à 2,0; + 2,0 à + 1,8; + 1,8 à + 1,6; + 1,6 à + 1,5; ...... + 0,2 à + 0,1; + 0,1 à 0; 0 à — 0,1; — 0,1 à — 0,2......; — 1,5 à — 1,6; — 1,6 à — 1,8; — 1,8 à — 2,0; — 2,0 à — 2,5; — 2,5 à — ∞ fois l'écart quadratique moyen). Les rapports ainsi trouvés expriment dans quelle mesure la distribution réelle est conforme à la distribution théorique de Gauss : on les appellera « coefficients de conformité ». Les coefficients de conformité mensuels ayant été ainsi calculés, on en a formé la moyenne pour chaque bande par trimestre, puis par an, enfin pour l'ensemble des cinq années étudiées.

Examinons d'abord les chiffres relatifs à l'ensemble des cinq années

(1) Biometrika, vol. II, partie II, reproduit par Bowley, Elements of Statistics, 4e éd., p. 271.

Rapport entre le nombre des écarts constatés et le nombre théorique

			%
Écarts inférieurs eu valeur absolue à	0,1		108,9
Écarts compris en valeur absolue entre	0,1 et 0,2	fois l'écart quadratique moyen	114,5
	0,2 et 0,3		114,0
	0,3 et 0,4		115,2
	0,4 et 0,5		113,0
	0,5 et 0,6		102,8
	0,6 et 0,7		109,0
	0,7 et 0,8		101,2
	0,8 et 0,9		103,0
	0,9 et 1,0		87,4
	1,0 et 1,1		86,6
	1,1 et 1,2		83,3
	1,2 et 1,3		95,6
	1,3 et 1,4		82,1
	1,4 et 1,5		74,9
	1,5 et 1,6		67,0
	1,6 et 1,8		63,1
	1,8 et 2,0		62,6
	2,0 et 2,5		83,0
Écarts supérieurs en valeur absolue à	2,5		188,7

On retrouve bien les phénomènes généraux constatés par le professeur Wesley Mitchell : dans les bandes centrales — c'est-à-dire autour de la moyenne — les prix relatifs sont sensiblement plus nombreux que ne le comporte la loi de Gauss; de même les écarts considérables sont plus nombreux que d'après la loi de Gauss; donc concentration aux environs de la moyenne, et divergences extrêmes plus fortes que pour les phénomènes fortuits régis par la théorie des probabilités; notons que le maximum de la concentration n'est pas atteint dans la bande la plus centrale, aux environs immédiats de la moyenne.

Les conclusions sont toutes différentes si l'on ne se borne pas à considérer les écarts en valeur absolue, mais si l'on prend les écarts avec leur signe. Dans le tableau ci-dessous on a examiné les mêmes bandes que précédemment, mais en séparant les écarts en plus par rapport à la moyenne, des écarts en moins, et comparé les nombres constatés aux nombres théoriques pour 10.000 écarts en tout.

			Rapport entre le nombre des écarts constatés et le nombre théorique	Nombre théorique (pour 10.000 écarts)	Nombre constaté (pour 10.000 écarts)
			%		
Ecarts en plus supérieurs à	+ 2,5		375,8	62	233
Ecarts en plus compris entre	+ 2,0 et + 2,5	fois l'éc. quadr. moyen	166,0	166	220
	+ 1,8 et + 2,0		98,6	131	129
	+ 1,6 et + 1,8		77,2	189	146
	+ 1,5 et + 1,6		77,5	120	93
	+ 1,4 et + 1,5		92,2	140	129
	+ 1,3 et + 1,4		80,2	160	128
	+ 1,2 et + 1,3		81,6	183	149
	+ 1,1 et + 1,2		72,8	206	150
	+ 1,0 et + 1,1		72,8	230	167
	+ 0,9 et + 1,0		48,9	254	124
	+ 0,8 et + 0,9		60,5	278	168
	+ 0,7 et + 0,8		60,9	301	183
	+ 0,6 et + 0,7		57,1	323	185
	+ 0,5 et + 0,6		55,6	342	191
	+ 0,4 et + 0,5		64,9	361	234
	+ 0,3 et + 0,4		68,0	375	255
	+ 0,2 et + 0,3		90,5	386	349
	+ 0,1 et + 0,2		90,8	395	359
Ecarts en plus inférieurs à	+ 0,1		105,4	398	419
Ecarts en moins supérieurs à	— 0,1		112,4	398	447
Ecarts en moins compris entre	— 0,1 et — 0,2		138,2	395	546
	— 0,2 et — 0,3		137,8	386	532
	— 0,3 et — 0,4		162,4	375	609
	— 0,4 et — 0,5		161,1	361	582
	— 0,5 et — 0,6		150,1	342	513
	— 0,6 et — 0,7		160,8	323	520
	— 0,7 et — 0,8		141,5	301	426
	— 0,8 et — 0,9		145,5	278	405
	— 0,9 et — 1,0		125,8	254	320
	— 1,0 et — 1,1		100,3	230	231
	— 1,1 et — 1,2		93,4	206	192

	– 1,2 et – 1,3	109,5	183	200
	– 1,3 et – 1,4	84,1	160	135
	– 1,4 et – 1,5	57,5	140	81
	– 1,5 et – 1,6	56,6	120	68
	– 1,6 et – 1,8	48,9	189	93
	– 1,8 et – 2,0	26,8	131	35
	– 2,0 et – 2,5	32,4	166	54
Ecarts en moins inférieurs à	– 2,5	1,6	62	1

Pour se rapprocher de la forme sous laquelle on présente habituellement les distributions théoriques ou normales, on a transformé le tableau précédent de manière à comparer le nombre des écarts constatés au nombre théorique, non plus pour les écarts compris entre telle et telle fraction de l'écart quadratique moyen, mais pour les écarts inférieurs à une fraction donnée de cet écart.

			Nombre théorique	Nombre constaté
Ecarts positifs inférieurs à	+ ∞	fois l'écart quadratique moyen	5000	4013
	2,5		4938	3780
	2,0		4772	3560
	1,8		4641	3431
	1,6		4452	3285
	1,5		4332	3192
	1,4		4192	3062
	1,3		4032	2934
	1,2		3849	2785
	1,1		3643	2635
	1,0		3413	2467
	0,9		3159	2343
	0,8		2881	2175
	0,7		2580	1992
	0,6		2257	1807
	0,5		1915	1617
	0,4		1554	1382
	0,3		1179	1127
	0,2		793	778
	0,1		398	419

Ecarts négatifs inférieurs en valeur absolue à	0,1	fois l'écart quadratique moyen	398	447
	0,2		793	993
	0,3		1179	1525
	0,4		1554	2134
	0,5		1915	2716
	0,6		2257	3229
	0,7		2580	3749
	0,8		2881	4175
	0,9		3159	4579
	1,0		3643	5130
	1,1		3413	4899
	1,2		3849	5322
	1,3		4032	5522
	1,4		4192	5657
	1,5		4332	5737
	1,6		4452	5805
	1,8		4641	5898
	2,0		4772	5933
	2,5		4938	5986
	— ∞		5000	5987

On voit aussitôt combien la distribution réelle moyenne diffère de la distribution normale, conforme à la loi de Gauss. Le premier caractère qui saute aux yeux, c'est l'inégalité entre le nombre des écarts en plus et celui des écarts en moins : pour 10.000 écarts, il y a 4.013 écarts en plus, soit 80,26 % du nombre théorique, et 5.987 écarts en moins, soit 119,74 % du nombre théorique.

Les écarts en plus sont cependant plus nombreux que d'après la loi de Gauss dans la bande immédiatement voisine de 0, mais aussitôt après, le pourcentage du nombre constaté par rapport au nombre théorique diminue rapidement, quoique assez irrégulièrement ; pour la bande 0,9 à 1,0 il tombe à 48,9, puis il se relève un peu, atteint brusquement 98,6 pour la bande 1,8 à 2,0, 166,0 pour la bande 2,0 à 2,5 et 375,8 pour la bande 2,5 à ∞. Ainsi les écarts en plus sont dans l'ensemble beaucoup moins nombreux que pour les phénomènes fortuits, sauf les petits écarts (inférieurs au dixième de l'écart quadratique moyen) qui sont aussi nombreux que pour les phénomènes fortuits, et les écarts très grands, qui sont évidemment peu nombreux au point de vue absolu, mais qui sont beaucoup plus nombreux que pour les phénomènes fortuits.

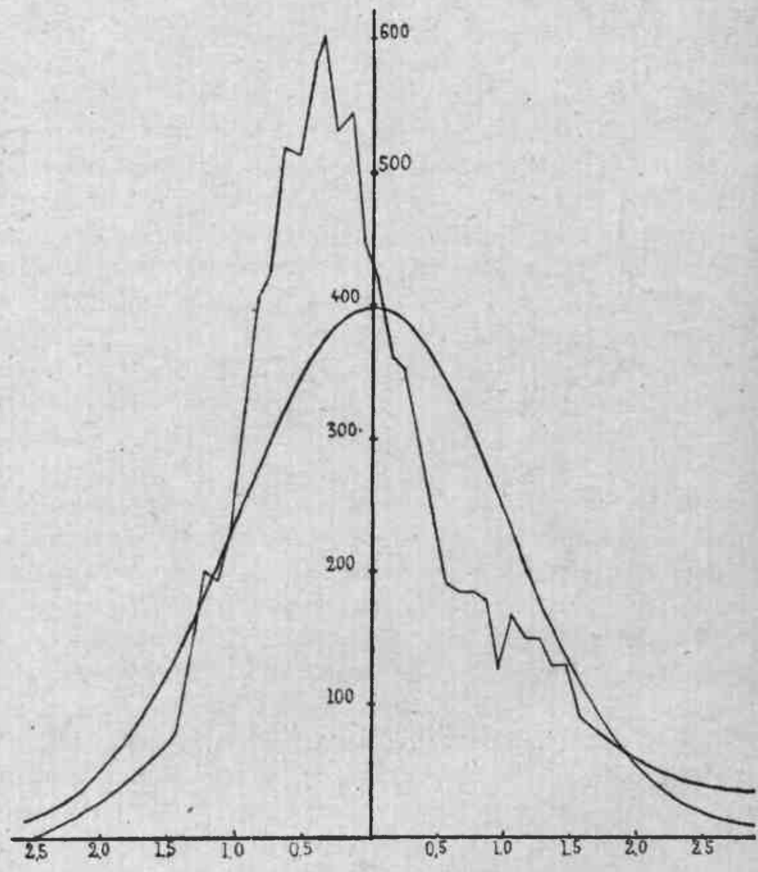
Pour les écarts en moins, au contraire, ils sont sensiblement plus nombreux dans l'ensemble que pour les phénomènes fortuits, mais seulement pour les petits écarts et plus encore pour les écarts moyens (entre 0,3 et 0,7 fois l'écart quadratique moyen), mais les écarts importants sont beaucoup moins nombreux que pour les phénomènes fortuits : pour 10.000 écarts, on ne trouve que 90 écarts en moins supérieurs en valeur absolue à 1,8 fois l'écart quadratique moyen au lieu de 359 pour les événements fortuits; on ne trouve qu'un écart supérieur à 2,5 fois l'écart quadratique moyen au lieu de 62.

On ne retrouve donc dans la distribution réelle moyenne à peu près aucune des caractéristiques de la distribution théorique des phénomènes fortuits. On s'en rendra facilement compte sur le graphique n° 5 où sont tracés la courbe en cloche de Gauss et le diagramme moyen de fréquence des écarts des prix relatifs par rapport à leur moyenne arithmétique. On notera que ce diagramme est obtenu en prenant la moyenne des 60 diagrammes mensuels de fréquence, et non à partir des écarts des 5.713 prix relatifs par rapport à leur moyenne (cette dernière méthode étant celle qu'a appliquée le professeur Wesley Mitchell, à tort selon moi).

Examinons maintenant les cinq distributions annuelles moyennes. Pour chacune d'elles, le pourcentage du nombre des écarts compris dans chaque bande par rapport au nombre théorique a les valeurs indiquées dans le tableau ci-après (1). On voit immédiatement que les valeurs trouvées pour le coefficient de conformité à la loi de Gauss sont extrêmement variables d'année en année pour chacune des bandes considérées. Le fait n'est pas très surprenant pour les bandes

(1) Cf. p. 121.

extrêmes, qui, pour une centaine de données seulement, comme c'est le cas ici, ne comprennent, d'après la loi de Gauss, qu'un petit nombre d'écarts. Mais la variabilité du coefficient de conformité se manifeste dès les bandes centrales.



gr n°5 : distrib. normale et distrib constatée

Pour montrer cette variabilité, on a calculé ci-dessous l'écart relatif moyen du coefficient de conformité pour chaque bande par rapport à sa valeur moyenne. La valeur la plus basse de cet écart relatif moyen est de 8,6 % pour la bande

—0,7 à —0,8, mais on trouve 23,2 % pour la bande +0,4 à +0,5 et 24:4 % pour la bande symétrique —0,4 à —0,5.

Ecarts compris entre … fois l'écart quadratique moyen	1920	1921	1922	1923	1924	Moyenne générale	Ecart relatif moyen des coefficients de conformité annuels
+ 2,0 et + 2,5	83,7	176,3	144,1	95,9	163,1	132,7	25,8
+ 1,8 et + 2,0	60,3	124,8	111,1	107,6	89,3	98,6	19,4
+ 1,6 et + 1,8	102,2	54,8	49,9	88,9	90,4	77,2	25.8
+ 1,5 et + 1,6	102,5	78.9	42,8	81,1	75,0	77,5	19,2
+ 1,4 et + 1,5	112,3	73,7	103,9	113,7	57,6	92,2	23,0
+ 1,3 et + 1,4	82,0	53,9	85,4	43,9	135,6	80,2	31,2
+ 1,2 et + 1,3	91,3	32,9	93,8	96,5	93,7	81,6	24,0
+ 1,1 et + 1,2	76,2	100,6	83,3	47,0	57,0	72,8	24,6
+ 1,0 et + 1,1	117,1	93,8	48,3	49,8	55,0	72,8	35,8
+ 0,9 et + 1,0	69,2	54,3	47,3	45,0	28,5	48,9	21,2
+ 0,8 et + 0.9	56,8	74,2	49,3	57,3	65,0	60,5	12,0
+ 0,7 et + 0,8	66,7	91,7	62,6	14,6	69,1	60,9	30,4
+ 0,6 et + 0,7	59,4	98,6	63,7	16,4	47,5	57,1	35,2
+ 0,5 et + 0,6	73,9	75,5	45,2	46,4	37,0	55,6	27,4
+ 0,4 et + 0,5	60,6	100,3	47,5	48,9	67,2	64.9	23,2
+ 0,3 et + 0,4	56,2	75,9	82,3	72,9	52,8	68.0	16,0
+ 0,2 et + 0,3	69,3	95,9	117,5	87,1	72,5	90,5	14.4
+ 0,1 et + 0,2	68,3	98,1	86.7	100,7	100,4	90,8	11,8
0 et + 0,1	114,7	71,3	105,5	109,8	105,5	105,4	13,0
0 et — 0,1	87,7	97,3	98,8	139,9	138,2	112,4	19,0
— 0,1 et — 0,2	125,8	152,6	121,4	161,3	129,7	138,2	11,0
— 0,2 et — 0,3	118,0	120,5	121,9	144,6	184,4	137,8	15,4
— 0,3 et — 0,4	158,8	126.3	184,9	216,7	125,1	162.4	19,0
— 0,4 et — 0,5	128,4	95,6	206,2	193,1	182.5	161,1	24.4
— 0,5 et — 0,6	171,9	123,3	140,2	188,7	126,4	150,1	16,0
— 0,6 et — 0,7	186,7	138,8	74,9	142,2	161,6	160,8	10,2
— 0,7 et — 0,8	154,6	126,0	153,6	126,2	146,9	141,5	8,6
— 0,8 et — 0,9	167,4	161,1	147,8	92,2	159,2	145,5	14,8
— 0,9 et — 1,0	117,6	166,2	94,4	144,8	106,2	125,8	18,8
— 1,0 et — 1,1	106,1	82,4	85,8	134,1	93,3	100,3	15.8
— 1,1 et — 1,2	131,1	71,1	104,0	51,6	109,4	93,4	27,4
— 1,2 et — 1,3	91,1	99,4	98,1	144,5	114,2	109.5	14,6
— 1,3 et — 1,4	76,5	123,6	80,3	44,1	96.1	84,1	24,4
— 1,4 et — 1,5	61,8	61,7	61,2	25,3	77,6	57,5	22,4
— 1,5 et — 1,6	72,7	78,9	71,4	14,8	45.1	56,6	37,6
— 1,6 et — 1,8	55,4	86,5	27,3	37,5	38,0	48,9	36,0
— 1,8 et — 2,0	13,5	32,8	13,1	7,2	27,6	26.8	40,4
— 2,0 et — 2,5	20,7	62,3	51,6	0,	27,3	32,4	60,6

Si l'on passe des distributions moyennes par année aux distributions mensuelles elles-mêmes, on constate que la forme de ces dernières distributions est extrêmement variable. J'indique ci-dessous à titre d'exemple la valeur du coefficient de conformité à la loi de Gauss pour chacun des 60 mois étudiés et pour trois bandes : la bande —0,7 à —0,8, qui est celle des bandes négatives pour laquelle le coefficient de conformité est le plus constant (écart quadratique moyen cinq coefficients annuels : 8,6 %), la bande +0,1 à +0,2, qui est celle des bandes positives pour laquelle le coefficient de conformité est le plus constant (écart quadratique moyen des cinq coefficients de conformité annuels : 11,8 %), et la bande +0,3 à +0,4.

1° *Ecarts compris entre* —0,7 *et* —0,8 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	107,3	34,3	137,0	207,6	106,0
Février	282,7	68,5	171,3	34,6	106,0
Mars	212,1	68,5	137,0	106,0	178,6
Avril	141,4	102,8	137,0	106,0	72,2
Mai	212,1	137,0	171,3	176,7	180,6
Juin	314,7	171,3	68,5	176,7	180,6
Juillet	206,5	68,5	135,6	70,7	72,2
Août	138,4	69,2	203,4	70,7	252,8
Septembre	102,8	242,3	203,4	141,4	180,6
Octobre	102,8	207,6	135,6	106,0	144,4
Novembre	34,3	171,3	137,0	176,7	144,4
Décembre	0	171,3	205,5	141,4	144,4
Moyenne annuelle	154,6	126,0	153,6	126,2	146,9

2° *Ecarts compris entre* +0,1 *et* +0,2 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	54,4	78,3	208,8	105,5	52,3
Février	80,8	78,3	52,2	52,7	52,7
Mars	107,7	156,6	26,1	80,8	81,7
Avril	26,9	78,3	104,4	80,8	55,0
Mai	0	208,8	78,3	80,8	137,6
Juin	53,3	156,6	156,6	161,6	165,1
Juillet	26,6	104,4	77,5	161,6	110,7
Août	0	79,1	103,3	134,7	137,6
Septembre	104,4	52,7	155,0	53,9	165,1
Octobre	208,8	79,1	51,7	26,9	55,0
Novembre	78,3	26,1	26,1	188,5	137,6
Décembre	78,3	78,3	0	80,8	55,0
Moyenne	68,3	98,1	86,7	100,7	100,4

3° *Ecarts compris entre* + 0,3 *et* + 0,4 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	57,3	27,5	137,5	111,1	56,7
Février	0	137,5	110,0	83,3	56,7
Mars	28,4	27,5	110,0	85,1	114,7
Avril	113,5	165,0	27,5	0	0
Mai	85,1	27,5	82,5	28,4	86,4
Juin	28,1	82,5	110,0	56,7	29,0
Juillet	140,4	82,5	54,4	85,1	0
Août	27,8	138,9	54,4	113,5	58,0
Septembre	55,0	111,1	54,4	56,7	29,0
Octobre	82,5	27,8	108,8	28,4	58,0
Novembre	0	27,5	82,5	170,2	29,0
Décembre	55,2	55,2	55,0	56,7	115,9
Moyenne	56,2	75,9	82,3	72,9	52,8

Pour chacune des bandes qui viennent d'être étudiées, on a calculé l'écart relatif moyen des coefficients de conformité mensuels :

		Valeur moyenne du coefficient de conformité	Ecart relatif moyen des coefficients de conformité moyens par an	Ecart relatif moyen des coefficients de conformité mensuels
Ecarts compris entre	— 0,7 et — 0,8 fois l'écart quadratique moyen	141,5	8,6	35
	+ 0,1 et + 0,2 fois l'écart quadratique moyen	90,8	11,8	48
	+ 0,3 et + 0,4 fois l'écart quadratique moyen	68,0	16,0	53

Ainsi la forme de distribution des prix relatifs autour de leur moyenne est extrêmement variable de mois en mois. Si au lieu de considérer les distributions mensuelles elles-mêmes, on considère des distributions moyennes pour des périodes de plus en plus étendues, la forme de ces distributions se régularise de plus en plus. Si l'on considère la moyenne des soixante distributions mensuelles étudiées, on obtient une distribution *assez régulière, mais nettement différente de la distribution normale* des phénomènes fortuits, comme le montre bien le graphique n° 5.

L'irrégularité des formes de distribution n'a rien qui puisse surprendre, puisqu'il s'agit en l'espèce de distributions d'une centaine de données et que par suite le nombre des données qui, d'après la loi de Gauss, devraient être comprises dans chaque bande, est très faible, de sorte que le passage d'une donnée d'une bande dans une bande voisine entraîne une variation importante du coefficient de conformité. La présence de données dont les variations ne sont pas indépendantes est également de nature à rendre les distributions irrégulières. Il ne faut donc pas attribuer une importance trop grande à ces irrégularités; on doit cependant observer que celles-ci pourraient évidemment être atténuées en prenant des données plus indépendantes et plus nombreuses, mais que le recours à ce moyen est pratiquement difficile, et que les données dont je me suis servi sont à peu près de la nature de celles dont on peut disposer en fait. En tout cas, ce qu'il importe surtout de retenir, c'est que la forme moyenne vers laquelle tendent toutes ces distributions de forme irrégulière est nettement différente de la forme-type de Gauss.

On peut donc conclure que, pour des prix relatifs aussi dispersés que les prix de gros des marchandises en France de 1920 à 1924, on ne saurait espérer que leurs écarts par rapport à leur moyenne arithmétique se compensent par l'action de la loi des grands nombres; par suite la variation de leur moyenne arithmétique ne peut être considérée comme exprimant une tendance commune à ces divers prix.

Ainsi que je l'ai dit au début de cette étude, la possibilité de dégager l'effet d'une cause commune de variation dans les prix dépend de l'influence relative qu'exercent sur les prix la cause commune d'une part, les causes propres à chaque bien ou service d'autre part. La conclusion à laquelle je viens d'arriver ne pourrait donc être généralisée sans une étude plus approfondie de la question.

SECTION 3

Emploi de la moyenne géométrique pour le calcul de l'indice du type « monétaire »

Le fait le plus saillant qui résulte de l'étude précédente, c'est la dissymétrie de la distribution des prix relatifs par rapport à leur moyenne arithmétique. Cette dissymétrie se manifeste d'abord par l'inégalité du nombre des écarts positifs et des écarts négatifs par rapport à cette moyenne. Le tableau ci-dessous indique le pourcentage des écarts négatifs (on en déduirait immédiatement le pourcentage des écarts positifs).

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	59,1	53,6	56,7	62,5	66,0
Février	61,7	52,6	59,8	60,4	63,8
Mars	60,6	54,6	55,7	64,9	63,4
Avril	62,8	56,7	56,7	63,8	62,0
Mai	60,6	50,5	56,7	62,8	60,9
Juin	60,0	53,6	57,7	61,7	60,9
Juillet	55,8	55,7	62,2	63,8	60,9
Août	57,3	59,4	64,3	61,7	59,8
Septembre	56,7	55,2	63,3	64,9	60,9
Octobre	57,7	57,3	62,2	63,8	58,7
Novembre	59,8	62,9	60,8	63,8	57,6
Décembre	57,7	60,8	61,9	62,8	59,8
Moyenne	59,2	56,1	59,8	63,1	61,2

Ainsi il y a 40,13 % (soit 80,27 % du nombre théorique d'après la loi de Gauss), d'écarts en plus, et 59,87 % (soit 119,73 % du nombre théorique) d'écarts en moins.

On peut mesurer de différentes manières la dissymétrie d'une distribution. Certaines d'entre elles exigent de longs calculs. Je me bornerai ici à employer les deux coefficients de dissymétrie s et S (la lettre s étant l'initiale du mot anglais *skewness* par lequel les statisticiens anglais et américains désignent la dissymétrie). Ces coefficients se définissent de la manière suivante.

Le coefficient de dissymétrie *s* est le rapport de la différence entre la moyenne arithmétique et la médiane, à l'écart moyen par rapport à la moyenne arithmétique :

$$s = \frac{A - Mé}{\eta}$$

Le coefficient de dissymétrie *S* est le rapport entre la différence de l'excès du quartile supérieur sur la médiane et de l'excès de la médiane sur le quartile inférieur, d'une part, et la somme de ces deux excès, d'autre part. On a :

$$S = \frac{(Q_1 - Mé) - (Mé - Q_3)}{(Q_1 - Mé) + (Mé - Q_3)} = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Mé}{Q_1 - Q_3}$$

On considère parfois, au lieu du coefficient *S* le coefficient $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Mé}{\frac{Q_1 - Q_3}{2}} = 2S$. Le coefficient S prend la valeur +1 quand la médiane se confond avec le quartile inférieur, et la valeur —1 quand la médiane se confond avec le quartile supérieur. Le professeur Bowley estime qu'une valeur de 10 % pour le coefficient *S* correspond à une dissymétrie modérée, et une valeur de 30 % à une forte dissymétrie.

Les tableaux ci-dessous et les graphiques n° 6 et n° 7 indiquent les variations des coefficients *s* et *S* pour les séries de prix relatifs de l'indice du Federal Reserve Board pour la France.

Coefficient s

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	+29,3	+9,1	+34,8	+42,0	+30,8
Février	37,0	4,7	27,3	37,2	32,6
Mars	32,1	5,0	11,8	22,4	29,7
Avril	37,0	9,2	18,6	24,4	30,1
Mai	40,5	15,4	17,7	23,2	24,5
Juin	27,2	17,7	20,2	26,9	30,6
Juillet	35,6	22,4	33,4	26,2	28,7
Août	30,4	28,6	37,9	31,7	19,2
Septembre	31,3	17,3	35,6	33,8	19,6
Octobre	24,3	22,2	31,1	32,2	25,6

Novembre	15,0	27,6	39,6	30,7	17,8
Décembre	14,6	26,8	36,9	26,2	21,9
Moyenne	29,4	17,2	28,7	29,7	25,9

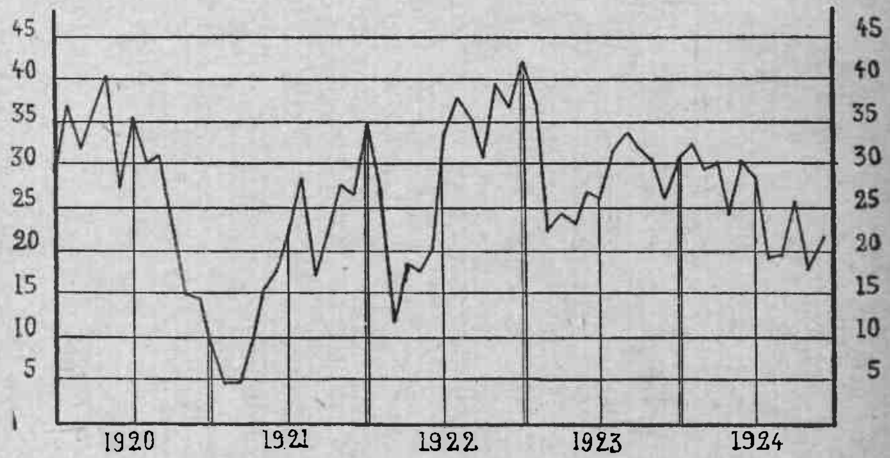
Coefficient S

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	+32,8	+13,6	+25,2	+32,7	+15,1
Février	+12,0	+11,1	+22,4	+34,9	+14,5
Mars	+15,5	— 3,8	+ 5,8	+ 0,7	+ 9,5
Avril	+29,1	— 4,2	+11,8	— 2,3	+26,4
Mai	+30,8	— 0,7	— 1,0	+ 9,7	— 0,3
Juin	+23,0	+12,7	+ 6,5	+ 7,9	+19,3
Juillet	+35,2	+20,4	+46,2	+ 9,1	+23,3
Août	+31,6	+23,6	+25,5	+20,5	+ 9,1
Septembre	+32,1	+12,1	+25,2	+12,0	+ 4,0
Octobre	+26,3	+16,0	+13,1	+ 9,7	+30,0
Novembre	+ 9,0	+25,5	+38,9	+14,6	+ 6,5
Décembre	+ 2,8	+17,7	+24,3	+ 5,0	+ 9,6
Moyenne	+23,4	+12,0	+20,3	+12,9	+13,9

Les deux graphiques ci-contre ont un aspect irrégulier, surtout le graphique relatif à S. Cela tient au fait que les coefficients de dissymétrie n'utilisent que les valeurs de la moyenne arithmétique, de la médiane et des quartiles. Le coefficient s est toujours positif, parce que pour toute la période étudiée la moyenne arithmétique est supérieure à la médiane, le coefficient S est presque toujours positif (54 fois sur 60), ce qui signifie que la médiane est presque toujours plus éloignée du quartile supérieur que du quartile inférieur. En moyenne, la dissymétrie peut être considérée comme assez modérée; elle n'est très prononcée qu'au milieu de 1920, et pendant le 2ᵉ semestre de 1922.

Les deux graphiques ont une certaine ressemblance : on constate sur les deux courbes un maximum vers le milieu de 1920, puis une baisse profonde jusqu'au milieu de 1921 où la dissymétrie devient nulle ou même négative, puis nouvelle hausse pendant les trois derniers trimestres de 1921, baisse au début de 1922, nouvelle hausse prononcée pendant le deuxième semestre 1922, baisse au début de 1923, suivie jusqu'à la fin de 1924 de mouvements irréguliers.

Ces variations présentent avec les variations des prix eux-mêmes et de leur dispersion plus de différences que de ressemblances. La seule ressemblance concerne l'année 1920 qui comporte pendant ses premiers mois une hausse des prix, une augmentation de leur dispersion et de leur dissymétrie, puis une diminution rapide de ces mêmes grandeurs. Mais

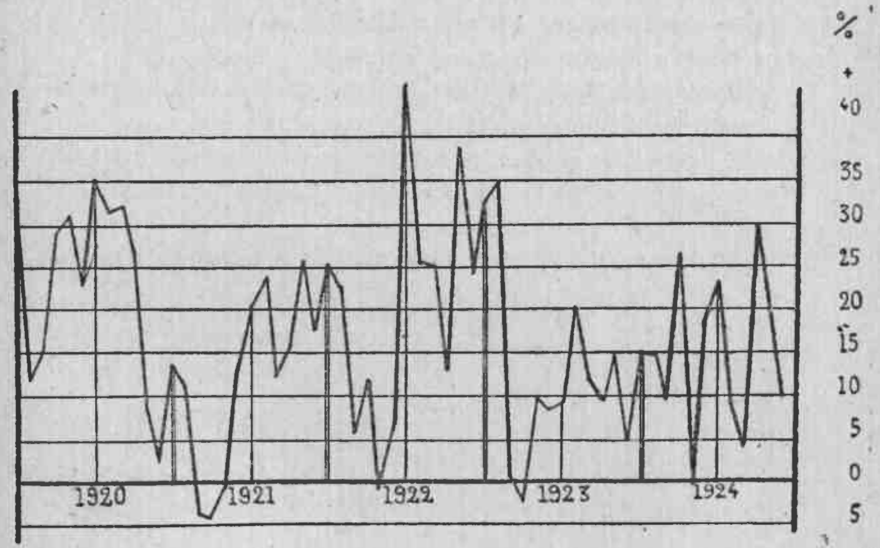


gr. n° 6 coeff de dissymétrie s

tandis que le deuxième semestre 1921 et le premier semestre 1922 sont marqués par une grande stabilité des prix relatifs et de leur dispersion, ils comportent une forte augmentation de leur dissymétrie, suivie d'une diminution aussi forte. A partir du deuxième semestre 1922, les prix et leur dispersion augmentent, avec de fortes poussées temporaires au début de 1923 et de 1924, mais pour la dissymétrie, rien de semblable : il y a bien une augmentation importante de la dissymétrie à la fin de 1922, mais une forte diminution au début de 1923, puis jusqu'à la fin de 1924, les variations de la dissymétrie sont irrégulières et sans ressemblance aucune avec celles des prix et de la dispersion.

Nous constatons donc pour les prix relatifs en France de 1920 à 1924 une dissymétrie assez prononcée par rapport à leur moyenne arithmétique, caractérisée surtout par la présence d'écarts positifs moins nombreux que les écarts négatifs.

Ce phénomène de dissymétrie a déjà été constaté par les deux auteurs qui se sont préoccupés antérieurement de cette



gr. n°7 : coeff. de dissymétrie. S

question. Le professeur Edgeworth en a donné des exemples assez nombreux et variés dans son 1er Memorandum à l'Association britannique pour l'avancement des sciences (1).

(1) Papers, pp. 239-242.

Examinant les variations de prix de 12 produits pendant les périodes 1782-1820 et 1820-1865, il trouve 23 dissymétries sur 24 cas; de même pour les prix du blé par décade pendant les périodes 1261-1400 et 1401-1540, il trouve 11 dissymétries sur 14 cas; pour d'autres marchandises, les résultats sont analogues et quelquefois encore plus nets. Parmi les variations de prix de 78 marchandises, étudiées par le Massachusetts Labour Report de 1885, on trouve que pour 69 marchandises, le minimum est plus rapproché de la moyenne que le maximum.

La dissymétrie est la même si les comparaisons sont faites dans l'espace au lieu d'être faites dans le temps : le professeur Edgeworth cite à cet égard l'étude sur les prix de 38 articles dans 34 villes, publiée dans la Statistique du travail de l'Illinois, vol. III : les exceptions à la dissymétrie sont très rares, et si l'on élimine les observations extrêmes pour ne considérer que le péneminimum et le pénemaximum, il n'y a que 5 exceptions sur 38 cas.

M. Lucien March, dans son étude déjà citée (1), a trouvé des résultats analogues :

		France		Grande Bretagne		Etats Unis	
		1913	déc. 1919	1913	déc 1919	1909	déc. 1919
Nombre des articles retenus......		55	54	42	38	203	44
Nombre des écarts par rapport à la moyenne arithmétique	en moins	23	31	23	22	109	30
	en plus	32	23	19	16	94	14
Pourcentage des écarts en plus...		58	42	45	42	42	32

Rappelons que les prix sont rapportés aux prix moyens de la période 1901-1910, sauf les prix américains de 1909 qui sont rapportés aux prix moyens de 1890-1899. Sauf pour les prix en France en 1913, les écarts en plus sont sensiblement moins nombreux que les écarts en moins.

(1) Metron, 1921, p. 82.

Ce phénomène très général n'a rien de mystérieux; il ne tient nullement à des causes économiques, mais simplement à la forme selon laquelle les prix sont comparés. C'est cette forme elle-même qui est dissymétrique : les prix à l'époque que l'on étudie sont comparés aux prix correspondants de l'époque de base que l'on prend égaux à 100. Toute augmentation d'un prix, supérieure à 100 %, ne peut être compensée arithmétiquement par la diminution d'un seul prix, puisqu'un prix ne peut être négatif.

Or les écarts supérieurs à 100 % ont été très nombreux dans la période que j'ai étudiée. Considérons par exemple les prix relatifs de mars 1920 : leur moyenne arithmétique est de 586,5. Donc aucun écart en moins ne pourra être supérieur en valeur absolue à 586,5. Or 4 prix relatifs donnent lieu à des écarts en plus supérieurs à 586,5 (1135,5; 838,5; 704,7 et 642,6). Pour compenser arithmétiquement ces 4 écarts en plus, il faudra donc plus de 4 écarts en moins. De plus il est évident a priori que les prix relatifs voisins de 0 seront très rares, si même il y en a; en fait d'ailleurs, pour le mois considéré le prix relatif le plus bas est encore fort éloigné de 0 (c'est 117,7 et le péneminimum est déjà de 222,6). Les plus grands écarts en plus étant fortement supérieurs aux écarts en moins les plus grands en valeur absolue, il est nécessaire, pour que la compensation puisse se faite arithmétiquement entre les différents écarts par rapport à la moyenne arithmétique, que les écarts en plus soient moins nombreux que les écarts en moins.

Il est une forme de moyenne qui n'introduirait pas cette dissymétrie, c'est la moyenne géométrique. En effet si aucun écart en plus supérieur à 100 % ne peut être compensé arithmétiquement par un écart en moins, n'importe quel écart en plus peut être compensé *géométriquement* par un écart en moins, et inversement : un prix relatif qui est *n* fois plus grand que la moyenne est compensé géométriquement par un prix relatif qui est *n* fois plus petit que la moyenne, la moyenne géométrique de ces deux prix relatifs étant égale à la moyenne.

On a vu que les effets des causes de variation propres aux prix de chaque marchandise ne se compensaient pas arithmétiquement par action de la loi des grands nombres. On est amené à se demander si ces effets ne se compensent pas géométriquement. Cela revient à se demander, non plus si les prix relatifs se conforment à la loi de Gauss, mais si leurs logarithmes se conforment à cette loi. En effet, dire qu'un prix relatif P_1, n fois plus grand que la moyenne, est compensé géométriquement par un prix relatif P_2, n fois plus petit que la moyenne, revient à dire que le logarithme de P_1 (log. de la moyenne + log. n) est compensé arithmétiquement par le logarithme de P_2 (log. de la moyenne — log. n).

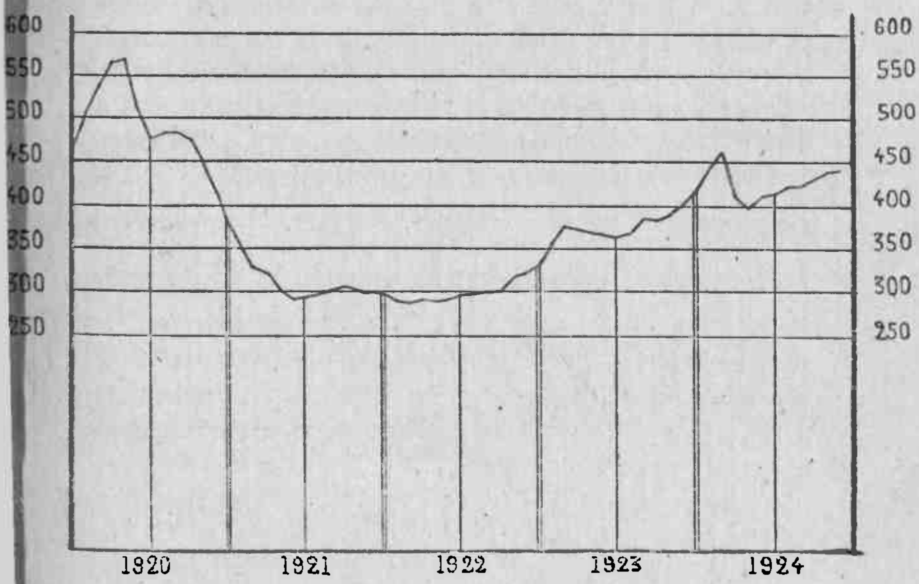
Nous sommes amenés ainsi à reprendre sur les logarithmes des prix relatifs les mêmes calculs que ceux que nous avons faits sur les prix relatifs eux-mêmes. Si nous trouvons que les logarithmes des prix relatifs se distribuent autour de leur moyenne arithmétique conformément à la loi de Gauss, nous pourrons dire que la variation de cette moyenne représentera la variation de la tendance commune à tous les prix, ou en substituant à cette moyenne son antilogarithme, c'est-à-dire le nombre naturel dont cette moyenne est le logarithme, c'est-à-dire encore la moyenne géométrique des prix relatifs, nous serons en droit de dire que la moyenne géométrique des prix relatifs constitue l'indice monétaire du mouvement des prix, ou l'inverse de l'indice du pouvoir d'achat de la monnaie en marchandises indéterminées.

Les calculs suivants portent exactement sur les mêmes données que les calculs relatifs à la moyenne arithmétique, à la dispersion et à la distribution des prix relatifs autour de leur moyenne arithmétique.

On trouvera d'abord ci-dessous les variations de la moyenne géométrique des prix relatifs.

Moyenne géométrique simple des prix relatifs
(1913 = 100)

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	463,2	377,7	296,4	331,5	418,1
Février	504,3	351,2	289,9	355,5	442,0
Mars	535,3	326,8	287,5	376,7	464,3
Avril	565,0	320,1	291,5	374,1	410,2
Mai	568,4	302,2	289,9	366,9	399,6
Juin	519,8	291,4	291,0	365,9	410,5
Juillet	476,4	292,5	297,0	364,3	414,5
Août	482,2	297,8	298,2	371,5	424,2
Septembre	483,4	301,6	300,0	385,1	423,9
Octobre	475,9	304,7	302,0	383,8	432,3
Novembre	451,8	300,9	314,8	390,1	439,1
Décembre	414,9	300,3	321,7	400,7	441,2
Moyenne	494,2	313,9	298,3	372,2	426,7



gr. n° 3 : G (mne géomque)

Comme on le savait a priori, la moyenne géométrique est toujours inférieure à la moyenne arithmétique; ses variations sont analogues à celles de la moyenne arithmétique.

L'étude de la dispersion relative des logarithmes présente quelques particularités. Il convient en effet de se rappeler que la dispersion absolue, calculée géométriquement, c'est-à-dire calculée arithmétiquement sur les logarithmes, a une signification toute différente de celle de la dispersion absolue, calculée arithmétiquement. A un écart calculé géométriquement par rapport à la moyenne géométrique correspond un facteur donné par lequel on multiplie ou divise celle-ci. C'est sans doute ce qui a conduit le professeur Udny Yule à écrire, dans son compte-rendu du livre du professeur Irving Fisher sur les nombres indices, que « la déviation-type (écart quadratique moyen) des logarithmes est analogue, non à la déviation-type arithmétique, mais au coefficient de variation ». Si l'on appelle A la moyenne arithmétique des prix relatifs, σ l'écart quadratique moyen de ces prix relatifs, G leur moyenne géométrique (moyenne arithmétique des logarithmes des prix relatifs), σ_l l'écart quadratique moyen des logarithmes, σ_g l'antilogarithme de σ_l, c'est-à-dire le nombre qui a σ_l pour logarithme, aux prix relatifs $A + \sigma$ et $A - \sigma$ correspondent les prix relatifs $G \times \sigma_g$ et $\frac{G}{\sigma_g}$. σ_g est un rapport comme le coefficient de variation $V\left(\frac{\sigma}{A}\right)$. Le professeur Irving Fisher appelle déviation-type géométrique, non pas le rapport σ_g, mais la quantité $\sigma_g - 1$. Pour les 36 marchandises dont il a étudié la variation des prix par rapport à 1913, le professeur Irving Fisher a trouvé pour la quantité $\sigma_g - 1$ les valeurs suivantes :

1914	11 %
1915	17 %
1916	21 %

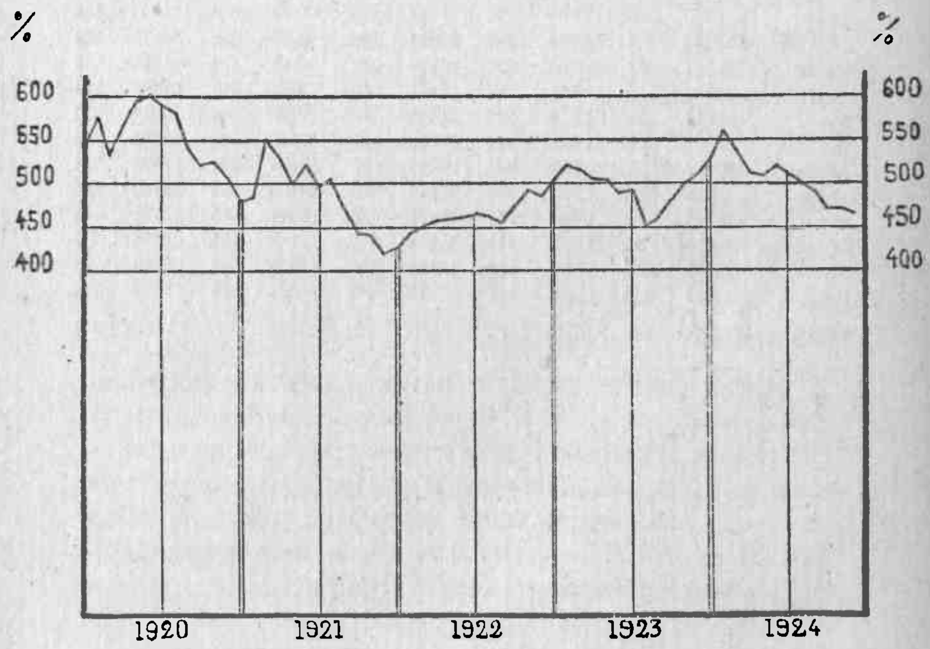
1917 39 %
1918 33 %

On a indiqué ci-dessous, pour les 98 séries de prix français de 1920 à 1924 les valeurs de σ_l et de σ_g (les valeurs de la déviation-type géométrique, selon la définition du professeur Irving Fisher, se déduisent des valeurs de σ_g en en retranchant 1).

	1920		1921		1922		1923		1924	
	σ_l	σ_g	σ_l	σ_g	σ_l	σ_g	σ_l	σ_g	σ_l	σ_g
Janv.	0,18865	1,544	0,17070	1,481	0,15461	1,428	0,17815	1,507	0,18557	1,533
Février	19803	578	17216	486	16001	445	18238	522	19476	566
Mars	18518	532	19056	551	16236	453	18142	519	18847	543
Avril	19526	568	18595	534	16441	460	17894	510	18065	516
Mai	20301	596	17739	504	16499	462	17795	506	17950	512
Juin	20530	604	18238	522	16598	465	17416	493	18294	524
Juillet	20213	593	17609	500	16630	467	17486	496	17969	513
Août	19968	584	17631	508	16549	464	16198	452	17760	505
Sept.	18844	543	16846	474	16321	456	16581	465	17478	495
Octobre	18298	524	15972	445	16948	477	17182	485	16888	475
Nov.	18413	528	15968	444	17428	494	17624	501	16869	475
Déc.	17881	509	15283	422	17135	484	18022	514	16719	470
Moyenne	0,19264	1,558	0,17285	1,489	0,16521	1,463	0,17533	1,497	0,17906	1,510

Le graphique n° 9 indique les variations de la déviation-type géométrique σ_g — 1. Il présente une certaine ressemblance avec le graphique de la moyenne géométrique : maximum du printemps 1920, suivi d'une diminution importante et rapide, mais coupée d'une poussée de hausse au début de 1921 et prolongée jusqu'au milieu de 1921, même stabilité pendant le premier semestre 1922, mêmes fortes poussées de hausse au début de 1923 et de 1924; mais tandis que les prix augmentent pendant le deuxième semestre 1924, la déviation-type géométrique diminue. Le graphique de la déviation-type géométrique présente aussi des ressemblances très frappantes avec celui du coefficient de variation V; c'est donc avec raison que le professeur Udny Yule a fait correspondre la dispersion géométrique absolue à la dispersion arithmétique relative. Pour les prix considérés, on trouve une dispersion relative calculée arithmétiquement de 30 % si on l'exprime par l'écart relatif, de 40 % si on l'exprime par l'écart quadratique, et une dispersion absolue calculée géométriquement de 50 %.

Bien que la dispersion absolue des logarithmes des prix relatifs présente ainsi un intérêt particulier, puisqu'elle correspond à la dispersion relative des prix, il convient également d'examiner comment varie, en fonction de la moyenne géométrique des prix relatifs, le rapport qui correspond à



gr. n° 9 : $\sigma_g - 1$

l'écart quadratique moyen des logarithmes de ces prix relatifs. On a donc calculé également la dispersion *relative* des logarithmes, par les mêmes formules que pour les prix eux-mêmes, en prenant cependant la précaution d'exprimer le prix relatif moyen (calculé géométriquement) sous forme de *rapport* et non de *pourcentage* puisque la dispersion absolue des logarithmes correspond elle-même à un rapport.

Les tableaux et graphiques suivants indiquent les variations de l'écart relatif moyen et du coefficient de variation des logarithmes des prix relatifs ($v_1 = \frac{\Sigma|e_1|}{nA_1}$, $V_1 = 100.\frac{\sigma_1}{A_1}$).

Ecart relatif moyen des logarithmes des prix relatifs

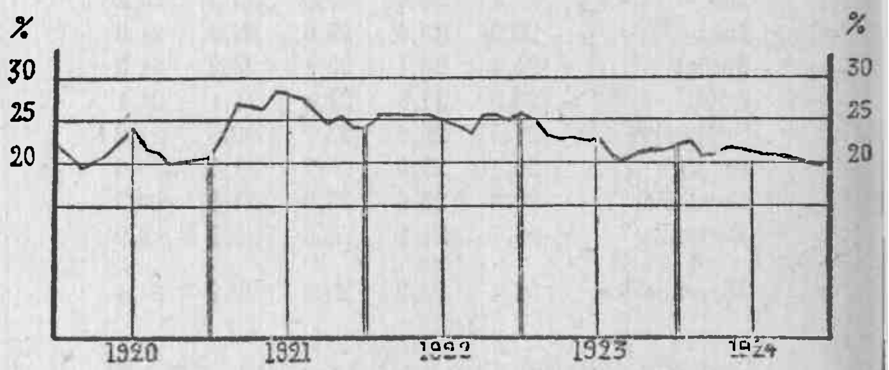
	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	22,5	20,8	24,4	26,2	22,3
Février	21,2	23,7	26,1	25,4	23,0
Mars	19,8	27,1	26,2	23,6	21,2
Avril	20,4	27,0	25,7	23,0	21,5
Mai	21,4	26,4	25,9	23,2	22,2
Juin	22,9	28,6	25,8	22,9	21,8
Juillet	24,4	28,4	25,1	23,2	21,5
Août	22,0	27,8	24,8	21,1	21,1
Septembre	21,5	26,3	23,7	20,5	21,2
Octobre	20,1	25,0	25,7	21,5	20,6
Novembre	20,3	25,6	25,9	21,8	20,3
Décembre	20,7	24,4	25,3	21,9	19,9
Moyenne	21,4	25,9	25,4	22,9	21,4

Coefficient de variation des logarithmes des prix relatifs

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	28,33	29,58	32,76	34,24	29,86
Février	28,18	31,56	34,62	33,11	30,18
Mars	25,42	37,05	35,40	31,50	28,26
Avril	25,96	36,80	35,39	31,23	29,47
Mai	26,90	36,94	35,69	31,52	29,83
Juin	28,68	39,27	35,77	30,92	29,83
Juillet	29,81	37,78	35,18	31,14	29,10
Août	29,23	37,62	34,88	28,42	28,30
Septembre	27,54	35,14	34,20	28,32	27,87
Octobre	27,01	33,01	35,31	29,42	26,56

Novembre	28,11	33,38	34,99	29,81	26,25
Décembre	28,94	32,00	33,77	29,90	25,94
Moyenne	27,84	35,01	34,83	30,79	26,79

Les deux graphiques n° 10 et n° 11, qui représentent la dispersion relative des logarithmes des prix relatifs, offrent de grandes ressemblances l'un avec l'autre, mais, ainsi qu'on pouvait s'y attendre, ils ne ressemblent ni aux graphiques du mouvement des prix, ni aux graphiques qui représentent la dispersion relative des prix. Nous avons vu en effet que la dispersion absolue des logarithmes des prix relatifs variait sensiblement de même que les prix eux-mêmes, et que la dispersion relative des prix. On pouvait donc prévoir

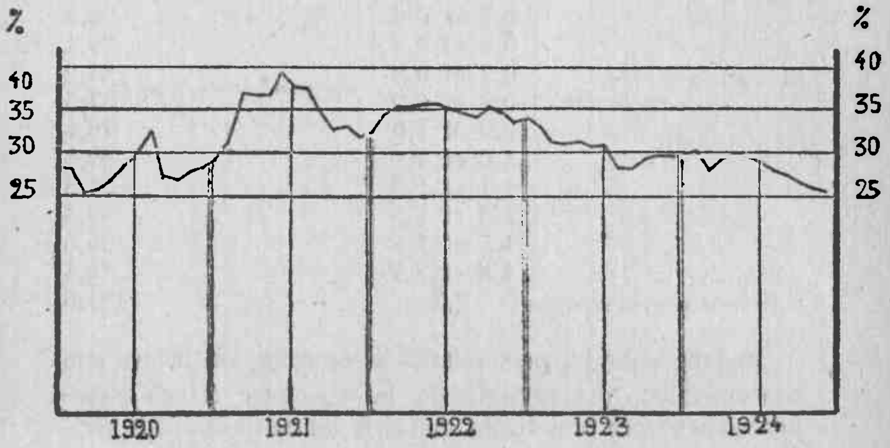


Gr. n° 10 : V_a

que la dispersion relative des logarithmes présenterait des variations inverses de celles des prix et de la dispersion relative de ces prix. C'est bien ce que montrent les graphiques en question.

L'écart relatif moyen des logarithmes des prix relatifs pour l'ensemble des cinq années étudiées est de 23,4 %; le coefficient de variation moyen est de 31,1 %. Les chiffres correspondants pour les prix relatifs eux-mêmes étaient de

30,3 % et de 40,2 %, donc sensiblement plus élevés que pour les logarihmes. Ce premier résultat permet de faire espérer que la moyenne arithmétique des logarithmes sera plus représentative de ces logarithmes que ne l'était la moyenne arithmétique des prix relatifs pour l'ensemble de ces prix.



gr. n° 11 : V_l

Nous avons à étudier maintenant la distribution des écarts des logarithmes des prix relatifs par rapport à leur moyenne arithmétique. Nous suivrons pour cela exactement la même méthode que pour les prix relatifs eux-mêmes, c'est-à-dire que nous exprimerons ces écarts en fonction de l'écart quadratique moyen des logarithmes, et nous comparerons le nombre des écarts compris entre deux fractions données de cet écart quadratique moyen au nombre qu'on aurait dû trouver si ces écarts se conformaient exactement à la loi de Gauss.

Examinons d'abord les chiffres relatifs à l'ensemble des cinq années :

Rapport du nombre des écarts constatés au nombre théorique

			%
Ecarts inférieurs en valeur absolue à	0,1		124,5
Ecarts compris en valeur absolue entre	0,1 et 0,2	fois l'écart quadratique moyen	122,6
	0,2 et 0,3		122,1
	0,3 et 0,4		111,4
	0,4 et 0,5		105,3
	0,5 et 0,6		98,3
	0,6 et 0,7		99,4
	0,7 et 0,8		85,2
	0,8 et 0,9		87,3
	0,9 et 1,0		78,4
	1,0 et 1,1		89,4
	1,1 et 1,3		84,8
	1,3 et 1,5		89,3
	1,5 et 1,8		95,6
	1,8 et 2,5		75,4
Ecarts supérieurs en valeur absolue à	2,5		121,6

Comme pour les prix relatifs eux-mêmes, on trouve une concentration aux environs de la moyenne, et des divergences extrêmes plus fortes que si la loi de Gauss était vérifiée; inversement la concentration dans les bandes moyennes est plus faible que dans la distribution normale des événements fortuits. Mais le rapport du nombre constaté au nombre théorique varie de manière plus régulière pour les logarithmes que pour les prix relatifs : pour ces derniers, il commençait par augmenter à partir de l'origine, pour atteindre un maximum dans la quatrième bande, tandis que pour les logarithmes il diminue régulièrement à partir de la première bande.

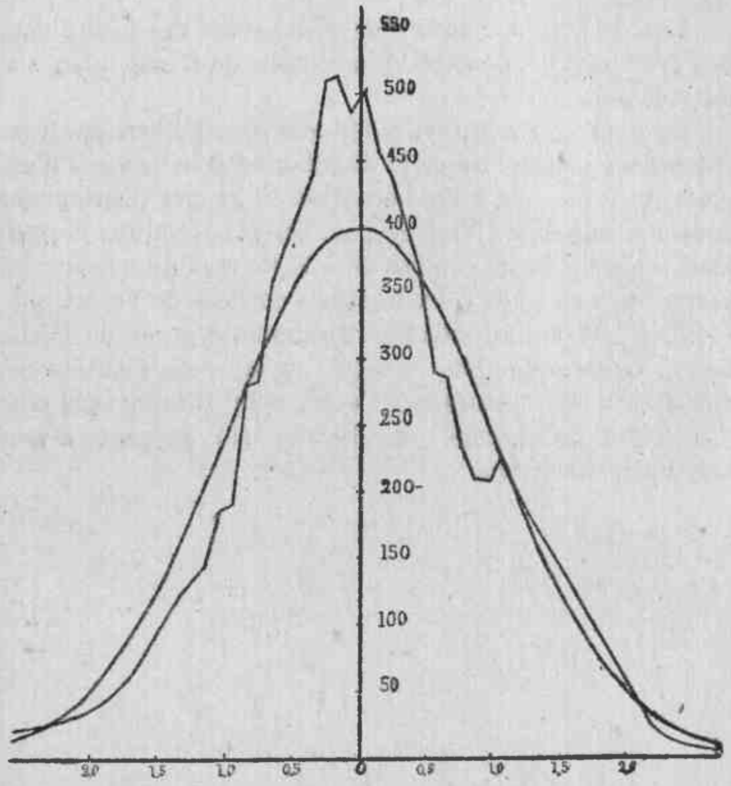
Dans le tableau précédent les écarts étaient pris en valeur absolue. Dans les tableaux suivants, qui sont analogues à ceux qui ont été dressés pour les prix relatifs, les écarts sont pris avec leur signe.

			Rapport du nombre des écarts constatés au nombre théorique	Nombre théorique	Nombre constaté
				pour 10.000 écarts	
			%		
Ecarts en plus supérieurs à	2,5		83,5	62	52
Ecarts compris entre	+ 1,8 et + 2,5	fois l'écart quadratique moyen	81,4	297	242
	+ 1,5 et + 1,8		113,4	309	350
	+ 1,3 et + 1,5		98,4	300	295
	+ 1,1 et + 1,3		100,6	389	391
	+ 1,0 et + 1,1		98,7	230	227
	+ 0,9 et + 1,0		82,3	254	309
	+ 0,8 et + 0,9		75,8	278	211
	+ 0,7 et + 0,8		78,3	301	236
	+ 0,6 et + 0,7		88,5	323	286
	+ 0,5 et + 0,6		84,7	342	290
	+ 0,4 et + 0,5		100,2	361	362
	+ 0,3 et + 0,4		106,9	375	401
	+ 0,2 et + 0,3		113,4	386	438
	+ 0,1 et + 0,2		115,4	395	456
	0 et + 0,1		127,0	398	499
	0 et — 0,1		122,0	398	486
	— 0,1 et — 0,2		129,8	395	513
	— 0,2 et — 0,3		131,7	386	509
	— 0,3 et — 0,4		115,9	375	435
	— 0,4 et — 0,5		110,4	361	398
	— 0,5 et — 0,6		111,9	342	383
	— 0,6 et — 0,7		110,3	323	356
	— 0,7 et — 0,8		92,1	301	277
	— 0,8 et — 0,9		98,8	278	275
	— 0,9 et — 1,0		74,5	254	189
	— 1,0 et — 1,1		80,1	230	184
	— 1,1 et — 1,3		69,0	389	268
	— 1,3 et — 1,5		80,2	300	241
	— 1,5 et — 1,8		77,7	309	240
	— 1,8 et — 2,5		69,5	297	206
Ecarts en moins inférieurs à	2,5		159,7	62	99

Le tableau ci-dessous indique le nombre total des écarts inférieurs à une fraction donnée de l'écart quadratique moyen et le nombre théorique d'après la loi de Gauss.

			Nombre théorique	Nombre constaté
			pour 10.000 écarts	
Ecarts en plus inférieurs à	+ ∞		5000	4944
	+ 2,5		4938	4892
	+ 1,8		4641	4650
	+ 1,5		4332	4300
	+ 1,3		4032	4005
	+ 1,1		3643	3613
	+ 1,0		3413	3386
	+ 0,9		3159	3177
	+ 0,8		2881	2966
	+ 0,7		2580	2731
	+ 0,6		2257	2445
	+ 0,5		1915	2155
	+ 0,4		1554	1794
	+ 0,3		1179	1393
	+ 0,2		793	955
	+ 0,1		398	499
Ecarts en moins inférieurs en valeur absolue à	— 0,1	fois l'écart quadratique moyen	398	486
	— 0,2		793	998
	— 0,3		1179	1507
	— 0,4		1554	1942
	— 0,5		1915	2340
	— 0,6		2257	2723
	— 0,7		2580	3079
	— 0,8		2881	3356
	— 0,9		3159	3631
	— 1,0		3413	3820
	— 1,1		3643	4004
	— 1,3		4032	4273
	— 1,5		4332	4513
	— 1,8		4641	4754
	— 2,5		4938	4960
	— ∞		5000	5056

On voit immédiatement que la distribution des logarithmes des prix relatifs est beaucoup plus symétrique que celle des prix relatifs eux-mêmes. Tandis que pour les prix relatifs, il y avait, sur 10.000 écarts, 4.013 écarts en plus et 5.987 écarts en moins, soit respectivement 80,3 et 119,7 % du nombre théorique, il y a pour les logarithmes des prix relatifs, sur 10.000 écarts, 4.944 écarts en plus et 5.056 écarts en moins, soit 98,9 et 101,1 % du nombre théorique; à cet égard la dissymétrie est insignifiante.



Gr. n° 12 e distrib.on théor et constatée

La distribution moyenne des logarithmes des prix relatifs diffère encore assez sensiblement de la distribution normale : le nombre des écarts compris dans les bandes centrales est plus élevé que dans la distribution normale, et corrélative-ment le nombre des écarts compris dans les bandes moyennes est moins grand que dans la distribution théorique. La différence maximum, soit en plus, soit en moins, est d'environ 30 %. Quant aux divergences extrêmes, elles sont plus nombreuses que dans la distribution normale, mais seulement pour les écarts en moins.

Ainsi la courbe moyenne de distribution des logarithmes des prix relatifs ressemble à la courbe de Gauss, mais elle est plus pointue.

Dans quelle mesure les différentes distributions des logarithmes s'écartent-elles de la distribution dont je viens d'exposer les caractères ? Etudions d'abord les cinq distributions annuelles moyennes. Comme pour les prix relatifs, j'appellerai « coefficient de conformité » le rapport du nombre des écarts compris entre deux fractions données de l'écart quadratique moyen au nombre théorique d'après la loi de Gauss. Le caractère plus ou moins variable des distributions annuelles a été mesuré par l'écart relatif moyen des cinq coefficients de chacune des bandes par rapport à leur moyenne arithmétique.

Écarts compris entre … fois l'écart quadratique moyen	1920	1921	1922	1923	1924	Moyenne générale	Écart relatif moyen des coefficients annuels
+ 1,8 et + 2,5	79,8	63,8	75,0	118,7	69,5	81,4	18,4
+ 1,5 et + 1,8	76,6	111.4	124,5	117,8	136,7	113,4	13,7
+ 1,3 et + 1,5	116.9	83,3	98.3	97,5	95,9	98,4	7,5
+ 1,1 et + 1,3	114,7	75.2	92,5	97,5	123.0	100,6	14,5
+ 1,0 et + 1,1	170,9	120,1	85,7	57,6	59,0	98,7	38,0
+ 0,9 et + 1,0	93,1	91,7	64,1	66,3	96,2	82,3	16,6
+ 0,8 et + 0,9	88,0	111.4	89,2	15,8	74,7	75,8	32.2
+ 0,7 et + 0,8	87,3	125,9	65,6	55,6	57,0	78,3	28.9
+ 0,6 et + 0,7	102,5	117,3	90,2	57,4	75,3	88,5	20,1
+ 0,5 et + 0,6	76,6	136,0	70,2	69.6	71,2	84,7	24.2
+ 0,4 et + 0,5	84,9	105,0	125,6	105,4	80,0	100,2	14,2
+ 0,3 et + 0,4	83,7	117.1	105,1	110,8	118,0	106,9	9,4
+ 0,2 et + 0,3	115,7	93,6	122,0	119,8	116,8	113,4	7,1
+ 0,1 et + 0,2	95,0	115,5	99,7	129,8	137.0	115,4	12,5
0 et + 0,1	118,5	144,9	107,6	129,1	126,7	125,4	7,8
0 et — 0,1	107,7	114,7	116,0	124,5	147,2	122,0	9,1
— 0,1 et — 0,2	126,1	122,1	127,9	152,0	121,0	129,8	6,8
— 0,2 et — 0,3	113,4	84,8	193,0	155,6	112,1	131,7	25,8
— 0,3 et — 0,4	111,9	87,5	132,3	122,5	125,7	115,9	11,2
— 0,4 et — 0,5	111,9	100,2	102,0	137,1	100,6	110,4	10,3
— 0,5 et — 0,6	130,3	105,5	107,5	113,8	102.6	111,9	7,2
— 0,6 et — 0,7	98,0	122,6	135,1	103,9	92,0	110,3	13,4
— 0,7 et — 0,8	104,8	77,3	91.1	73,3	114,1	92,1	15,0
— 0,8 et — 0,9	88,4	130,3	104,7	63,6	107,1	98,8	18,5
— 0,9 et — 1,0	90,0	84.8	67,5	52.1	78,2	74,5	15,8
— 1,0 et — 1,1	103,0	48.7	67,0	111.2	70.4	80,1	27,0
— 1,1 et — 1,3	87,4	44,3	52,9	86,3	74,1	69,0	23,6
— 1,3 et — 1,5	64,0	95,3	77,1	86,3	78,1	80,2	10,6
— 1,5 et — 1,8	82,4	58,6	74,8	70,7	102,2	77,7	15,0
— 1,8 et — 2,5	64,4	81,1	57,7	77,2	67,0	69,5	11,1

La variabilité des distributions est encore assez marquée; cependant elle est nettement plus faible que pour les distributions des prix relatifs. En effet l'écart relatif moyen du coefficient de conformité pour l'ensemble des bandes est de 16,3 % (17,8 % pour les écarts en plus, 14,7 % pour les écarts en moins), tandis que pour les distributions moyennes annuelles des prix relatifs eux-mêmes, il est de 22,9 % (22,8 % pour les écarts en plus, 23,0 % pour les écarts en moins). On remarquera que pour les logarithmes, la variabilité est plus forte pour les écarts en plus que pour les écarts en moins, tandis que pour les prix relatifs la variabilité est la même pour les deux catégories d'écarts.

Examinons maintenant la variabilité des distributions mensuelles. J'ai étudié ci-dessous les six bandes centrales, qui comprennent notamment la bande positive pour laquelle le coefficient de conformité est le plus constant (bande + 0,2 à + 0,3, pour laquelle l'écart relatif moyen des coefficients de conformité annuels est de 7,1 %), la bande négative analogue (bande — 0,1 à — 0,2, pour laquelle l'écart relatif moyen des coefficients de conformité annuels est de 6,8 %), et une bande pour laquelle le coefficient de conformité est particulièrement variable (bande — 0,2 à — 0,3, pour laquelle l'écart relatif moyen des coefficients de conformité annuels est de 25,8 %). Enfin j'ai étudié la bande + 1,0 à + 1,1, pour laquelle la variabilité du coefficient de conformité est maximum (38,0 %).

1° *Ecarts compris entre* 0 *et* +0,1 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	135,1	207,2	129,5	0	213,8
Février	106,9	129,5	155,4	78,5	106,9
Mars	80,2	181,4	77,7	213,8	189,1
Avril	106,9	181,4	103,6	133,6	109,2
Mai	80,2	207,2	129,5	187,1	163,9
Juin	211,6	129,5	207,2	106,9	54,6
Juillet	26,5	103,6	25,6	160,4	109,2
Août	78,5	104,7	102,6	80,2	136,6
Septembre	77,7	104,7	128,2	160,4	109,2
Octobre	181,4	130,9	76,9	80,2	27,3
Novembre	129,5	103,6	77,7	187,1	136,6
Décembre	207,2	155,4	77,7	160,4	163,9
Moyenne	118,5	144,9	107,6	129,1	126,7

2° *Ecarts compris entre* 0 *et* —0,1 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	189,1	233,1	25,9	78,5	160,4
Février	133,6	25,9	77,7	78,5	213,8

Mars	80,2	77,7	77,7	133,6	108,1
Avril	106,9	103,6	155,4	106,9	300,4
Mai	53,5	77,7	51,8	26,7	163,9
Juin	79,3	155,4	77,7	80,2	273,1
Juillet	52,9	103,6	256,4	80,2	136,6
Août	104,7	130,9	128,2	187,1	109,2
Septembre	103,6	130,9	76,9	80,2	54,6
Octobre	129,5	130,9	179,5	133,6	136,6
Novembre	129,5	77,7	155,4	267,3	54,6
Décembre	129,5	129,5	129,5	240,6	54,6
Moyenne	107,7	114,7	116,0	124,5	147,2

3° *Ecarts compris entre +0,1 et +0,2 fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	54,6	130,5	52,2	105,5	161,6
Février	80,8	156,6	52,2	105,5	134,7
Mars	134,7	208,8	208,8	161,6	108,9
Avril	107,7	208,8	130,5	134,7	55,0
Mai	53,9	26,1	156,6	134,7	137,6
Juin	53,3	52,2	26,1	161,6	137,6
Juillet	79,9	104,4	103,3	161,6	137,6
Août	79,1	105,5	129,2	80,8	137,6
Septembre	26,1	105,5	129,2	161,6	165,1
Octobre	52,2	52,7	103,3	242,4	220,1
Novembre	234,9	156,6	26,1	53,9	137,6
Décembre	182,7	78,3	78,3	53,9	110,1
Moyenne	95,0	115,5	99,7	129,8	137,0

4° *Ecarts compris entre —0,1 et —0,2 fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	0	52,2	182,7	211,0	161,6
Février	161,6	234,9	52,2	131,9	80,8
Mars	107,7	104,4	104,4	53,9	136,1
Avril	161,6	104,4	52,2	80,8	110,1
Mai	242,4	130,5	104,4	188,5	110,1
Juin	79,9	78,3	156,6	188,5	55,0

Juillet	106,6	104,4	129,2	161,6	192,6
Août	105,5	184,6	103,3	134,7	137,6
Septembre	130,5	26,4	129,2	188,5	137,6
Octobre	130,5	105,5	155,0	188,5	55,0
Novembre	156,6	156,6	182,7	134,7	137,6
Décembre	130,5	182,7	182,7	161,6	137,6
Moyenne	126,1	122,1	127,9	152,0	121,0

5° *Ecarts compris entre +0,2 et +0,3 fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	139,3	240,4	106,8	54,0	110,2
Février	192,9	187,0	26,7	215,9	110,2
Mars	55,1	80,1	106,8	55,1	111,4
Avril	110,2	80,1	106,8	275,6	140,8
Mai	82,7	160,2	133,5	165,4	84,5
Juin	54,5	160,2	240,4	110,2	112,6
Juillet	164,9	26,7	132,2	27,6	140,8
Août	107,9	27,0	79,3	110,2	112,6
Septembre	80,1	54,0	132,2	137,8	112,6
Octobre	133,5	54,0	79,3	82,7	140,8
Novembre	160,2	26,7	187,0	0	112,6
Décembre	106,8	26,7	133,5	192,9	112,6
Moyenne	115,7	93,6	122,0	118,9	116,8

6° *Ecarts compris entre —0,2 et —0,3 fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	222,9	80,1	187,0	269,9	55,1
Février	110,2	0	267,1	215,9	192,9
Mars	55,1	80,1	160,2	82,7	55,7
Avril	110,2	80,1	187,0	192,9	84,5
Mai	110,2	80,1	213,7	82,7	84,5
Juin	54,5	53,4	187,0	82,7	140,8
Juillet	27,3	106,8	237,9	110,2	84,5
Août	215,9	81,0	264,4	220,5	84,5
Septembre	187,0	134,9	258,6	220,5	84,5
Octobre	53,4	107,9	105,7	220,5	140,8

Novembre	160,2	133,5	160,2	110,2	140,8
Décembre	53,4	80,1	187,0	55,1	197,1
Moyenne	113,4	84,8	193,0	155,6	112,1

7° *Ecarts compris entre* +1,0 *et* +1,1 *fois l'écart quadratique moyen*

	1920	1921	1922	1923	1924
Janvier	187,0	44,8	0	90,6	0
Février	92,5	134,5	134,5	45,5	0
Mars	138,8	89,6	89,6	46,3	46,8
Avril	138,8	89,6	134,5	185,0	189,0
Mai	92,5	44,8	134,5	46,3	141,8
Juin	183,1	0	134,5	0	47,3
Juillet	320,4	89,6	133,1	46,3	0
Août	135,9	181,2	133,1	138,8	47,3
Septembre	224,1	135,9	44,4	46,3	141,8
Octobre	179,3	407,6	0	46,3	47,3
Novembre	134,5	134,5	44,8	0	47,3
Décembre	224,1	89,6	44,8	0	0
Moyenne	170,9	120,1	85,7	57,6	59,0

Pour chacune des bandes étudiées, on a calculé l'écart relatif moyen des 60 coefficients de conformité mensuels.

			Valeur moyenne des coefficients de conformité	Ecart relatif moyen des coefficients de conformité annuels %	Ecart relatif moyen des coefficients de conformité mensuels %
Ecarts compris entre	+1,0 et +1,1	fois l'écart quadratique moyen	98,7	38,0	64
	....		....	...	..
	+0,2 et +0,3		113,4	7,1	38
	+0,1 et +0,2		115,4	12,5	39
	0 et +0,1		125.4	7,8	32
	0 et —0,1		122,0	9,1	39
	—0,1 et —0,2		129,8	6,8	30
	—0,2 et —0,3		131,7	25,8	44

Il résulte de ces chiffres que les distributions mensuelles ont une forme très variable, susceptible de s'écarter beaucoup de la forme moyenne tracée sur le graphique n° 12. Cette variabilité est cependant un peu moins marquée que pour les distributions des prix relatifs eux-mêmes.

Section 4

Conclusions

Parmi les causes de variation des prix, certaines n'agissent que sur un bien ou service déterminé ou sur un petit nombre de biens et services; d'autres au contraire agissent sur un grand nombre de biens et services, ou même sur tous. Aussi les prix des divers biens et services varient-ils de manières différentes les unes des autres. Le problème que nous avons cherché à résoudre dans ce chapitre était le suivant : est-il possible de trouver une fonction des différentes variations des prix, qui permette la compensation des effets des causes de variation propres à chacun des divers biens et services, et dont la variation ne dépende que des causes générales de variation des prix ?

On sait que dans les sciences d'observation, quand on mesure une grandeur, la mesure trouvée est erronée, que si on la mesure plusieurs fois, on trouve des valeurs différentes les unes des autres, mais qu'il existe une fonction de ces différentes valeurs, la moyenne arithmétique, dans laquelle les diverses erreurs se compensent, et qui donne la valeur exacte de la quantité que l'on cherchait à mesurer.

Pouvait-on trouver une méthode analogue pour éliminer les effets des causes de variation propres à chacun des prix ? A priori cela paraissait douteux. En effet les erreurs d'observation ne se compensent dans la moyenne arithmétique que parce qu'elles sont petites, nombreuses et indépendantes.

Or les prix des différents biens et services sont tous plus ou moins dépendants les uns des autres; plus on voudra les faire entrer en grand nombre dans la composition de la fonction cherchée, moins les divers éléments seront indépendants. D'autre part les effets des causes particulières pourront souvent ne pas être petits par rapport aux effets des causes générales de variation des prix. La possibilité de résoudre le problème proposé dépendra donc toujours des circonstances. De plus certaines causes de variation des prix ne présentent pas les caractères des causes d'erreurs accidentelles. Enfin quand un ensemble de grandeurs se conforme à la loi de distribution des phénomènes fortuits, on n'est pas certain que leur moyenne arithmétique comporte l'élimination des effets des causes contingentes.

M. Divisia a cité à cet égard un exemple très curieux, emprunté à la balistique (1). Etant donnés les points de chute des balles d'un obus à balles, on se propose de déterminer quel eût été le point de chute commun à toutes ces balles, si elles avaient suivi la même trajectoire. Il y a de nombreuses causes d'écart : grosseur des balles, défaut de sphéricité, place des balles dans l'obus, etc. Mais on suppose ici (comme dans le cas des erreurs d'observation) qu'on a éliminé toutes les causes d'erreurs systématiques. On peut donc admettre que les effets de ces différentes causes se conforment à la loi de Gauss. En ce qui concerne, par exemple, la grosseur des balles, on s'est efforcé d'avoir des balles de même diamètre, mais en fait on a un lot de balles dont les diamètres sont presque égaux, les écarts par rapport à la moyenne étant distribués conformément à la loi de Gauss. Ceci étant, il semble qu'on puisse admettre que les divers points de chute se distribueront dans le plan de tir suivant la courbe en cloche de Gauss, et par suite qu'on obtiendra le point cherché en prenant la moyenne arithmétique des abscisses de tous les points de chute. Mais on sait d'autre part, en vertu des lois

(1) R. E. P., 1925, pp. 859-860.

de la mécanique, que le point cherché est sur la trajectoire du centre de gravité de l'ensemble des balles. Or il est facile de voir que le point moyen n'est pas sur cette trajctoire, car les balles les plus grosses tomberont du côté de l'origine, de sorte que le point moyen sera au-delà du centre de gravité par rapport à l'origine.

L'examen théorique du problème conduisait ainsi à douter qu'il pût être résolu, au moins dans le cas général. Il convenait cependant de n'en pas rester là, et d'examiner si en fait certaines fonctions des prix relatifs ne comportaient pas la compensation désirée des effets des causes de variation propres à chaque marchandise.

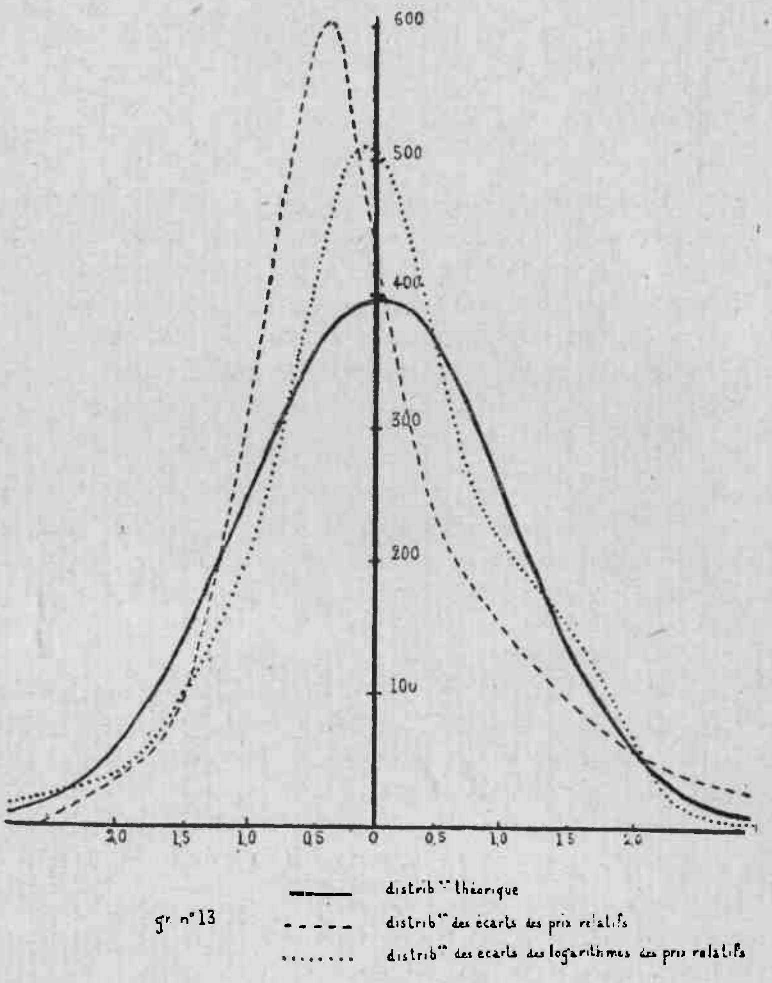
Pour cela j'ai considéré pour la période 1920-1924 les 98 séries de prix mensuels en France qu'utilise le Federal Reserve Board pour le calcul de son indice pondéré et j'ai essayé successivement la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique, en comparant à la distribution des phénomènes fortuits la distribution des écarts entre les différents prix relatifs et leur moyenne. L'examen de ces deux groupes de 60 distributions a conduit aux constatations suivantes :

1° Les distributions mensuelles sont de forme très irrégulière et très variable. Ce fait tient certainement pour une forte part à ce que le nombre des séries de prix était trop faible et que certaines séries étaient trop peu indépendantes les unes des autres. Je crois que si l'on avait utilisé des séries réunies spécialement pour le calcul d'un indice du type dit « monétaire », et non pour le calcul d'un indice budgétaire, comme celui du Federal Reserve Board, on aurait diminué cette irrégularité, mais je crois aussi qu'en raison de la difficulté que l'on rencontrerait pratiquement à augmenter le nombre des séries suffisamment indépendantes, on ne pourrait qu'atténuer cette irrégularité sans la supprimer.

On notera en outre que les distributions des écarts des logarithmes ont une forme moins variable que celles des écarts des prix relatifs eux-mêmes.

2° Quand on prend des moyennes de plus en plus étendues de distributions mensuelles, on obtient des distributions dont la forme est de plus en plus stable.

3° Ces distributions tendent vers une distribution de forme régulière, tracée sur le graphique n° 13.



gr. n° 13

4° La distribution moyenne relative à la moyenne arithmétique est de forme nettement différente de celle que présente la distribution des phénomènes fortuits (courbe en cloche de Gauss); en particulier elle est de forme complètement dissymétrique.

5° La distribution moyenne relative à la moyenne géométrique est symétrique; elle a une forme qui ressemble à la courbe en cloche; la densité des écarts est plus forte au voisinage de la moyenne que la densité des écarts des phénomènes fortuits.

Quoi qu'il en soit, on peut déduire de cette étude, d'une part qu'on n'est pas en droit de rejeter la conception de l'indice monétaire, puisque la distribution moyenne des écarts des logarithmes des prix relatifs est de forme analogue à la courbe de Gauss, d'autre part que la moyenne géométrique est certainement plus apte que la moyenne arithmétique à exprimer la variation de la tendance commune à tous les prix.

Ces constatations peuvent-elles être généralisées ? Je suis convaincu que celles qui se rapportent aux propriétés respectives de la moyenne arithmétique et de la moyenne géométrique se vérifieraient pour tous les pays et pour toutes les époques, parce qu'elles tiennent à la forme même des nombres indices. Je reconnais au contraire qu'il faudrait étendre l'étude précédente à d'autres pays et à d'autres époques, avant de pouvoir affirmer de façon générale que les écarts des logarithmes d'une collection de prix relatifs suffisamment nombreux et indépendants se compensent conformément à la loi des grands nombres.

CHAPITRE V

INDICES BUDGETAIRES NON PONDERES

Dans le chapitre précédent nous avons examiné si l'on pouvait mesurer la variation du pouvoir général d'achat de la monnaie ou du niveau général des prix à l'aide d'un indice simple. Le problème que nous étudierons désormais, c'est la mesure de la variation du pouvoir d'achat de la monnaie en objets déterminés. Ainsi que nous l'avons dit, les indices de cette catégorie peuvent être appelés budgétaires, car ils représentent le coût relatif d'un budget donné, d'une liste de biens et de services d'une nature déterminée, en quantités déterminées. Ce sont des indices dans le calcul desquels on tient compte de l'importance relative des éléments de l'indice.

Il semble que de tels indices doivent être obligatoirement des indices pondérés. Cependant de très nombreux auteurs ont constaté que le choix des poids avait peu d'influence sur le résultat, et que les indices obtenus en appliquant à une collection donnée de prix relatifs des systèmes différents de poids (y compris le système dans lequel tous les poids sont égaux) étaient aussi voisins les uns des autres que « les conclusions des divers systèmes de morale » (1).

Or la détermination d'un système de poids est chose difficile; le calcul des indices pondérés est beaucoup plus long que celui des indices simples. Aussi la constatation précédente a-t-elle amené beaucoup de statisticiens à la conclusion que le supplément d'exactitude apporté par l'emploi de la pondération ne valait pas le supplément de travail qu'il causait, et se sont contentés d'indices simples. C'est l'opinion qu'ont professée plus ou moins explicitement les auteurs des séries les plus connues d'indices simples, notamment des séries de Sauerbeck-Statist, de l'Economist, de la Statistique générale de la France.

Que faut-il en penser ? Reconnaissons d'abord qu'il est exact que toutes les formules raisonnables, pondérées ou non, appliquées à une même collection de prix relatifs donnent des résultats peu différents les uns des autres dans l'ensemble. Les graphiques qui les représentent ont une même allure générale.

De nombreux auteurs ont procédé à des vérifications sur ce point; je ne rappellerai que quelques-uns des résultats auxquels ils sont parvenus. Sauerbeck, par exemple, a comparé son indice à plusieurs reprises à un indice pondéré (formule $\beta : \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$). Pour les années 1849, 1873 et 1885, il a trouvé les résultats suivants :

	Indice simple	Indice pondéré
1849	74	72,5
1873	111	115,2
1885	72	71,2

(1) Edgeworth, Ec. J., 1894, p 159.

Une des premières études systématiques de l'utilité de la pondération a été faite en 1893 par le Comité des Finances du Sénat américain qui a comparé les indices obtenus en prenant soit la moyenne arithmétique simple, soit la moyenne arithmétique pondérée d'après la valeur de la consommation. Cette comparaison qui porte sur une période étendue (1860-1891), et sur une période qui comprend quelques années de crise économique violente et de papier-monnaie à cours forcé, montre que pendant les années de crise, la différence est considérable entre les deux indices, atteignant facilement 15 %, alors que pendant le reste de la période considérée elle ne dépasse que rarement 5 %.

M. Coats, qui a comparé l'indice canadien (272 articles), selon qu'il est simple ou pondéré, n'a trouvé que de faibles différences; cependant la différence atteint pour 1912 un maximum de 9,5 points, soit 7 %.

De même le professeur Wesley Mitchell a formé trois indices, pour treize produits de la ferme, trente-sept denrées alimentaires et quatorze produits métalliques. Puis il a comparé les indices simples aux indices correspondants pondérés d'après la valeur des quantités échangées en 1909. Les différences trouvées ont été au maximum de 10 %, sauf pendant la période de cours forcé de 1862-1873.

Citons encore une comparaison faite par le professeur Bowley (1), sur un indice des prix des marchandises entrant dans le commerce extérieur anglais, entre la moyenne arithmétique simple A et les moyennes arithmétiques pondérées β et γ, pour l'année 1895, l'année 1881 étant prise pour base :

	A	β	γ
Importations ..	73,5	69	67,5
Exportations ..	82	87	83

(1) Elements of Statistics, 4e éd., p. 203.

On trouvera ci-contre un graphique représentant l'indice du Federal Reserve Board pour la France, (formule $\beta : \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$) et l'indice obtenu en prenant la moyenne arithmétique simple des prix relatifs utilisés par le Federal Reserve Board. Non seulement les deux diagrammes ont même allure générale; mais ils sont presque superposés d'août 1920 à juillet 1922.

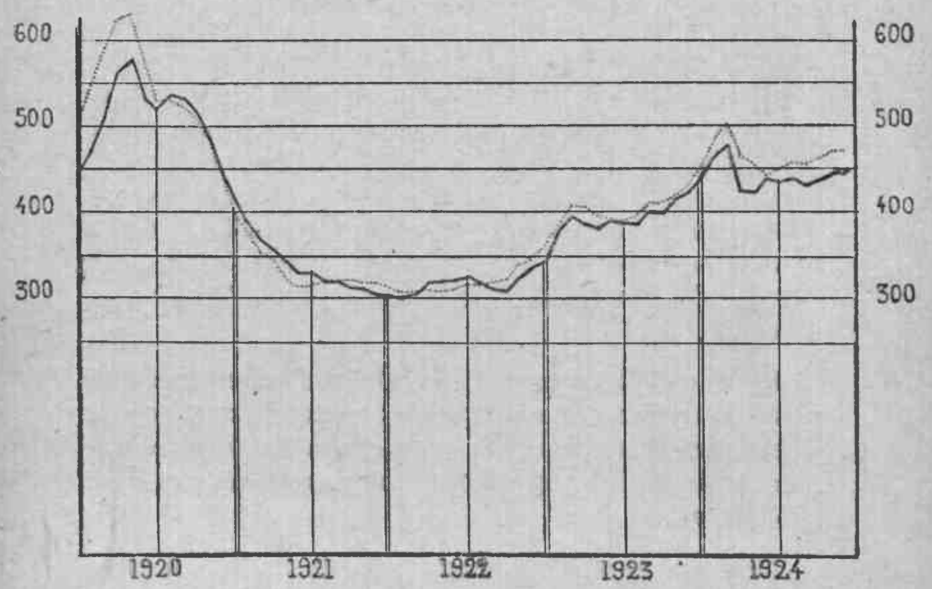
La ressemblance entre les indices calculés à partir des mêmes prix relatifs et avec des systèmes de pondération différents n'est d'ailleurs par fortuite. Ainsi qu'on le verra plus loin, cette ressemblance a une raison théorique, que le professeur Edgeworth a établie le premier dans son 2[e] Memorandum, et tient à la forme même des indices.

Cette ressemblance n'exclut cependant pas des différences très sensibles dans certains cas entre les indices différemment pondérés. En particulier pour les deux indices représentés sur le graphique ci-contre, on constate que l'indice pondéré est systématiquement inférieur à l'indice simple d'août 1922 à décembre 1924, fin de la période étudiée; il en est de même, et de façon bien plus nette encore, pendant le premier semestre 1920. Ce fait n'est pas fortuit non plus, car la même démonstration du professeur Edgeworth nous apprend que, si la différence entre indices diversement pondérés est faible, elle s'accroît cependant en même temps que la dispersion des prix relatifs.

Pouvons-nous alors céder à l'attrait du moindre effort, renoncer à pondérer l'indice, mais, en compensation, « attacher moins d'importance à la grandeur relative des oscillations de l'indice qu'à la direction du mouvement » ? (1) Faut-il, avec M. Dugé de Bernonville, renoncer à voir dans l'indice autre chose qu' « un instrument grossier, permettant seulement des approximations sur le *sens* des mouvements généraux de l'état économique » ? (2). On pourrait

(1) Dugé de Bernonville, S. S. P., 1924, p. 187.
(2) Dugé de Bernonville, loc. cit., p. 238.

objecter que M. de Bernonville considère l'indice de la Statistique générale de la France comme un indice monétaire. Mais cet indice est incontestablement un indice budgétaire : il n'est pas fondé sur l'hypothèse de la compensation des effets des causes particulières par l'action de la loi des grands nombres, car il s'applique à un *petit nombre* de marchandises *importantes*. Au surplus M. de Bernon-



gr n°14 : i. du F.R.B.

ville reconnaît lui-même que « lorsque le calcul a été entrepris, on s'est préoccupé d'obtenir un indice qui fût le mieux possible comparable à l'indice anglais de Sauerbeck »; or Sauerbeck n'a jamais présenté son indice comme un indice monétaire, il a reconnu expressément au contraire qu'il serait préférable de tenir compte de l'importance relative des diverses marchandises et déclaré que, s'il y a renoncé, c'est « parce que le calcul ainsi fait aurait été une entreprise très laborieuse et que les données statistiques n'auraient pas été complètement disponibles » (1). De même les éditeurs de l'Economist déclaraient que leur indice « ne donne évidemment pas une idée exacte et complète des changements qui se produisent dans les prix, parce qu'il ne tient pas compte de l'importance relative des articles ».

Tout le monde est donc au fond d'accord pour reconnaître que, théoriquement parlant, tout indice budgétaire doit être pondéré. Quant à la question de savoir si, *pratiquement*, on peut renoncer à pondérer un tel indice, quitte à renoncer en même temps à la précision de la mesure, elle ne comporte pas de réponse absolue; cela dépendra des circonstances et des tendances personnelles de l'auteur de l'indice. Le plus grave inconvénient de l'adoption d'une formule simple paraît être que l'on ignorera l'ordre de grandeur de l'erreur ainsi introduite.

Il est cependant un cas, qui devient heureusement de plus en plus rare, à mesure que les Services de statistique se développent, dans lequel on sera contraint d'adopter une formule simple, c'est quand les données relatives aux poids feront défaut.

Ainsi l'indice budgétaire sera un indice simple, soit quand pour une raison quelconque on pourra considérer tous les éléments de l'indice comme également importants, soit quand leur importance sera inconnue. Dans l'un et l'autre cas, quelle sera la formule à adopter ?

Nous avons vu que notre choix pouvait s'exercer entre les formes suivantes de moyennes : moyenne arithmétique, moyenne harmonique, moyenne géométrique, médiane, domi-

(1) R. S. S., 1886, p. 594.

nante et moyenne agrégative. Cette dernière forme est d'une nature tout à fait particulière; c'est en réalité une moyenne pondérée et l'étude en sera faite au chapitre VI.

Ces différentes formes ne sont pas, comme on pourrait le croire, de simples formules mathématiques. M. Knibbs (1) a montré par exemple que les moyennes arithmétique, harmonique et géométrique de deux quantités *a* et *b* sont la valeur que prend une variable croissant uniformément de *a* à *b* suivant une loi donnée, au milieu de l'intervalle *ab*.

1. Quand l'accroissement est indépendant de la valeur de la variable à l'instant considéré, la progression est dite arithmétique et la valeur trouvée au milieu de l'intervalle *ab* est la moyenne arithmétique de *a* et de *b*.

Soit q l'accroissement par unité de temps.
A l'origine, la variable a la valeur a,
à l'instant t, elle a la valeur $a+q$
id. 2 t, id. $a+2q=b$
D'où $q=\frac{b-a}{2}$. Donc $a+q=a+\frac{b-a}{2}=\frac{a+b}{2}$.

2. Quand l'accroissement est uniforme et dépend de la valeur de la quantité à laquelle il s'ajoute, la progression est dite géométrique et la valeur trouvée au milieu de l'intervalle *ab* est la moyenne géométrique de *a* et de *b*.
A l'origine, la variable a la valeur a
à l'instant t, elle a la valeur aq
à l'instant 2 t, elle a la valeur $aq^2=b$

D'où $q=\sqrt{\frac{b}{a}}$ Donc $aq=a\sqrt{\frac{b}{a}}=\sqrt{ab}$.

3. Quand la variable x croît de a à b, de telle manière que l'expression $z=\frac{ab}{x}$ décroisse de b à a, uniformément et par quantités indépendantes de la valeur de la variable, la progression est dite harmonique et la valeur de la variable

(1) Report n° 1, 1912, pp. XXXVI-XXXVII.

au milieu de l'intervalle *ab* est la moyenne harmonique de *a* et de *b* .

A l'origine, la variable a la valeur *a*, et z prend la valeur $z_0 = \frac{ab}{a} = b$

à l'instant t, z prend la valeur $b—q$

à l'instant 2 t, z id. $b—2q$; or à cet instant $x=b$, donc $z = \frac{ab}{b} = a$ D'où $b—2q=a$, d'où $q = \frac{b-a}{2}$

Donc à l'instant t, $x = \frac{ab}{z} = \frac{ab}{b-q} = \frac{ab}{b - \frac{b-a}{2}} = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

C. q. f. d.

Le choix entre les diverses formes de moyennes a fait l'objet de nombreuses discussions entre les auteurs qui se sont occupés de la mesure des prix. Avant d'examiner leurs avantages et leurs inconvénients respectifs, il convient de se demander s'il y a une forme de moyenne qui puisse être théoriquement supérieure aux autres dans le problème de la mesure des prix ? On a soutenu en effet qu'il n'y avait là qu'une question de formule mathématique, et qu'on ne pouvait pas plus dire que la moyenne arithmétique est meilleure que la moyenne géométrique, qu'on ne peut dire qu'une somme est meilleure qu'un produit; le professeur Irving Fisher tient cette opinion pour fausse, et estime que pour un problème déterminé, il y a en général une forme de moyenne et une seule, qui est supérieure aux autres. Il appuie son opinion des trois exemples suivants (1) : si l'on mesure la vitesse moyenne d'une automobile en lisant les indications du compteur de vitesse toutes les minutes par exemple, c'est la moyenne arithmétique des lectures qu'il faut prendre; si on la mesure en lisant les indications au passage de toutes les bornes kilométriques, c'est la moyenne harmonique des lectures qu'il faut prendre. Si on pèse un objet sur une balance à bras inégaux en mettant successi-

(1) A. S. A., 1921, p. 547.

vement l'objet sur les deux plateaux de la balance, c'est la moyenne géométrique des deux pesées qu'il faut prendre.

1. Si nous mesurons la vitesse de l'automobile toutes les minutes, les lectures λ_1 λ_2 λ_n...faites sur l'appareil de mesure nous indiquent la longueur parcourue pendant ces minutes successives. La longueur moyenne parcourue en une minute est donc $L = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots}{n}$ et la vitesse V est $V = L \times 1$ minute. Elle est donc exprimée par la *moyenne arithmétique* des lectures.

2. Si nous la mesurons tous les kilomètres, ce que nous donne l'appareil de mesure, c'est le temps mis par l'automobile à parcourir ces kilomètres successifs. Supposons par exemple que les lectures soient 1, 1,2 et 1,3 kilomètres par minute. Les temps mis par l'automobile à parcourir les kilomètres 1, 2 et 3 sont : $1. \frac{1}{1,2}$ et $\frac{1}{1,3}$ minutes, et la durée moyenne du parcours d'un kilomètre est

$$t \text{ (minutes)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1,2} + \frac{1}{1,3}\right).$$

Par suite la vitesse moyenne de l'automobile est

$$\frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1,2} + \frac{1}{1,3}\right)} \text{ km. par minute.}$$

Cette vitesse est donc donnée par la moyenne harmonique des lectures.

3. Supposons que nous posions un objet dans une balance à bras de longueurs inégales l et l', on place d'abord l'objet dans le plateau P et on constate qu'il est équilibré par un poids p puis on le place dans le plateau P' et on constate qu'il est équilibré par un poids p'. Soit x le poids cherché. Ecrivons l'équation des deux équilibres successifs.

$$(1)\ x \times l = p \times l'$$

$$(2)\ p' \times l = x \times l'$$

Multiplions les deux équations l'une par l'autre. On a :

$$(3)\ x^2 = pp' \quad \text{D'où } x = \sqrt{pp'}$$

Le poids des objets est donc la *moyenne géométrique* des résultats des deux pesées.

Les trois exemples du professeur Irving Fisher ne sont pas sans prêter à quelques objections, notamment quant à la détermination de la longueur moyenne dans le 1er exemple et de la durée moyenne dans le 2e exemple. On peut en retenir toutefois que, pour certains problèmes, il y a une forme de moyenne qui s'impose. Les formes de moyennes ne correspondent donc pas à de pures abstractions mathématiques et l'on ne doit pas examiner leurs propriétés en elles-mêmes, mais bien par rapport au problème que l'on étudie, ici le problème de la mesure des prix.

I. — *Moyenne arithmétique*

Toutes les séries anciennes de nombres indices simples utilisent la moyenne arithmétique, ce n'est que tout récemment que l'emploi de la moyenne géométrique a commencé à s'introduire dans la pratique. C'est par la simplicité de la moyenne arithmétique que les auteurs des anciennes séries ont essayé de justifier l'application de la moyenne arithmétique. « La moyenne arithmétique est adaptée à la nature humaine autant que le sens de la ligne droite ou le sentiment de la justice », écrit M. Lucien March (1). De même les éditeurs du Statist estiment que « nous pensons en termes de moyenne arithmétique exactement comme en termes de notation décimale (2) ». M. March et le Statist exagèrent un peu, mais il faut reconnaître que la moyenne arithmétique, qui ne fait appel qu'aux opérations les plus simples (addition et division), est facile à calculer et à comprendre, et, si on la compare aux autres formes de moyennes, un peu plus facile à calculer et à comprendre que la moyenne harmonique, et nettement plus facile que la moyenne géométrique. Mais cet argument, qui vaudrait dans tous les cas où l'on a à prendre une moyenne, ne saurait suffire à lui seul à justifier l'emploi de la moyenne arithmétique dans le calcul des nombres indices des prix.

Or cet emploi soulève une difficulté qui a été remarquée de bonne heure par les statisticiens. Jevons fit observer dès 1863 que, si le prix d'une marchandise vient à doubler entre l'époque de base et l'époque considérée et si en même temps le prix d'une autre marchandise vient à diminuer de moitié, la moyenne arithmétique indique une hausse de 25 % « ce qui est totalement faux, car en moyenne aucun changement n'est survenu; le prix de la première marchandise ayant doublé et celui de l'autre ayant diminué de moitié, l'un est multiplié par 2, l'autre divisé par 2, le prix moyen est demeuré le même, au lieu d'avoir augmenté de 25 % ».

Bien avant Jevons, ce problème avait fait l'objet d'une curieuse controverse à laquelle M. Correa Moylan Walsh a consacré le 1er chapitre de son livre « The Problem of Estimation ». La question posée à Florence en 1627 était la suivante : si un cheval valant 100 couronnes est évalué 1.000 par une personne et 10 par une autre, ces deux estimations sont-elles également erronées, sinon quelle est celle des deux qui est la plus erronée ? Le problème est de trouver

(1) Revue de métaphysique et de morale, 1921, p. 149.
(2) Statist, 27 janvier 1923, p. 117.

la forme de moyenne qui convient pour compenser les erreurs au-delà et en-deçà de la vraie quantité.

La question retint l'attention de Galilée et c'est dans les œuvres de celui-ci qu'on trouve reproduites les lettres échangées à ce sujet entre Nozzolini, qui préconisait l'emploi de la moyenne arithmétique, Castelli et Galilée qui préconisaient l'emploi de la moyenne géométrique. Galilée avait d'abord pris position en faveur de la moyenne arithmétique : l'estimation de 1.000, pensait-il, est plus erronée que celle de 10, car la première comporte un gain de 900 tandis que la seconde ne comporte qu'une perte de 90. Puis il reconnut qu'avec ce raisonnement une estimation de 200 serait plus erronée qu'une estimation de 1, ce qui est contraire au bon sens : c'est la proportion qu'il faut considérer, et non la différence; c'est donc la moyenne géométrique qui convient, et dans le problème posé les deux estimations sont également erronées.

Pour Nozzolini, le problème est de justice commutative et non de justice distributive, ce n'est pas un problème de proportion et le raisonnement de Galilée est faux parce qu'il comporte un changement d'unité de mesure ; 1.000 est en effet distant de la vérité de 9 grandes mesures de 100 couronnes chacune, et 10 de 9 petites mesures de 10 couronnes chacune. Le problème est un problème de gain et de perte, et c'est la moyenne arithmétique qui convient pour le résoudre.

Castelli objecta à Nozzolini qu'avec son raisonnement, si un individu estime 300 ce qui vaut 100, aucune estimation en-dessous de la vérité ne pourrait compenser l'erreur.

Dans le problème des nombres indices des prix comme dans le problème de Florence, la question est de savoir s'il s'agit d'un problème de proportion ou d'un problème de gain et de perte. Jevons adoptait la première solution et concluait sans hésiter que le prix moyen ne change pas quand un prix est multiplié et l'autre divisé par 2. Mais

Laspeyres ne fut pas de cet avis (1) : « Ce que Jevons veut calculer, c'est le renchérissement moyen des marchandises ou la dépréciation moyenne de la monnaie, car il dit expressément que la valeur est une expression vague pour désigner le pouvoir qu'a la monnaie d'acheter d'autres articles. Or la moyenne géométrique n'exprime pas la dépréciation des marchandises ou l'appréciation de la monnaie, ni l'appréciation des marchandises ou la dépréciation de la monnaie. En effet après le changement dans les prix imaginé par Jevons, la même somme d'argent n'a plus le même pouvoir d'achat qu'avant, mais un pouvoir moindre, diminué dans le rapport $\frac{100}{125}$. La monnaie est dépréciée de 20 %, les marchandises ont renchéri de 25 %. Ce qui vaut de la moyenne de 2 marchandises vaut de plusieurs ». Laspeyres concluait donc en faveur de la moyenne arithmétique, qui indique bien dans l'exemple invoqué une augmentation de 25 % ($\frac{200+50}{2}=125$).

Le problème fut mis sous une forme encore plus saisissante par Pierson (2), qui montra l'irréversibilité de la moyenne arithmétique par rapport au temps. Reprenons en effet l'exemple précédent, en adoptant pour base successivement les deux époques 0 et 1.

	base 0	t_0	t_1	
Marchandise	A	100	200	$I_{1/0} = \frac{200+50}{2} = 125$
—	A'	100	50	

	base 1	t_1	t_0	
Marchandise	A	100	50	$I_{0/1} = \frac{50+200}{2} = 125$
—	A'	100	200	

On trouve donc successivement qu'au temps 1 les prix ont augmenté de 25 % par rapport au temps 0, et qu'au temps 0 ils étaient de 25 % plus élevés qu'au temps 1.

Le professeur Edgeworth et M. Correa Moylan Walsh

(1) Jahrb. 1864, p. 97.
(2) Ec. J., 1896, p. 128.

ont exposé de leur côté que les prix relatifs sont assimilables aux erreurs d'estimation et que par suite ce n'est pas la moyenne arithmétique, mais la moyenne géométrique qu'il convient de leur appliquer : « M. Galton et d'autres ont montré que la moyenne géométrique est adaptée à une espèce particulière d'observations (celles qui se conforment à la loi de Fechner) (1) que l'on peut appeler des estimations. Par exemple les estimations que différentes personnes (ou la même personne à différentes époques) peuvent faire d'un certain poids seraient aptes à être plus erronées par excès que par défaut par rapport au poids vrai, de sorte que la moyenne géométrique d'une telle série d'observations serait la méthode convenable de réduction. Cette loi peut être étendue aux prix. Les estimations variables qu'une personne peut faire de temps en temps de l'utilité finale d'un objet, en tant qu'elle est mesurée par la quantité de quelque autre objet, c'est-à-dire la monnaie, pourraient bien varier selon la loi qui a des affinités avec la moyenne géométrique... Il y a encore une autre raison très simple pour laquelle les prix sont aptes à dévier davantage en plus qu'en moins, c'est qu'un prix peut augmenter sans limite, mais ne peut tomber au-dessous de 0 » (2).

Ces arguments et tous les arguments analogues présentés par de nombreux auteurs (la moyenne arithmétique convient aux sommes et aux différences, la moyenne géométrique aux produits et aux rapports, etc.) sont parfaitement valables pour les indices monétaires (c'est d'ailleurs à leur propos que le professeur Edgeworth les a développés), mais rien ne dit a priori qu'il s'appliquent aux indices budgétaires, dans lesquels on tient compte par définition de l'importance relative des différents éléments, même s'il s'agit d'indices bud-

(1) La loi de Fechner concerne les rapports entre excitations et sensations : d'après cette loi, la sensation varierait comme le logarithme de l'excitation.
(2) Edgeworth, Papers, p. 238.

gétaires simples dans lesquels on admet par hypothèse que l'importance de ces éléments est la même pour tous.

Reprenons l'exemple de Jevons, Laspeyres et Pierson. M. March a montré (1) qu'il n'est pas purement théorique. En effet en 1905 le prix du blé d'importation était de 18 francs le quintal, celui du caoutchouc de 14 francs le kilo. Or en 1915 les prix correspondants étaient respectivement de 36 francs et de 7 francs. Si l'on prend les prix de 1905 pour base, la moyenne arithmétique fait apparaître en 1915 une hausse de 25 %; si l'on prend ensuite les prix de 1915 pour base, on trouve que le niveau moyen des prix était de 25 % plus élevé en 1905 qu'en 1915.

Ces résultats contradictoires tiennent au fait que si en apparence nous avons accordé dans chacune des comparaisons une importance égale au blé et au caoutchouc, nous avons fait en réalité deux hypothèses distinctes; dans la première comparaison, l'hypothèse de l'égalité des poids à attribuer au blé et au caoutchouc revenait à admettre que les quantités entrant dans la consommation ou l'échange ou tel autre phénomène économique pris en considération, étaient dans le rapport de $\frac{100}{18} = 5{,}5$ pour le blé à $\frac{100}{1400} = 0{,}7$ pour le caoutchouc. L'indice $I_{1/0} = \frac{200+50}{2}$ pouvait en effet s'écrire

$$\frac{36 \times \frac{100}{18} + 700 \times \frac{100}{1400}}{18 \times \frac{100}{18} + 1400 \times \frac{100}{1400}}.$$

Dans la seconde comparaison l'hypothèse de l'égalité des poids revient à admettre que les quantités entrant dans la consommation, etc., sont dans le rapport de $\frac{100}{36} = 2{,}77$ pour le blé à $\frac{100}{7} = 1{,}43$ pour le caoutchouc, c'est-à-dire dans un rapport quatre fois plus petit que dans la première comparaison. L'hypothèse de l'égalité des poids, appliquée successivement dans les deux comparaisons, correspond donc à des

(1) S. S. P., 1923, p. 263.

budgets, à des régimes absolument différents; il n'est donc pas surprenant que l'on aboutisse dans les deux cas à des résultats contradictoires.

Le professeur Edgeworth a objecté que l'on n'avait abouti dans les exemples de Pierson à des résultats entièrement contradictoires que parce qu'il s'agissait d'un exemple artificiellement simplifié. Il est exact que si l'on prend la moyenne arithmétique des prix relatifs sporadiquement dispersés, tels qu'ils se présentent dans la réalité, les divergences entre les deux indices obtenus en comparant successivement l'époque 0 à l'époque 1, et l'époque 1 à l'époque 0, sont beaucoup moins fortes. Mais c'est avec raison que l'on compare les formules en les appliquant dans des cas extrêmes (1).

Au surplus si les divergences sont plus faibles dans la réalité que dans l'exemple de Pierson, elles n'en subsistent pas moins, et le professeur Irving Fisher a montré qu'elles étaient de sens déterminé. La démonstration qu'il donne de ce théorème fondamental de la théorie des nombres indices est la suivante (2).

Montrons d'abord que la moyenne arithmétique d'un nombre et de son inverse est toujours plus grande que 1. Soit $1 + a$ celui des deux nombres en question qui est plus grand que 1. L'autre nombre est alors $\frac{1}{1+a}$. La moyenne arithmétique des deux nombres est $\frac{1 + a + \frac{1}{1+a}}{2}$, c'est-à-dire $\frac{2 + 2a + a^2}{2(1+a)}$, ou encore $1 + \frac{a^2}{2(1+a)}$, ce qui est évidemment plus grand que 1.

La formule générale de la moyenne arithmétique simple des prix relatifs, quand on compare l'époque 1 à l'époque 0 prise pour base est $A_{1/0} = \frac{1}{n} \Sigma \frac{p_1}{p_0}$, et quand on compare l'époque 0 à l'époque 1 prise pour base : $A_{1/0} = \frac{1}{n} \Sigma \frac{p_0}{p_1}$.

(1) Cf. dans ce sens Walsh, Q. J. E., 1924, pp. 504-505.
(2) The Making..., pp. 383-384.

Formons le produit $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \Sigma \frac{p_0}{p_1}$. Chacun des deux facteurs est la somme de n termes : $\frac{p_1}{p_0} + \frac{p'_1}{p'_0} + \frac{p''_1}{p''_0} + \ldots\ldots$

$$\frac{p_0}{p_1} + \frac{p'_0}{p'_1} + \frac{p''_0}{p''_1} + \ldots\ldots$$

Le produit est obtenu en multipliant successivement chaque terme d'une somme par chacun des n termes de l'autre somme. Le produit est ainsi la somme de n^2 termes, qui sont de deux sortes : les uns sont le produit de deux termes de même rang, par exemple $\frac{p'_1}{p'_0} \times \frac{p'_0}{p'_1}$; tous les termes de cette catégorie sont égaux à 1. Les autres termes sont le produit de termes de rang différent; à chaque terme qui est le produit du terme du rang i dans la première somme par le terme de rang j dans la seconde somme, on peut associer le terme obtenu en multipliant le terme de rang j dans la première somme par le terme de rang i dans la deuxième somme. On aura par exemple le groupe $\frac{p_1}{p_0} \times \frac{p'''_0}{p'''_1} + \frac{p'''_1}{p'''_0} \times \frac{p_0}{p_1}$. Or chacun des deux éléments du groupe est l'inverse de l'autre. En vertu du lemme précédent, la moyenne de ces deux éléments est plus grande que 1, ou encore leur somme est plus grande que 2. Le produit considéré est donc la somme de n^2 termes, dont chacun ou bien est égal à 1, ou bien est associé à un autre terme tel que la somme des deux termes en question est plus grande que 2. Donc la somme des n^2 termes est certainement plus grande que n^2. On a donc

$$\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \Sigma \frac{p_0}{p_1} > n^2$$

c'est-à-dire $\frac{1}{n} \Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{1}{n} \Sigma \frac{p_0}{p_1} > 1$

ou encore $A_{1.0} \times A_{0.1} > 1$.

C'est ce que le professeur Irving Fisher exprime en disant que la moyenne arithmétique dévie en plus. Il faut cependant bien s'entendre sur le sens de cette expression, qui pourrait faire croire que la moyenne arithmétique contient en elle-même une source d'erreur systématique. La propriété générale démontrée par le professeur Irving Fisher n'est nullement une propriété de la *moyenne arithmétique*, mais seulement de la *moyenne arithmétique de rapports*. C'est à la forme adoptée pour le calcul des nombres indices des prix qu'est due la déviation constatée.

Ainsi tandis que le prix relatif d'une marchandise donnée, quand on compare l'époque 1 à l'époque 0, est l'inverse de son prix relatif quand on compare l'époque 0 à l'époque 1, la moyenne arithmétique des prix relatifs de deux ou plusieurs marchandises n'est pas égale à l'inverse de la moyenne arithmétique des prix relatifs quand on renverse le sens de la comparaison.

La condition $I_{1/0} \times I_{0/1} = 1$ est dite condition de réversibilité par rapport au temps. Elle est susceptible d'être généralisée de 2 à un nombre quelconque d'époques et est alors appelée condition circulaire. On l'examinera au prochain chapitre consacré à l'étude des formules générales d'indices budgétaires. La moyenne arithmétique qui ne satisfait pas à la condition de réversibilité, ne satisfait pas à plus forte raison à la condition circulaire.

Le Dr Paul Hermberg, en combattant l'emploi de la moyenne arithmétique dans le calcul des nombres indices des prix, a invoqué (1) un exemple qui ne porte pas sur un tel indice, mais sur un indice du change, si saisissant cependant qu'il mérite d'être cité : soit les cours du mark allemand fin août, fin octobre et fin novembre 1923, tels qu'on les cote, à Berlin d'une part, à New-York d'autre part.

A Berlin, aux trois dates considérées, 1 dollar valait 4,2 millions, 42 milliards et 4200 milliards de marks. La moyenne arithmétique simple de ces trois cours est de 1.414.001.400.000 marks.

A New-York, 100 marks valaient aux mêmes dates : 0,002 4 *cent*, 0,000 000 24 *cent* et 0,000 000 002 4 *cent*. La moyenne arithmétique simple de ces trois cours est :

(1) Weltwirtschaftliches Archiv., 1924, p. 251.

0,000 800 080 8 *cent.* En comparant ces deux chiffres au pair, on trouve pour le mark une dépréciation moyenne de 1/337 milliards dans le premier cas, de 1/3 millions dans le second. L'application de la moyenne arithmétique à des chiffres réels conduit ici à des résultats grossièrement contradictoires.

On a prétendu justifier l'emploi de la moyenne arithmétique simple en faisant valoir qu'elle comportait en réalité une pondération implicite et que cette pondération implicite était rationnelle. M. Flux écrit par exemple (1) que les indices simples sont en fait des indices pondérés, exprimant le coût des quantités qui peuvent être achetées à l'époque de base pour 100 unités monétaires. De même M. Divisia trouve (2) que l'indice simple a l'avantage d'avoir une pondération implicite qui est inversement proportionnelle à la cherté des marchandises.

Il est exact que certains indices simples sont en réalité des indices pondérés : l'agrégat simple est une moyenne arithmétique des prix relatifs pondérée d'après les prix de l'année de base. Mais il est faux de dire que la moyenne arithmétique simple comporte une pondération implicite. Rappelons que par analogie avec la mécanique, nous avons dit qu'un indice est une moyenne pondérée des différents prix relatifs quand chacun de ceux-ci n'a pas la même importance dans le calcul de l'indice; le poids attribué à un prix relatif est le nombre de fois que l'on compte ce prix relatif. Or dans la moyenne arithmétique simple, chaque prix relatif est compté une fois et une fois seulement; tous les poids sont donc égaux et il n'y a aucune espèce de pondération cachée. Ce qu'il y a d'implicite, c'est le *budget* de cet indice « budgétaire », que nous avons défini, soit comme une moyenne des prix relatifs pondérée d'après les valeurs, soit comme le coût relatif de quantités déterminées de marchandises détermi-

(1) R. S. S., 1921, p. 173.
(2) R. E. P., 1925, p. 850.

nées. La formule générale d'un indice budgétaire est, soit $\sum \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_0 q}{\sum p_0 q}$, soit — ce qui est la même chose — $\frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q}$. Ce qui est implicite dans la moyenne arithmétique simple, ce sont les quantités. Il est facile de les faire apparaître : la moyenne arithmétique simple $\frac{1}{n} \sum \frac{p_1}{p_0}$ peut en effet s'écrire $\dfrac{\sum p_1 \times \frac{\frac{1}{p_0}}{\sum \frac{1}{p_0}}}{\sum p_0 \times \frac{\frac{1}{p_0}}{\sum \frac{1}{p_0}}}$.

La moyenne arithmétique simple exprime donc les variations du coût d'un budget dont les quantités seraient inversement proportionnelles aux prix de l'année de base. Ce sont les quantités de ce budget implicite qui sont, comme le dit M. Divisia, inversement proportionnelles à la cherté des marchandises.

Admettre, comme semble le faire M. Divisia, que ce budget implicite correspond à peu près à la réalité et par suite que la moyenne arithmétique simple convient, ou admettre que l'importance de tous les éléments de l'indice est sensiblement la même et par suite qu'on peut prendre tous les poids égaux, c'est exactement la même chose. Précisons ce point : soit un nombre indice des prix de gros, dans lequel nous considérons que l'importance de chaque élément doit être proportionnelle à la valeur de la consommation. Supposons que l'on estime pouvoir se contenter d'un indice calculé par la moyenne arithmétique simple, c'est-à-dire que l'on admette que tous les éléments et en particulier le charbon et le lin ont la même importance. Si le charbon valait à l'époque de base 20 fr. la tonne (ou 0,02 fr. le kg) et le lin 2 fr. le kg, ce qui était sensiblement vrai en France en 1913, les quantités du budget implicite seront inversement proportionnelles aux prix de base, soit par exemple 50 kg pour le charbon et 0,5 kg pour le lin. En effet si à l'époque t_1 le charbon valait 80 fr. la tonne et le lin 20 fr. le kg., l'indice $I_{1/0}$ est $\frac{400 + 1000}{2} = 700$, ce qui peut aussi s'écrire

$$\frac{0\,f\,08 \times 50\,k + 20\,f \times 0\,k\,5}{0\,f\,02 \times 50\,k + 2\,f \times 0\,k\,5}.$$

Admettre qu'en 1913 le charbon et le lin pouvaient être considérés comme également importants au point de vue de la consommation, c'est la même chose qu'admettre que les quantités consommées étaient dans le rapport de 100 à 1, c'est-à-dire dans le rapport inverse du rapport des prix à l'époque de base. Ajoutons qu'en fait il n'en était pas ainsi et que la quantité de charbon consommée en 1913 paraît avoir été d'environ 3000 fois la quantité de lin consommée.

Le D[r] Félix Klezl est allé plus loin : il soutient en effet (1) que la relation fondamentale entre les prix et la consommation est qu'à *tout moment* les prix des marchandises sont en raison inverse du volume consommé, c'est-à-dire qu'une marchandise dont le prix est double de celui d'une autre est consommée en quantité deux fois moindre par la collectivité, cette relation s'appliquant naturellement non aux prix et à la consommation des marchandises dans l'économie individuelle, mais à la consommation globale de la collectivité, et seulement aux articles principaux de consommation et non aux articles de luxe ou aux succédanés des articles principaux de consommation. Le D[r] Klezl reconnaît que jusqu'à présent l'opinion générale a été qu'une diminution de la demande due au renchérissement doit avoir pour conséquence de modérer le prix des articles dont la consommation a diminué, mais il estime que l'expérience et les statistiques de prix de ces dernières années ont révélé que c'est en grande partie le phénomène inverse qui se produit, c'est-à-dire que l'article dont la consommation a nettement diminué renchérit plus que ceux qui sont consommés en masse; si au cours d'un mouvement de hausse des prix, l'augmentation des revenus

(1) R. I. T., 1924.

ne va pas de pair avec celle des dépenses, la restriction des dépenses portera d'abord sur les articles les moins nécessaires à l'existence, qui augmenteront plus que les articles de première nécessité, par suite de la diminution du chiffre d'affaires.

Si la théorie du Dr Klezl était vraie d'une manière générale, l'emploi d'une moyenne simple serait justifié en toutes circonstances et à toute époque, ce qui éviterait aux statisticiens la difficulté de la détermination et de la tenue à jour d'un budget-type ou d'un système de pondération. L'emploi d'un système de pondération basé sur les valeurs comporterait à tort une double pondération.

Le Dr Klezl a appuyé sa théorie d'une étude de la consommation et des prix en Autriche en 1914, 1922 et 1923, et a montré que pour de nombreuses marchandises, la consommation relative était à peu près la même, qu'on la calcule d'après les statistiques de consommation annuelle, ou qu'on la déduise des prix relatifs d'après sa théorie. Remarquons d'ailleurs, puisque nous avons pris tout à l'heure le lin comme exemple, que si le lin a subi en France par rapport à 1913 une hausse particulièrement forte, sa consommation a certainement beaucoup diminué, conformément à la théorie du Dr Klezl. Cette théorie, incontestablement vraie dans certains cas, ne saurait malheureusement être généralisée, car les lois qui lient les prix des marchandises à la quantité qui en est consommée sont extrêmement complexes et variables selon les marchandises. De plus elles ne s'appliquent qu'aux rapports entre la consommation et les prix; or dans les nombres indices des prix on mesure souvent l'importance relative des différents éléments, non par rapport à la consommation, mais par rapport à la production, aux échanges, etc., et les rapports entre les variations des prix et celles de la production ou des échanges peuvent être entièrement différents des rapports entre les variations des prix et celles de la consommation. On ne saurait donc trouver dans cette théorie une justification générale de la moyenne arithmétique simple.

L'irréversibilité de la moyenne arithmétique simple entraîne l'impossibilité de changer la période de base de l'indice par simple division. Si l'on considère une marchandise isolée, dont le prix est p_0 à l'époque de base primitive 0, p_1 à l'époque 1, p_2 à l'époque 2, son prix relatif à l'époque 1 par rapport à l'époque 0 est $\frac{p_1}{p_0}$, à l'époque 2 : $\frac{p_2}{p_0}$. Si l'on désire maintenant prendre pour base de comparaison l'époque 1, le prix relatif à l'époque 2 devient $\frac{p_2}{p_1}$. Ce prix relatif est égal au prix relatif par rapport à l'époque 0 divisé par le prix relatif à l'époque 1 par rapport à l'époque 0 $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_0} : \frac{p_1}{p_0}$. Cette propriété ne subsiste pas si l'on passe d'un prix relatif isolé à la moyenne arithmétique de deux ou plusieurs prix relatifs. On n'a pas en effet

$$\frac{1}{n}\Sigma\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{p_2}{p_0} : \frac{1}{n}\Sigma\frac{p_1}{p_0}.$$

Pour changer la période de base de l'indice sans introduire d'erreur, il n'y a qu'une seule méthode correcte, c'est de calculer à nouveau tous les prix relatifs à partir des prix de la nouvelle base. C'est un travail fort long et qui, en général, ne peut être exécuté que par l'organisme qui publie l'indice.

On a fait observer que les différences entre les résultats des méthodes correcte et incorrecte de changement de base sont souvent négligeables; c'est ce qu'a observé en particulier la Statistique générale de la France quand elle a transféré son indice des prix de gros de la base 1901-1910 à la base juillet 1914 (1). Mais il peut n'en être pas toujours ainsi, et les différences pourront être sensibles si l'indice de la nouvelle base calculé par rapport à l'ancienne, $I_{1/0}$, a une valeur assez différente de 100. Citons par exemple le transfert de la base 1914 à la base 1920 effectué par M. Hersch (2), sur l'indice de la Frankfurter Zeitung : l'in-

(1) S. S. P., 1924, p. 239.
(2) J. S. S., 1924, pp. 60-61.

dice correct pour le 1er janvier 1922 est 364, l'indice incorrect 193.

Je reviendrai au chapitre suivant sur la question du changement de base des indices; j'indique cependant dès maintenant que je considère comme très sérieux l'inconvénient que présente la moyenne arithmétique de ne pouvoir être changée de base sans un nouveau calcul complet.

2. — *Moyenne harmonique*

La moyenne harmonique est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses des quantités. Comme les autres formes de moyennes, elle a son champ d'application : par exemple la durée de remplissage d'un bassin alimenté par deux conduites de débit différent est la moyenne harmonique des durées de remplissage à demi par chacune des conduites fonctionnant seule (1).

La moyenne harmonique n'a pas le principal avantage invoqué en faveur de la moyenne arithmétique, la simplicité. Pour son calcul elle exige une opération de plus que la moyenne arithmétique; étant rarement appliquée, elle est peu familière à l'esprit.

D'autre part elle a le même défaut que la moyenne arithmétique, elle n'est pas réversible par rapport au temps. Il est facile de le montrer : par définition on a $H_{0/1} = \frac{1}{A_{0/1}}$. On a donc $H_{1/0} \times H_{0/1} = \frac{1}{A_{0/1} \times A_{1/0}}$.

Or on vient de voir que $A_{0/1} \times A_{1/0} > 1$.

Donc $H_{1/0} \times H_{0/1} < 1$.

La moyenne harmonique dévie donc en moins par rapport au temps. Il n'y a par suite aucune raison de calculer les indices budgétaires non pondérés en prenant la moyenne

(1) Walsh, The Problem of Estimation.

harmonique des prix relatifs. En fait, d'ailleurs, on en a très rarement conseillé l'emploi dans ce cas (1).

3. — *Moyenne géométrique*

De nombreux statisticiens ont conseillé l'emploi de la moyenne géométrique pour le calcul des nombres indices des prix. On a fait observer que la moyenne géométrique est la forme naturelle pour combiner des produits et des rapports, de même que la moyenne arithmétique est la forme naturelle pour combiner des sommes et des différences ou des fonctions linéaires quelconques. Si l'on représente donc les variations des prix par des *rapports* à une position de base, il est naturel de les exprimer par leur moyenne géométrique, de même que si ces variations étaient représentées par des différences par rapport à un niveau fixe, il serait naturel de les exprimer par leur moyenne arithmétique. On a dit que la moyenne arithmétique convenait à la représentation d'un état moyen, la moyenne géométrique à celle d'un mouvement moyen.

Ces arguments ont leur valeur; ils sont d'ailleurs plus particulièrement pertinents quand il s'agit des indices du type monétaire; en ce qui concerne les indices budgétaires simples, ils ne sauraient suffire à justifier l'emploi de la moyenne géométrique.

Nous avons vu que le grand défaut de la moyenne arithmétique était d'être irréversible par rapport au temps, par suite du changement qu'entraîne le renversement du sens de la comparaison, dans le budget implicite dont la moyenne arithmétique simple exprime le coût relatif. La moyenne arithmétique ne peut être changée de base sans un nouveau

(1) Cf. cependant Coggeshall, « The arithmetic, geometric and harmonic means », Q. J. E., 1886-1887, pp. 83-86, cité par Irving Fisher, « The making... », p. 33.

calcul. Ces inconvénients n'existent pas dans la moyenne géométrique.

On a en effet $G_{1/0} = \sqrt[n]{\frac{p_1}{p_0} \times \frac{p'_1}{p'_0} \times \ldots\ldots}$ et $G_{0/1} = \sqrt[n]{\frac{p_0}{p_1} \times \frac{p'_0}{p'_1} \times \ldots\ldots}$

Or $\sqrt[n]{\frac{p_1}{p_0} \times \frac{p'_1}{p'_0} \times \ldots\ldots} = \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{p_0}{p_1} \times \frac{p'_0}{p'_1} \times \ldots\ldots}}$ D'où $G_{1/0} = \frac{1}{G_{0/1}}$.

De même on a $G_{2/0} = \sqrt[n]{\frac{p_2}{p_0} \times \frac{p'_2}{p'_0} \times \ldots\ldots}$ et $G_{2/1} = \sqrt[n]{\frac{p_2}{p_1} \times \frac{p'_2}{p'_1} \times \ldots\ldots}$

En divisant haut et bas dans cette expression par $p_0 \times p'_0 \times \ldots\ldots$ il vient $G_{2/1} = \frac{\sqrt[n]{\frac{p_2}{p_0} \times \frac{p'_2}{p'_0} \times \ldots\ldots}}{\sqrt[n]{\frac{p_1}{p_0} \times \frac{p'_1}{p'_0} \times \ldots\ldots}} = \frac{G_{2/0}}{G_{1/0}}$.

La moyenne géométrique jouit donc des propriétés de réversibilité et de transférabilité dont jouissent les prix relatifs individuels. Ses partisans ont encore invoqué en sa faveur un autre argument. Jevons, en particulier, après avoir critiqué la moyenne arithmétique, qui indique dans certains cas des augmentations moyennes trop fortes (ce à quoi Laspeyres réplique : en quoi trop fortes ?), recommande la moyenne géométrique comme étant intermédiaire entre la moyenne arithmétique et la moyenne harmonique, et comme n'exagérant pas l'influence des marchandises dont le prix a beaucoup augmenté. Il est exact qu'en vertu des propriétés mêmes de la fonction logarithmique, les prix relatifs élevés influencent moins la moyenne géométrique que la moyenne arithmétique et que les prix relatifs faibles influencent plus la moyenne géométrique que la moyenne arithmétique, mais il est impossible de dire d'une manière générale si c'est là pour la moyenne géométrique une qualité ou un défaut. Il semble que les partisans de la moyenne géométrique aient eu en vue cette corrélation négative entre les variations de prix et la consommation dont j'ai déjà parlé. Le lin, avons-nous dit, a subi par rapport à l'avant-guerre une augmentation de prix particulièrement forte; la consommation en a en même temps diminué. Ne devrions-nous pas en conséquence diminuer son influence dans le résultat d'ensemble ? En employant la moyenne géométrique au lieu de la moyenne arithmétique, nous réduisons à juste titre l'influence des marchandises dont le prix relatif a particulièrement augmenté et dont nous pouvons par suite présumer que l'importance relative a diminué, et inversement nous augmentons l'influence des marchandises dont le prix relatif est particulièrement bas et dont nous pouvons présumer que l'importance relative a augmenté. Ici encore on confond dans le raisonnement poids et quantité. La corrélation inverse que l'on a envisagée n'existerait qu'entre variations de prix et variations de *quantité* et non entre variations de prix et variations de *valeur*. Que la quantité consommée de certaines marchandises diminue quand le prix relatif s'en élève, c'est assez souvent le cas, mais rien ne dit que la *valeur* de la quantité consommée diminue aussi. Or l'importance attribuée à chaque élément de l'indice, son influence sur le résultat global, ou pour employer un terme plus précis son poids, est proportionnel, non à la *quantité* consommée, produite, échangée, etc., mais à la *valeur* de la consommation, de la production, de l'échange, etc. L'hypothèse que comporte l'emploi de la moyenne simple, c'est l'égalité de la *valeur* de la consommation, etc. On n'aurait à se préoccuper d'atténuer l'influence des prix relatifs élevés que si l'on avait des raisons de croire que la *valeur* de la consommation, etc., a diminué pour les marchandises correspondantes. Nous n'avons aucune raison de croire qu'il en est ainsi en général dans les indices des prix de gros des marchandises.

En face de l'avantage important que présente la moyenne géométrique sur la moyenne arithmétique en ce qui concerne la réversibilité et la transférabilité, les partisans de la moyenne arithmétique n'ont guère invoqué à l'encontre de la moyenne géométrique que sa moindre simplicité : la moyenne géométrique est plus difficile à calculer que la moyenne arithmétique, et plus difficile à comprendre pour la masse de ceux qui ont à se servir des nombres indices des prix de gros.

L'argument est fondé, mais je n'y attache pour ma part que très peu d'importance. Pour ce qui est de la difficulté de calcul, il n'y a pas à s'y arrêter. Si nous supposons un indice comprenant une centaine de marchandises, j'estime qu'en se servant d'une table de logarithmes, il ne faut pas plus d'une demi-heure de travail de plus pour calculer la moyenne géométrique que pour calculer la moyenne arithmétique, soit une demi-heure de travail supplémentaire par semaine ou par mois selon qu'il s'agit d'un indice hebdomadaire ou mensuel. Encore me plaçais-je à l'instant dans l'hypothèse la plus défavorable, car j'admettais que l'on désirait avoir les 100 prix relatifs eux-mêmes, ce qui n'est nécessaire que si l'on veut joindre au calcul de l'indice un calcul de la dispersion; dans ce cas, le travail supplémentaire consistait uniquement dans la recherche des 100 logarithmes des prix relatifs, car le calcul de la moyenne arithmétique de ces logarithmes n'est pas sensiblement plus long que celui de la moyenne arithmétique des prix relatifs eux-mêmes. Au contraire, pour la moyenne arithmétique, on est obligé de calculer les 100 prix relatifs dans tous les cas, même si l'on n'a pas à s'en servir pour un autre travail. Dans le cas de la moyenne géométrique, si l'on n'a pas besoin des prix relatifs, on peut abréger beaucoup le travail en calculant une fois pour toutes $\log. \frac{1}{p_0 \times p'_0 \times \ldots\ldots}$ · on n'a plus alors à rechercher chaque semaine ou chaque mois que les logarithmes des prix moyens absolus de la semaine ou du mois.

Sans vouloir anticiper sur ce qui sera dit plus loin de la recherche des éléments de l'indice, indiquons tout de suite que la réunion des données et l'examen critique qu'il faut en faire, c'est-à-dire la détermination des prix moyens absolus, exigent beaucoup plus de soin, d'intelligence et de temps que le calcul de l'indice une fois toutes les données rassemblées. Ce calcul, qu'il s'agisse de la moyenne géométrique ou de la moyenne arithmétique, peut être effectué par n'importe quelle personne attentive et consciencieuse.

D'autre part pour comprendre ce qu'est une moyenne géométrique, il faut évidemment des notions de mathématiques un peu plus étendues que pour comprendre ce qu'est une moyenne arithmétique, mais les connaissances nécessaires sont encore bien modestes : il me semble que la définition de la moyenne géométrique, et même des logarithmes, est susceptible d'être comprise par tous, et il n'est nullement indispensable de savoir comment et pourquoi on a été conduit à considérer la fonction logarithmique. Les règles du calcul logarithmique sont extrêmement simples et n'importe qui peut les appliquer correctement et utilement. En vérité d'ailleurs mon expérience personnelle m'a persuadé que beaucoup de ceux qui utilisent ou simplement consultent les nombres indices des prix ne se préoccupent nullement de la méthode de calcul qui a été appliquée; quant à ceux qui ont assez de curiosité d'esprit pour s'en préoccuper, je serais bien surpris si l'emploi de la moyenne géométrique les embarrassait. Je n'attache donc aucune importance au reproche de complication théorique ou pratique qu'on a souvent adressé à la moyenne géométrique.

On peut enfin reprocher à la moyenne géométrique d'être dépourvue de toute signification concrète. La moyenne géométrique simple, a-t-on dit, n'est pas apte à représenter les variations de la dépense. Pierson en particulier a considéré les trois cas suivants (1) :

(1) Ec. J., 1896.

		t_0	t_1
I. —	Marchandise A	50	100
	id. A′	100	50
	Dépense totale	150	150
II. —	Marchandise A	100	200
	id. A′	100	50
	Dépense totale	200	250
III. —	Marchandise A	50	100
	id. A′	200	100
	Dépense totale	250	200

Dans le premier cas, la dépense n'a pas changé de t_0 à t_1; dans le second, elle a augmenté de 25 %; dans le troisième, elle a diminué de 25 % — et cependant la moyenne géométrique n'a marqué de changement dans aucun cas.

Au contraire la moyenne arithmétique exprime les variations du coût d'un budget déterminé (implicite s'il s'agit d'une moyenne arithmétique simple), ce qui est le but même des indices budgétaires.

Il ne faut pas cependant se laisser abuser par la terminologie : tout nombre indice du mouvement des prix comporte une part d'abstraction, mais cette part est variable selon les cas : quand il s'agit d'un indice du coût de la vie, cette part est minimum; s'il s'agit au contraire d'un indice du mouvement général des prix de gros, elle est maximum; dans le premier cas l'indice est proprement budgétaire, il montre les variations du coût d'un budget moyen, d'ouvrier par exemple; mais dans le second cas, l'indice se présente sous la forme d'une moyenne des prix relatifs des différentes marchandises, pondérée d'après l'importance de chacune d'elles. Dans le premier cas il est désirable que la forme de la moyenne utilisée ait un sens concret; dans le second, l'emploi d'une forme plus abstraite ne me semble nullement à écarter a priori. Or nous nous sommes placés dans le présent chapitre dans le domaine de l'abstrait, puisque nous avons admis par hypothèse que tous les éléments de l'indice sont également importants, ce qui est loin d'être exact dans la réalité. Le budget implicite qui correspond à la moyenne arithmétique simple étant purement fictif, l'inconvénient d'employer une forme de moyenne qui n'ait pas de sens concret me paraît beaucoup plus faible que l'inconvénient que présente la moyenne arithmétique de ne pouvoir être changée de base directement.

Il n'y a d'ailleurs pas entre ces deux formes de moyennes l'opposition qu'on pourrait croire. Considérons en effet deux instants infiniment voisins t_0, t_1 ; si l'on envisage la variation absolue des prix, la moyenne arithmétique conviendrait, mais si l'on envisage la variation relative, c'est la moyenne géométrique qui convient : cette variation est en effet

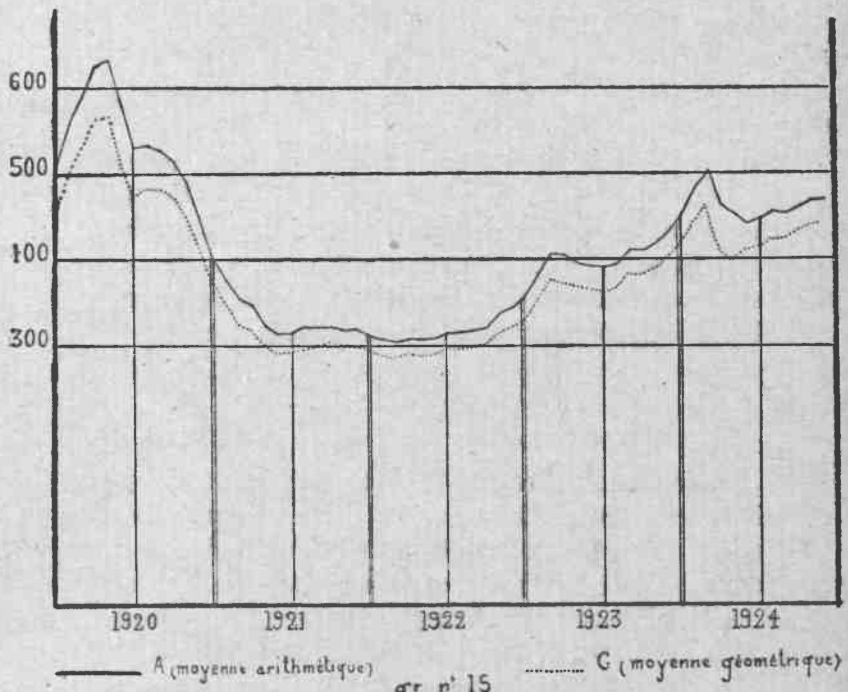
$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dp}{p} = \int_{t_0}^{t_1} d.\,\mathrm{Log.}\,p = \mathrm{Log.}\frac{p_1}{p_0}.$$

M. Lucien March a montré (1) d'autre part que la moyenne géométrique différait infiniment peu d'une moyenne arithmétique des prix relatifs dans laquelle le prix à chaque instant serait rapporté, non plus à sa valeur à un certain moment pris pour base, mais à la moyenne des valeurs successives de ce prix. Lorsqu'il s'agit d'un phénomène permanent donnant lieu à des changements quasi-périodiques, on serait dispensé d'avoir à calculer de nouveau ce prix à chaque instant nouveau en prenant pour base le prix moyen de la période.

Le professeur Edgeworth a proposé récemment (2) une formule que l'on pourrait substituer, le cas échéant, à la moyenne géométrique : faisant observer qu'il n'y a aucune raison de préférer la moyenne arithmétique à la moyenne harmonique, il suggère d'employer la moyenne géométrique

(1) Metron, 1921, p. 77 et S. S. P., 1923, p. 262.
(2) R. S. S., 1925, p. 566.

entre ces deux formules, soit $\sqrt{A \times H}$. Cette formule est identique à la moyenne géométrique dans le cas de deux éléments seulement; dans le cas général elle en diffère très peu.



Gr n° 15

Ces deux formules, moyenne arithmétique rapportée au prix moyen et $\sqrt{A.H}$ n'offrent aucun avantage théorique ni pratique sur la moyenne géométrique.

Il est intéressant d'examiner quels sont les liens qui unissent en fait la moyenne arithmétique à la moyenne géométrique. On a représenté sur le graphique n° 15 les variations de la moyenne arithmétique et de la moyenne géométrique des 98 séries de prix relatifs entrant dans la composition de l'indice du Federal Reserve Board pour la France.

On voit immédiatement que la moyenne géométrique est toujours plus petite que la moyenne arithmétique, ce qui est conforme à la théorie, et que les deux courbes sont sensiblement parallèles; elles atteignent toutes deux leurs maxima et leurs minima en même temps, et à une exception insignifiante près, les variations d'un mois sur le précédent sont toujours de même sens pour les deux moyennes. Il faut se rappeler que ce parallélisme n'a certainement pas été constant, puisque si j'avais pu représenter les deux courbes depuis leur origine 1913, elles seraient parties de deux points infiniment voisins.

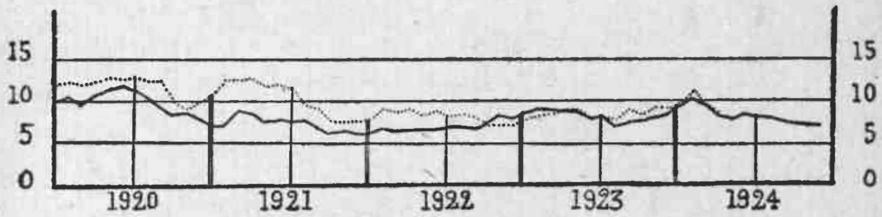
On peut étudier de plus près les rapports entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique et calculer soit le rapport $c = \frac{A}{G}$, (toujours supérieur à 1), soit ce que le Docteur Hersch (1) appelle le coefficient de divergence $d = \frac{A - G}{G}$. Ce coefficient a été calculé ci-dessous, d'une part pour les 98 séries de l'indice du Federal Reserve Board, d'autre part pour les 45 séries de l'indice de la Statistique générale de la France (2).

	1920		1921		1922		1923		1924	
	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.
Janvier	9,9	12,4	7,0	10,8	6,2	8,0	8,8	8,0	9,5	9,6
Février	10,5	12.5	7,2	12,7	6,7	9,3	9,3	8.4	10,5	11,2
Mars	9,6	12,3	8.7	12,7	6,5	8,9	9.2	8,6	9,7	9.7
Avril	10.8	12.6	8,5	13,0	6.7	9.3	9.0	9.1	8,6	8,8
Mai	11,2	13,0	7,5	12,1	6,7	8,6	8,8	9,0	8.4	
Juin	11.5	12,9	7,9	12.2	6,9	9,0	8.1	8,0	8,7	
Juillet	11,0	13.0	7,6	11,7	7,0	8,4	8.3	8 3	8,5	
Août	10,3	12,6	7.8	9,7	7,1	8,5	7.1	7,9	8,4	
Septembre	9.1	12.6	6,9	9.3	7.0	8.2	7 6	8.9	8,0	
Octobre	8,2	10.1	6,3	7,9	7,6	7,4	8,0	8.5	7,6	
Novembre	8,5	9.4	6,5	7,6	8,4	7,4	8,4	9.2	7.6	
Décembre	7,9	10,1	6,2	7,7	8,1	7,2	8,8	9.1	7.6	
Moyenne	9,9	12,0	7,3	10,6	7,1	8,4	8,5	8.6	8,6	

(1) J. S. S., 1924, I, p. 53-54.

(2) La valeur de la moyenne géométrique correspondant à l'indice de la Statistique générale de la France pour les 52 premiers mois de la période étudiée a été publiée par M. Dugé de Bernonville dans S. S. P., 1924, pp. 244-245.

Pour les cinq années étudiées, le coefficient moyen de divergence des indices du Federal Reserve Board est de 8,3 % Pour les 52 premiers mois, le coefficient moyen de divergence des indices de la Statistique générale de la France est de 9,9 %, contre 1 à 2 % avant la guerre. On voit sur le graphique n° 16, qui représente les variations du coefficient



—— F.R.B.

Gr. n° 16 : coeff. de diverg.ce d. $\frac{A-G}{G}$ .... S.G.F

de divergence entre les moyennes arithmétique et géométrique, que ce coefficient varie à peu près comme la dispersion relative : on retrouve les maxima de 1920 et du début de 1923 et de 1924, mais l'amplitude des variations est beaucoup moins forte que pour la dispersion relative. Cette similitude pouvait d'ailleurs être prévue. Dunckler, puis M. Norman Crump ont établi en effet l'existence d'une relation intéressante entre les valeurs de A, G, et σ. On sait en effet qu'à l'écart quadratique moyen σ des prix relatifs correspond l'écart quadratique σ_g des logarithmes de ces prix relatifs et qu'aux valeurs $A \pm \sigma$ correspondent les valeurs $G \times \text{antilog.}\ \sigma_g$ (1) et $\frac{G}{\text{antilog.}\ \sigma_g}$. Or quand la dispersion relative est faible, $\frac{G}{\text{antilog.}\ \sigma_g}$ est très voisin de $A - \sigma$, et $G \times \text{antilog.}\ \sigma_g$

(1) L'antilogarithme de x est le nombre naturel qui a pour logarithme x.

est très voisin de $A+\sigma$. En éliminant σ_g on trouve la relation $\frac{A+\sigma}{G}=\frac{G}{A-\sigma}$. D'où $A^2—G^2=\sigma^2$.

De cette égalité on peut déduire une relation entre le coefficient de divergence *d* et la dispersion relative. Soit *V* le coefficient de variation $\frac{\sigma}{A}$. On a $A^2—G^2=V^2\times A^2$.

Posons $\frac{\sigma}{A}=c$ et éliminons A et G. Il vient $1-\frac{1}{c_2}=V^2$, ou encore $V^2=1-\frac{1}{(1+d)^2}$

d nous est donné par le tableau ci-dessus, V par le tableau de la page 92. On a recherché si la relation précédente était vérifiée pour les valeurs moyennes annuelles de *V* et de *d*

	d	V	$1-\frac{1}{(1+d)^2}$	V^2
1920	0,099	0,439	0,172	0,193
1921	0,073	0,360	0,131	0,130
1922	0,071	0,373	0,128	0,139
1923	0,085	0,422	0,151	0,178
1924	0,086	0,416	0,152	0,173

La vérification n'est qu'approchée, parce qu'en l'espèce la dispersion relative était élevée; elle est presque exacte pour l'année 1921 pendant laquelle la dispersion relative a été le plus faible. La relation $A^2—G^2=\sigma^2$ est néanmoins très utile à retenir et est susceptible d'applications intéressantes.

4. *Médiane et dominante*

L'emploi de la médiane simple consiste à prendre pour indice le prix relatif qui partage en deux parties égales la liste des prix relatifs supposés rangés par ordre de grandeur. Il a été recommandé très vivement par quelques-uns des statisticiens les plus éminents qui se soient occupés de la théorie des nombres indices des prix, en particulier par les professeurs Edgeworth, Bowley et Irving Fisher.

On a surtout invoqué en sa faveur des arguments d'ordre pratique; cependant on a fait valoir également l'argument théorique que la médiane est peu sensible à l'influence des prix relatifs extrêmes, en particulier des prix relatifs très élevés. Le professeur Wesley Mitchell a noté cette particularité dans son livre « Gold-Prices and Wages under the Greenbackstandard », à propos des prix extrêmement élevés qu'avaient atteints à l'époque considérée les marchandises provenant des Etats du Sud et notamment le coton; pendant cette période, la médiane est très sensiblement inférieure à la moyenne arithmétique; la différence maximum se produit en juillet 1864; elle atteint 42 points, soit 20 % de la médiane (Mé = 194; A = 236).

Cette propriété tient au fait que la grandeur des différents prix relatifs n'influe pas sur la médiane, mais seulement leur ordre. L'argument ainsi invoqué l'a été également en faveur de la moyenne géométrique, et j'ai déjà dit que je ne le considérais pas comme valable. Il n'est en effet nullement démontré que l'importance relative d'une marchandise diminue dans le cas général quand son prix subit une hausse particulièrement forte.

L'argument que l'on a le plus invoqué en faveur de la médiane, c'est la facilité avec laquelle on peut la calculer : en réalité il n'y a même pas de calcul proprement dit, il suffit de ranger les quantités considérées, puis en partant des quantités extrêmes de laisser tomber successivement une grandeur à chaque extrémité de la liste. En fait, il n'est même pas nécessaire de ranger toutes les données; même en présence de données nombreuses, on voit immédiatement à peu près où tombera la médiane. En tout cas on distingue tout de suite un groupe de quantités certainement inférieures et un groupe de quantités certainement supérieures à la médiane, et on supprime dans chaque groupe un nombre égal de quantités, sans prendre la peine de ranger le groupe; on ne range que le groupe central.

Il est incontestable que la médiane d'un certain nombre de données est très facile à déterminer — une fois que les données sont calculées —, mais d'abord cet argument a perdu de sa force, aujourd'hui que l'emploi des procédés mécaniques de calcul s'est généralisé. De plus je me demande si le calcul de la médiane exige moins de temps que celui de la moyenne arithmétique. Considérons par exemple un indice portant sur 100 marchandises. Pour calculer la médiane comme pour calculer la moyenne arithmétique, il faut commencer par calculer les 100 prix relatifs, donc aucun gain de temps de ce côté-là; puis, pour obtenir la médiane, il faut classer, sinon la totalité de ces 100 prix relatifs, du moins un bon nombre d'entre eux; il ne faut pour cela qu'un petit nombre de minutes, soit, mais croit-on qu'il faudra beaucoup de temps pour additionner — même sans le secours d'une machine à calculer — 100 nombres de 4 chiffres (ce qui est le cas général pour les indices actuels, calculés avec une décimale sur la base de 100) et diviser le total par un nombre voisin de 100 ? Même si on ne dispose pas d'une machine à calculer, mais seulement comme moi-même d'une table de logarithmes, le calcul *complet* d'une moyenne arithmétique d'une centaine de prix relatifs, à partir des prix absolus, demande sensiblement moins de deux heures. Quant au calcul de la moyenne géométrique, exécuté dans les mêmes conditions, il ne demande pas plus de temps, et si l'on n'a pas besoin de connaître les prix relatifs eux-mêmes, le calcul *complet* de la moyenne géométrique d'une centaine de prix relatifs, à partir des prix absolus, demande *moins de 3/4 d'heure.*

Ainsi dans les hypothèses les plus favorables à l'emploi de la médiane, la substitution de la médiane à la moyenne arithmétique ou à la moyenne géométrique ne peut procurer qu'une économie de temps insignifiante.

Mais, ajoute-t-on, en même temps que la médiane, on a, grâce aux quartiles, une mesure de la dispersion. J'estime qu'on a trop négligé jusqu'ici l'étude de la dispersion, je suis donc tout particulièrement sensible à cet argument. Mais il n'est valable que si l'on se contente de la mesure très grossière de la dispersion qu'on peut tirer de la considération des quartiles; l'écart relatif moyen et surtout le coefficient de variation seraient bien préférables. En tout cas, l'argument n'est qu'accessoire, car, ainsi que M. Correa Moylan Walsh l'a fait observer (1), la détermination de l'indice et la mesure de la dispersion sont deux problèmes distincts.

Notons enfin que la médiane, contrairement à la moyenne arithmétique et à la moyenne harmonique, est réversible par rapport au temps, le changement de sens de la comparaison ayant simplement pour effet de renverser l'ordre des prix relatifs. Mais la médiane ne satisfait pas à la condition circulaire. D'autre part le professeur Edgeworth considère la médiane comme recommandable parce qu'étant « de l'espèce la plus objective, adaptée à aucun but spécial, tel que les besoins du consommateur, ou les difficultés du producteur, mais plus impersonnelle et absolue » (2). Sans doute la médiane est objective, mais pas plus que la moyenne géométrique, et il n'est pas certain que ce soit là une qualité.

On a au contraire adressé à la médiane divers reproches, d'inégale importance. Tout d'abord, a-t-on dit, si l'on a réparti en groupes les marchandises étudiées, les médianes des différents groupes ne peuvent être combinées comme pourraient l'être des moyennes arithmétiques. Pour avoir la médiane de l'ensemble des prix relatifs, il faut recommencer toute l'opération sur cet ensemble, tandis que si l'on veut calculer la moyenne arithmétique à partir des moyennes

(1) The Problem of Estimation, p. 133, note 182.
(2) Papers, pp. 327-328.

de groupes, il n'est nullement nécessaire de connaître tous les prix relatifs, il suffit de connaître, outre les moyennes de groupes, le nombre d'articles contenus dans chaque groupe. Il ne faut pas s'exagérer l'importance de ce reproche, car dans le cas de la médiane il n'est pas nécessaire de refaire l'opération de classement sur tout l'ensemble, mais seulement sur la partie centrale, comprise entre les médianes partielles extrêmes; elle exige cependant que l'on dispose des prix relatifs eux-mêmes.

On doit, a-t-on dit, rejeter la médiane parce qu'on pourrait remplacer tous les prix relatifs supérieurs à la médiane par des prix relatifs plus élevés et tous les prix relatifs inférieurs à la médiane par des prix relatifs plus faibles, sans changer la médiane. On peut même imaginer une infinité de modifications des prix relatifs qui ne feraient pas varier la médiane. C'est exact, mais il en serait de même de toutes les autres formes de moyennes. Tout ce qu'on peut dire, c'est que le choix de ces modifications est plus large pour la médiane que pour les autres formes, parce que la médiane ne dépend que de la position respective des prix relatifs. Au surplus il ne s'agit pas de modifier les données, mais de les prendre telles qu'elles sont et de choisir la meilleure manière d'en déterminer la moyenne.

Si les données sont très nombreuses et très concentrées, il arrive très souvent que la médiane ne réponde plus à sa définition. Si par exemple la médiane tombe dans un groupe très nombreux de chiffres identiques, il n'est plus vrai que la moitié des cas soit au-dessus et la moitié au-dessous de la médiane. M. Wesley Mitchell a cité le cas des variations de prix relevées par le Bureau of Labor Statistics pour 1891 par rapport à 1890 : 232 articles étaient représentés; or 82 articles avaient haussé de prix, 44 étaient restés constants, 106 avaient baissé de prix; donc la médiane tombait dans le groupe sans changement, et même le 6e décile aussi, par suite ni la médiane, ni même le 6e décile, ne partageaient la série des variations en deux groupes numériquement égaux.

Un autre inconvénient se présente quand, au lieu d'y avoir une forte concentration centrale, les prix relatifs sont éloignés les uns des autres vers le milieu de la liste, ou a fortiori si les prix relatifs sont répartis en deux groupes sensiblement aussi nombreux et éloignés l'un de l'autre; plus généralement la médiane a le défaut de n'être pas sensible : une variation de prix qui ne fait pas passer une quantité de la moitié supérieure de la liste à la moitié inférieure, ou inversement, n'affecte pas la médiane. Cet inconvénient peut devenir très grave si les données dont on prend la médiane ne sont pas nombreuses. Comme dans ce cas il peut y avoir une différence notable entre la médiane et les deux prix relatifs immédiatement voisins, il peut arriver très bien qu'une variation importante des prix relatifs n'affecte pas la médiane; et si celle-ci change, elle change brusquement beaucoup. Le professeur Irving Fisher, ayant à calculer la médiane de 36 prix relatifs, a pris trois d'entre eux au hasard, puis a ajouté successivement les autres prix relatifs deux par deux, toujours au hasard : sur 17 étapes qu'a comportées ce calcul, il n'a trouvé que *6* changements de valeur pour la médiane.

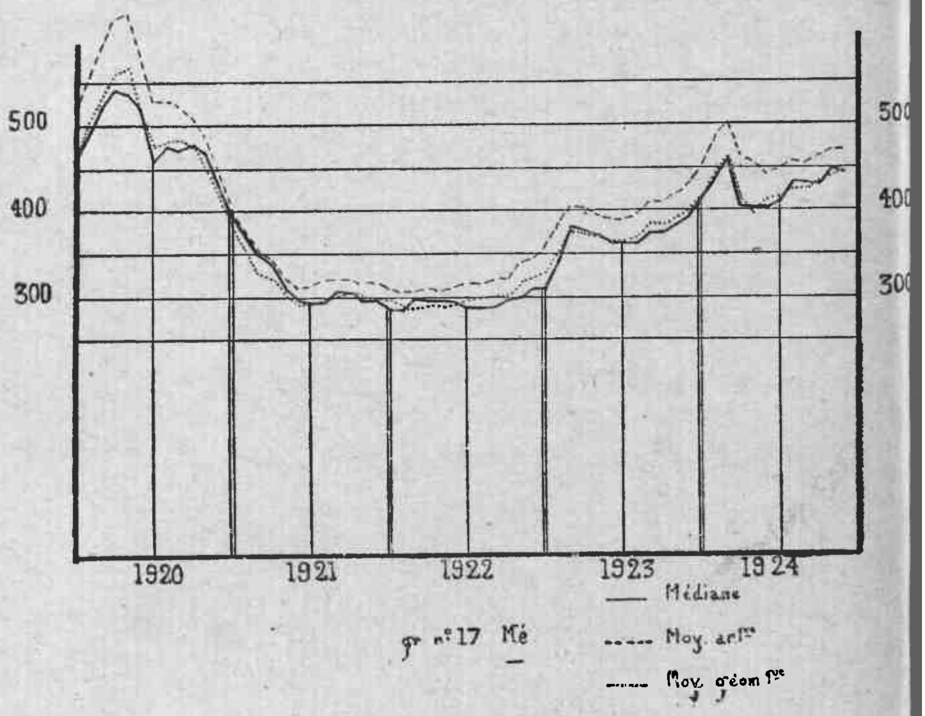
Tous ces défauts tiennent au caractère fondamental de la médiane de n'être pas une fonction des différents prix. La médiane est tout à fait recommandable quand les intervalles des données n'ont aucune signification. Mais un bon indice budgétaire doit être fonction de la valeur des prix relatifs. Pour cette raison je considère que la médiane doit être condamnée théoriquement. Pratiquement elle ne présente aucune supériorité sur la moyenne arithmétique ni sur la moyenne géométrique. Dans ces conditions je ne vois nulle raison de l'employer.

Il résulte du caractère de la médiane qu'elle n'a aucune position définie par rapport à la moyenne arithmétique ni à la moyenne géométrique; elle peut être supérieure à la moyenne arithmétique, comprise entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique, ou plus petite que la moyenne géométrique. En fait elle ne sera presque jamais supérieure à la moyenne arithmétique. Nous avons vu en effet que par suite de la forme même des prix relatifs, qui peuvent croître au-delà de toute limite et ne peuvent tomber au-dessous de 0, les écarts en plus par rapport à la moyenne arithmétique seront en général moins nombreux que les écarts en moins; il en résulte que la moyenne arithmétique sera en général plus grande que la médiane; cependant cette règle souffre des exceptions. Les différentes recherches qui ont été faites à ce sujet montrent, d'autre part, que la médiane suit en général la moyenne géométrique d'assez près. Le professeur Edgeworth estime même que la médiane suit la moyenne géométrique quand la distribution des données est géométrique (c'est-à-dire quand la distribution de leurs logarithmes est conforme à la loi de Gauss) et la moyenne arithmétique quand la distribution des données elles-mêmes est conforme à la loi de Gauss; cela n'a rien que de naturel, puisque dans le premier cas on est certain a priori que la médiane est du même côté de la moyenne arithmétique que la moyenne géométrique, et dans le second cas que, la distribution étant voisine de la distribution normale qui est symétrique, la médiane et la moyenne arithmétique sont voisines.

Le caractère erratique de la médiane est d'autant plus marqué que l'on part de données moins nombreuses. Le professeur Wesley Mitchell l'a vérifié en comparant la médiane et la moyenne arithmétique pour 25 années, successivement pour 145 et pour 25 prix relatifs (1). M. Norman Crump a comparé la médiane à la moyenne arithmétique et à la moyenne géométrique pour les séries de prix relatifs servant

(1) B. L. B., n° 173, p. 87.

au calcul de l'indice du Financial Times (1) : sur 31 comparaisons, la médiane a été 7 fois supérieure à la moyenne arithmétique, 22 fois comprise entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique et 2 fois plus petite que la moyenne géométrique. J'ai comparé de même la médiane à la moyenne arithmétique et à la moyenne géométrique pour les 98 séries de prix relatifs entrant dans le calcul de l'indice du Federal Reserve Board pour la France et pour les 45 séries



de prix relatifs de l'indice de la Statistique générale de la France. Dans le premier cas, la médiane n'est jamais supérieure à la moyenne arithmétique, elle est comprise 24 fois

(1) R. S. S., 1924, p. 195.

entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique, et elle est 36 fois inférieure à la moyenne géométrique. Dans le second cas, la médiane est 10 fois supérieure à la moyenne arithmétique, 35 fois comprise entre les moyennes arithmétique et géométrique, 1 fois égale à la moyenne géométrique et 6 fois inférieure à la moyenne géométrique.

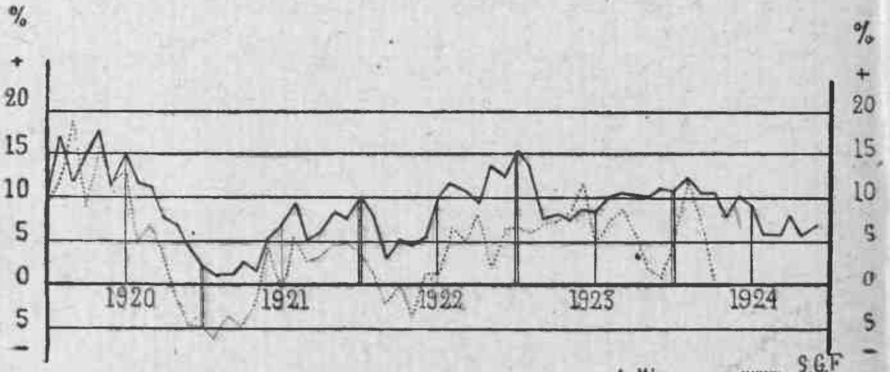
On a tracé sur le graphique n° 17 les variations de la moyenne arithmétique, de la médiane et de la moyenne géométrique des 98 séries de prix relatifs de l'indice du Federal Reserve Board. On voit aussitôt que la médiane est beaucoup plus voisine de la moyenne géométrique que de la moyenne arithmétique; on s'en rendra encore mieux compte en examinant, comme nous l'avons fait pour comparer la moyenne géométrique à la moyenne arithmétique, les coefficients de divergence

$$d' = \frac{A - Mé}{Mé} \quad \text{et} \quad d'' = \frac{G - Mé}{Mé}$$

Coefficient de divergence $d' = \frac{A - Mé}{Mé}$

	1920		1921		1922		1923		1924	
	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.
Janvier	11,0	9,3	2,4	*—4,9*	10,2	3,7	15,7	7.2	11,3	4,4
Février	17,2	12,3	1,3	*—6,2*	8,2	1,7	13,9	6,6	12.8	12,5
Mars	12,2	18,7	1,5	*—3,5*	3,2	*—1,9*	8,0	7,5	10,9	7,9
Avril	15,6	9,0	2,7	*—4 7*	5,2	0,3	8,1	7.9	11,0	0,8
Mai	17,8	16,1	4,4	*—2,1*	4.9	*—3,4*	7,7	8,5	8,0	
Juin	11,4	11,8	5,3	4.2	5,7	1,6	8.8	11,8	10,4	
Juillet	15.1	13.0	7,0	*—0.5*	10,2	1,6	8,7	5,1	9,4	
Août	11,8	4.9	9,2	5,8	11,8	7,0	10,0	7,4	6,1	
Septembre	11,5	6,9	5,1	2,8	11,0	5,2	10,8	9,1	6.1	
Octobre	8,0	3,6	6,4	3,5	9,9	8,3	10,6	6,6	8,2	
Novembre	4,6	*—1.3*	8,5	4,9	14,0	2,5	10,4	2,4	5,6	
Décembre	4,2	*—4,7*	7,9	5,0	12,8	6,9	11,3	1,3	7,0	
Moyenne	11,7	8,3	5,1	0,4	8,9	2,8	10,3	6,8	8,9	

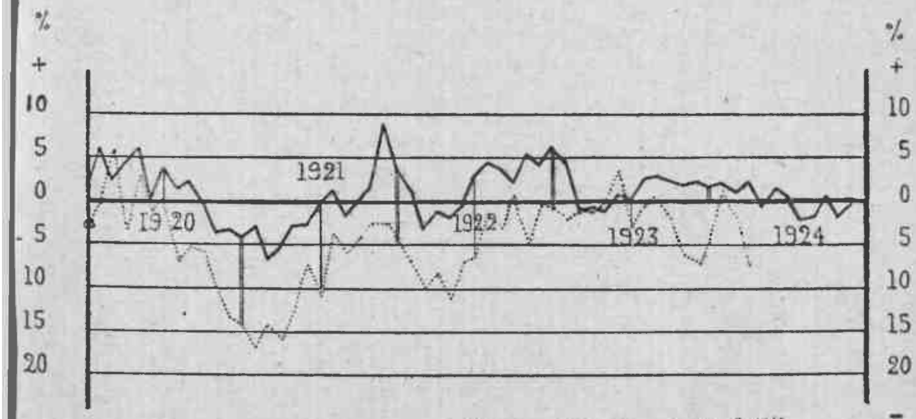
Pour l'ensemble de la période étudiée, le coefficient de divergence moyen entre la médiane et la moyenne arithmétique est de 9,0 % pour l'indice du Federal Reserve Board et de 4,7 % pour l'indice de la Statistique générale de la France. Ce coefficient est d'ailleurs assez variable : son écart moyen est de 3,04 pour l'indice du Federal Reserve Board, de 4,30 pour l'indice de la Statistique générale de la France, d'où un écart relatif moyen élevé, de 33,8 % pour le premier indice et de 91,4 % pour le second. Cette instabilité, qui exprime de manière très nette le caractère erratique de la médiane, est très visible sur le graphique n° 18 qui représente les variations du coefficient de divergence entre la médiane et la moyenne arithmétique. L'allure de la courbe *d'* pour l'indice du Federal Reserve Board rappelle, mais d'assez loin seulement, celle des courbes de dispersion et de dissymétrie des prix relatifs. Le graphique relatif à l'indice de la Statistique générale de la France a la même allure que celui qui se rapporte à l'indice du Federal Reserve Board, mais jusque vers le milieu de 1922 seulement.



gr. n° 18 coeff. de diverg. d'. $\frac{A-Mé}{Mé}$

J'ai comparé de même la médiane à la moyenne géométrique. Ainsi que je l'ai déjà indiqué, la divergence est faible, surtout pour l'indice du Federal Reserve Board, qui comporte des prix relatifs deux fois plus nombreux que l'indice de la Statistique générale de la France. Cela confirme bien que la médiane est d'autant moins acceptable qu'elle porte sur un nombre plus faible de prix relatifs. Le coefficient de divergence moyen entre la médiane et la moyenne géométrique est de +0,8 % pour l'indice du Federal Reserve Board et de

—4,7 % pour l'indice de la Statistique générale de la France. Mais il convient de noter que, si le coefficient de divergence est faible, il est très variable. Son écart moyen est en effet de 2,5 pour le premier indice, de 4,1 pour le second, ce qui correspond à un écart relatif moyen de 316 % pour l'indice



gr. n°19 : coeff. de diverg. d. G-Mé / Mé

du Federal Reserve Board, de 86,6 % pour l'indice de la Statistique générale de la France.

Le professeur Irving Fisher avait cru remarquer que la médiane était inférieure à la moyenne géométrique dans les périodes de hausse rapide des prix; cette règle ne se trouve pas vérifiée dans les deux indices étudiés.

Coefficient de divergence $d'' = \frac{G - Mé}{Mé}$

	1920		1921		1922		1923		1924	
	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.	F.R.B.	S.G.F.
Janvier	+ 1,4	— 2,7	— 4,3	— 14,2	+ 3,7	— 4,0	+ 6,4	— 0,7	+ 1,6	— 4,8
Février	+ 6,0	— 0,2	— 5,5	— 16,8	+ 1,4	— 6,9	+ 4,3	— 1,7	+ 2,1	+ 1,3
Mars	+ 2,4	+ 5,7	— 6,6	— 14,4	— 3,1	— 9,9	— 1,3	— 1,1	+ 1,1	— 1,7
Avril	+ 4,3	— 3,2	— 5,3	— 15,7	— 1,4	— 8,3	— 0,8	— 1,1	+ 2,2	— 7,4
Mai	+ 5,9	+ 2,7	— 2,9	— 12,6	— 1,7	— 11,1	— 1,0	— 0,5	— 0,3	
Juin	— 0,1	— 1,0	— 2,8	— 7,2	— 1,0	— 6,8	+ 0,6	+ 3,6	+ 1,5	
Juillet	+ 3,8	0	— 0,5	— 10,9	+ 3,0	— 6,2	+ 0,4	— 2,9	+ 0,9	
Août	+ 1,3	— 6,9	+ 1,3	— 3,6	+ 4,4	— 1,4	+ 2,6	— 0,4	— 2,1	
Septembre	+ 2,2	— 5,1	— 1,7	— 5,9	+ 3,7	— 2,8	+ 3,0	+ 0,2	— 1,7	
Octobre	— 0,4	— 5,9	+ 0,1	— 4,1	+ 2,2	+ 0,8	+ 2,4	— 1,8	+ 0,6	
Novembre	— 3,6	— 9,8	+ 1,8	— 2,5	+ 5,2	— 4,5	+ 1,9	— 6,2	— 1,8	
Décembre	— 3,5	— 13,4	+ 8,9	— 2,5	+ 4,3	— 0,3	+ 2,2	— 7,1	— 0,5	
Moyenne	+ 1,8	— 3,3	— 1,5	— 9,2	+ 1,7	— 5,1	+ 1,7	— 1,6	+ 0,3	

On a résumé ci-dessous les éléments de la comparaison des trois formes principales d'indices simples, moyenne arithmétique, moyenne géométrique et médiane, les unes aux autres :

	F.R.B.	S.G.F.
1° *Moyenne arithmétique et moyenne géométrique*		
Coefficient de divergence moyen	+ 8,3 %	+ 9,9 %
Ecart moyen de ce coefficient	1,04	1,68
Ecart relatif moyen de ce coefficient	12,5 %	16,9 %
2° *Moyenne arithmétique et médiane*		
Coefficient de divergence	+ 9,0 %	+ 4,7 %
Ecart moyen de ce coefficient	3,04	4,30
Ecart relatif moyen de ce coefficient	33,8 %	91,4 %
3° *Moyenne géométrique et médiane*		
Coefficient de divergence	+ 0,8 %	— 4,7 %
Ecart moyen de ce coefficient	2,49	4,06
Ecart relatif moyen de ce coefficient	316,4 %	86,6 %

Il reste à dire quelques mots de la dominante. Cette forme de moyenne n'offre aucun avantage et présente, en les amplifiant, tous les défauts de la médiane : il suffit que quelques prix relatifs viennent à être voisins les uns des autres pour qu'ils exercent sur la dominante une influence prépondérante, le reste des prix relatifs n'ayant pratiquement plus aucune influence. La dominante ne pourrait être appliquée sans conduire à des résultats absurdes que si l'on disposait de prix relatifs extrêmement nombreux; même appliquée aux 1437 prix relatifs du War Industries Board américain, elle a donné de mauvais résultats.

En résumé, la dominante est à rejeter sans discussion; la médiane n'offre aucun avantage théorique ni pratique sur la moyenne arithmétique ni sur la moyenne géométrique, et a le défaut de n'être pas une fonction des différents prix relatifs. La moyenne arithmétique est irréversible et ne peut être changée de base par un calcul direct. La moyenne géométrique me paraît donc la meilleure forme d'indice budgétaire simple, ou plutôt la forme la moins mauvaise d'indice budgétaire simple, car il ne faut pas oublier que l'indice budgétaire doit être pondéré et qu'on n'accepte une formule simple que parce qu'on est dans l'impossibilité de déterminer les poids, ou qu'on renonce à demander à l'indice plus que des renseignements généraux sur le sens et l'ordre de grandeur des variations dans les prix de gros des marchandises.

CHAPITRE VI

LES DIFFERENTES FORMULES D'INDICES BUDGETAIRES PONDERES

Le problème du choix de la formule mathématique est un de ceux qui ont été le plus souvent et le plus abondamment traités par les auteurs qui se sont occupés de la théorie des nombres indices des prix. Le professeur Irving Fisher lui a consacré tout un livre in-8° de 526 pages. On ne saurait cependant le considérer comme résolu : c'est peut-être d'ailleurs qu'il est insoluble. La plupart des auteurs se sont bornés à présenter un certain nombre de formules, choisies souvent un peu au hasard, soit à cause de leur simplicité, soit parce que l'auteur y était conduit par d'autres recherches, puis à étudier leurs propriétés et à en élire une comme étant la meilleure. La seule méthode rationnelle eût été cependant de déterminer a priori, d'après la nature du problème posé, les conditions auxquelles doit satisfaire un nombre indice du mouvement des prix, puis d'en déduire, parmi l'infinité des formules possibles $f(p_1, p'_1, \ldots, p_0, p'_0, \ldots, \Pi, \Pi', \ldots)$ celles qui satisfont aux conditions posées, ou tout au moins, si cette méthode était difficile à appliquer, de former rationnellement une collection des formules les plus intéressantes et d'éliminer de cette collection les formules ne satisfaisant pas aux conditions posées.

Cette méthode, la seule rationnelle, n'a été suivie que par un très petit nombre d'auteurs : le professeur Irving Fisher, dans un appendice au chapitre X de son livre sur le Pouvoir d'achat de la monnaie, puis M. Lucien March (1), puis de nouveau le professeur Irving Fisher, d'abord dans une communication au 82e Congrès de l'American Statistical Association, ensuite dans son livre « The Making of Index-Numbers », enfin par M. Divisia dans ses études récentes sur l'indice monétaire. Ces travaux sont d'ailleurs de nature assez différente. Dans sa première étude, le professeur Irving Fisher avait bien posé a priori les conditions auxquelles doit satisfaire un nombre indice du mouvement des prix; mais la collection des 44 formules auxquelles il avait appliqué ses « tests » avait été formée sans aucune règle logique. Au contraire dans son livre « The Making of Index-Numbers » l'auteur a non seulement déterminé logiquement les conditions à satisfaire, qu'il réduit d'ailleurs à deux, mais formé logiquement la collection des 134 formules dont il a examiné la valeur. M. March de son côté a recherché les conditions auxquelles doit satisfaire un indice du type que j'ai appelé jusqu'ici, après lui, « indice monétaire », et dont la caractéristique est d'être fondé sur l'hypothèse que les effets des causes de variations propres à chaque marchandise se compensent par l'effet de la loi des grands nombres. L'expression d'indice monétaire devrait être réservée à l'indice destiné à mesurer les variations du pouvoir général d'achat de la monnaie, en dehors de toute hypothèse sur l'entrée en action de la loi des grands nombres. C'est précisément cet indice que M. Divisia a étudié; il en a déterminé la formule uniquement par la condition que la valeur de la

(1) Metron, 1921.

monnaie satisfait à la loi quantitative. Mais il se trouve que la formule à laquelle aboutit M. Divisia est, au moins en apparence, la formule d'indice budgétaire la plus classique :

$$\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}.$$

Un nombre indice du mouvement des prix est un chiffre relatif et un chiffre moyen. Il en résulte qu'on peut concevoir un tel indice, soit comme un rapport de moyennes, soit comme une moyenne de rapports, c'est-à-dire soit comme le rapport des prix moyens à l'époque considérée et à l'époque de base, soit comme une moyenne des rapports entre les différents prix à l'époque considérée et les prix à l'époque de base.

Cette alternative, admissible logiquement, se pose-t-elle en fait ? un nombre indice du mouvement des prix peut-il être indifféremment un rapport de moyennes ou une moyenne de rapports ? Dès 1876, un des fondateurs français de la statistique, le Dr Bertillon, s'était posé la question (1). Pour lui, un rapport de moyennes n'est pas une moyenne, car une moyenne doit être calculée sur des grandeurs existantes et non sur les éléments constitutifs de ces grandeurs (2), et il cite l'exemple de l'indice céphalique, qu'on calcule souvent à tort en additionnant successivement chacune des dimensions des divers crânes étudiés et en en prenant le quotient, alors qu'on devrait les calculer en formant l'indice céphalique de chaque crâne, puis en prenant la moyenne. En vérité la distinction entre les grandeurs existantes et les éléments constitutifs de ces grandeurs n'est pas nette : en ce qui concerne les prix, on pourrait même soutenir que les grandeurs existantes, ce sont les prix absolus et non les prix relatifs.

Il y a une raison beaucoup simple et péremptoire, qui

(1) S. S. P., 1876.

(2) Le Dr Bertillon ajoute qu'en adoptant une moyenne de rapports, on se prive de l'enseignement fécond qui résulte de la sériation de ces rapports et qu'il serait regrettable de renoncer à ce moyen de contrôle.

conduit à rejeter les moyennes de rapports, c'est que les prix absolus sont incommensurables. La formule la plus simple qui soit un rapport de moyennes, c'est l'agrégat simple $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$, quotient de la somme des prix absolus à l'époque considérée par la somme des prix absolus à l'époque de base, ou encore rapport entre la moyenne arithmétique des prix à l'époque considérée et la moyenne arithmétique des prix des mêmes marchandises à l'époque de base. Mais quelle commune mesure y a-t-il par exemple entre le prix du blé indigène (32,70 f. le quintal en moyenne, en 1913), celui du bois de chêne (80 f. le mc. à la même époque), celui du verre à vitres 3e choix (49,50 f. la caisse), celui des briques (85,50 f. le mille), celui du calicot (0,34 f. le mètre) et celui de la peau de chèvre (3,49 f. pièce) ?

Mais, dira-t-on, la plupart des matières sont cotées au poids, ou au volume (ce qui peut être ramené au poids à l'aide de la densité moyenne). On peut donc, encore que cela ne soit pas facile, transformer tous les prix, tels qu'ils sont fournis par les habitudes commerciales, en prix au poids, mettons en francs par kilo. Alors tous les prix sont devenus commensurables, donc on peut les additionner. En effet, mais il reste à voir ce qu'on obtient ainsi.

Il existe un exemple célèbre d'indice calculé par cette méthode, c'est l'indice publié par la revue économique et commerciale américaine de Bradstreet depuis le 8 mai 1897. Cet indice est obtenu en additionnant les prix en cents par livre de poids pour 96 marchandises. On voit immédiatement que les éléments qui ont un prix élevé par unité de poids exercent une influence prépondérante sur l'indice; il est évident que si un tel indice comprenait par exemple le radium, il ne serait absolument sensible qu'aux variations de prix du radium. Sans avoir recours à un exemple aussi extrême, notons que l'indice de Bradstreet comprenait initialement le mercure, mais, dès le 11 juin 1898, l'auteur de l'indice reconnut la nécessité de le supprimer de la liste, à cause de l'importance exagérée qu'il prenait dans l'indice. Même après cette suppression, les mouvements de cet indice restent dominés par ceux de quelques éléments : l'argent exerce une influence prépondérante sur l'indice du groupe des métaux, la compensation à laquelle on a essayé de recourir en accordant 7 cours au fer et à l'acier étant absolument insuffisante en raison des prix respectifs de l'argent et du fer. De même l'opium et la quinine dominent le groupe des produits chimiques, la soie et la laine peignée le groupe des textiles bien qu'on ait compris les filés et les étoffes de coton, en plus du coton brut. Les groupes des textiles, des denrées alimentaires, des cuirs et peaux comptent pour plus des 2/3 du total, alors que les groupes du pain, du charbon et du coke, et des matériaux de construction ne forment que 1 % du total.

Ce qui est remarquable, c'est que cet indice dont la formule semble absurde, non seulement ne donne pas des résultats absurdes, mais est considéré encore aujourd'hui par les économistes et les hommes d'affaires américains comme un des meilleurs indices américains. Le fait tient à ce que les marchandises dont il utilise les prix forment une liste très bien composée, très représentative et assez nombreuse et prouve que le choix de la formule mathématique a moins d'importance que la détermination des éléments numériques auxquels on applique la formule.

Les rapports de moyennes ne s'opposent pas autant qu'on pourrait le croire aux moyennes de rapports. En effet changeons l'unité de mesure d'une marchandise dont le prix était p_1, en divisant son unité de mesure par p_0, son prix devient $\frac{p_1}{p_0}$. Soit par exemple une marchandise dont le prix p_0 était de 10 frs. le kilog., et dont le prix p_1 est de 20 frs. le kilog. : son prix relatif est 2. Mais si nous prenons maintenant pour unité de mesure l'hectogramme, son prix absolu sera aussi égal à 2. D'une manière générale, dans le nouveau système, les unités de mesure sont les quantités qui valaient 1 fr. à l'époque 0. Ainsi un prix relatif peut être regardé comme un prix absolu, l'unité de quantité étant la quantité valant une unité monétaire à l'époque de base.

Cette assimilation peut être présentée d'une autre manière : on peut dire que l'agrégat simple des prix absolus est, soit le rapport de la moyenne arithmétique des prix absolus aux deux époques comparées, soit la moyenne arithmétique des prix relatifs, pondérée d'après les prix à l'époque de base. En effet la formule $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$ peut s'écrire aussi bien sous la forme $\frac{\frac{1}{n}\Sigma p_1}{\frac{1}{n}\Sigma p_0}$ que sous la forme $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_0}{\Sigma p_0}$. Ainsi l'agrégat simple est aussi bien une moyenne de rapports qu'un rapport de moyennes. Quand on la met sous la forme d'une moyenne pondérée des prix relatifs, on se rend bien compte des raisons de l'absurdité de la formule $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$. on voit en effet que chaque marchandise reçoit un poids proportionnel au prix à l'époque de base, pondération qui n'a aucune raison logique.

En outre la formule $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$ a le grave inconvénient de faire dépendre le résultat du choix des unités de quantité. M. Hersch, appliquant cette formule aux 26 séries de prix publiées par la Frankfurter Zeitung, avec les prix moyens de 1914 pour base, et prenant successivement pour unités de quantité les unités adoptées par la Frankfurter Zeitung, puis uniformément le demi-quintal, a trouvé pour l'indice au 1er janvier 1920 : 1425 et 2046; on voit combien la différence est importante.

On a proposé de corriger de la manière suivante l'absurdité de la formule $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$: au lieu de prendre en considération pour chaque marchandise le prix de l'unité de poids, on prendrait le prix de la quantité qui sert de base aux transactions commerciales : le prix d'un quintal pour le blé, d'une balle pour le foin, d'une tonne pour le charbon, d'un kilo pour la viande, etc. Il est certain que le choix de ces unités n'a pas été fait au hasard, et que si l'on ne cote pas sur les marchés commerciaux le charbon au kilo et la soie à la tonne, c'est pour éviter d'avoir des cours exprimés par des chiffres trop petits ou trop grands. La correction est donc recommandable, mais elle est encore bien insuffisante, car elle laisse dans la pondération implicite que comporte la formule une trop large part au hasard.

Pour éviter ces difficultés, on a songé à déterminer le prix moyen à chacune des époques à l'aide d'une formule pondérée. L'idée la plus simple est de pondérer chaque prix absolu par la quantité qui entre dans la consommation, l'échange, etc. C'est ainsi que Drobisch (1) et Rawson-Rawson ont proposé de prendre à chaque période pour prix moyen le quotient de la valeur totale de la consommation, de l'échange, de la production, etc., par la somme des quantités consommées, échangées, produites, etc. La formule ainsi proposée s'écrit $\dfrac{\dfrac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\dfrac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$. Les quantités p_1q_1, p_0q_0 sont bien homogènes et indépendantes des unités de quantité, mais il n'en est pas de même du rapport $\frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}$. En outre Laspeyres a attiré l'attention sur une absurdité de cette formule qui montrerait une variation moyenne des prix, même si aucun prix n'avait changé, quand les quantités ne sont pas les mêmes aux deux époques comparées. Le fait tient à ce que, dans la détermination du prix moyen, on a employé un système de pondération différent pour chaque époque. On peut évidemment employer le même système de pondération aux deux époques : si on pondère les prix par

(1) Jahrb., 1871.

les quantités de l'époque de base, on a la formule $\dfrac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma q_0}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$; si on pondère par les quantités de l'époque considérée, on a la formule $\dfrac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1}}$. Les deux formules obtenues sont bien exemptes du défaut signalé, mais elles ne sont pas vraiment des rapports entre les prix moyens aux deux époques, et sont, plutôt que des rapports de moyennes, des moyennes de rapports. Ce sont en effet les formules $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ et $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$, c'est-à-dire les formules β et γ bien connues.

La plupart des formules précédentes ont, il est vrai, un avantage : elles satisfont à la condition de réversibilité par rapport au temps et à la condition circulaire, grâce au fait que le signe Σ n'y embrasse que des quantités absolues et non des rapports. On a bien $I_{1/0} = \frac{1}{I_{0/1}}$, car $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} = \dfrac{1}{\frac{\Sigma p_0}{\Sigma p_1}}$,

et $\dfrac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}} = 1 : \dfrac{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}$; de même on a bien $I_{2/1} = \frac{I_{2/0}}{I_{1/0}}$, car $\frac{\Sigma p_2}{\Sigma p_1} = \dfrac{\frac{\Sigma p_2}{\Sigma p_0}}{\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}}$,

et $\dfrac{\frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma q_2}}{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}} = \dfrac{\frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma q_2}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}} : \dfrac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$.

Mais cet avantage est loin de compenser les défauts de ces formules. Il faut donc limiter l'emploi des rapports de moyennes au cas où les unités sont commensurables, par exemple, comme l'indique le professeur Irving Fisher (1),

(1). The Making..., app. III.

quand on cherche l'indice des cours cotés par une marchandise déterminée sur différents marchés. Il existe d'autres formules plus compliquées qui se présentent comme des rapports de moyennes, mais leur signification apparaît plus nettement quand on les considère comme dérivées de moyennes de rapports; je n'en parlerai donc pas pour l'instant.

Plusieurs auteurs ont suggéré un artifice pour échapper aux difficultés résultant du fait que les diverses unités de quantité sont de nature incommensurable et ne peuvent être facilement combinées. M. George B. Davies notamment a préconisé la méthode suivante (1) : il a recherché un dénominateur commun pour combiner les différentes unités physiques et a proposé de prendre à cet effet l'unité de valeur. Si pour chaque marchandise l'unité physique est révisée de manière à exprimer le montant qui est ordinairement acheté pour une unité monétaire, le nombre total de ces unités pour les différentes marchandises peut être obtenu par simple addition. Le problème se ramène alors à la détermination de la « quantité valant l'unité monétaire (2) ». Cette détermination ne peut être faite logiquement qu'en se référant à chacune des unités de temps comprises dans la comparaison, en prenant tout l'intervalle pour base. M. Davies justifie cette méthode par la théorie des erreurs, en assimilant chaque unité de marchandise vendue durant une période donnée à une détermination du prix de la marchandise en question pour cette période, le prix moyen de cette période à une détermination du prix typique. L'unité de temps étant ainsi considérée comme concentrée en un point, de légères modifications de la valeur de l'unité de quantité pourraient résulter de changements dans la longueur de cette unité de temps; cette longueur doit être aussi faible que possible, pourvu que les données soient suffisamment nom-

(1) A. S. A. 1924.
(2) Le « dollar's worth » des économistes américains.

breuses. M. Davies admet que théoriquement on devrait prendre la moyenne géométrique des prix, les fluctuations des prix ayant une courbe de fréquence normale quand on prend une échelle logarithmique, mais que la moyenne arithmétique suffit pratiquement.

On calcule ainsi le prix moyen p_m; alors le nombre d'unités vendues, dans le nouveau système d'unités, est $p_m q$, et pour toutes les marchandises $\Sigma p_m q$; le prix moyen pour l'époque considérée est donc $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_m q_1}$. Par exemple supposons qu'il ait été vendu à l'époque de base 70 millions d'hectolitres de blé à 80 fr. l'hl. en moyenne; supposons que le prix moyen p_m entre l'époque de base et l'époque considérée soit de 110 fr. l'hl., la « quantité valant l'unité monétaire », c'est-à-dire la nouvelle unité de quantité sera $\frac{1}{110}$ hl., et le nombre des unités vendues à l'époque de base sera 110 fois plus grand que dans l'ancien système d'unités, puisque la nouvelle unité de quantité est 110 fois plus petite que l'ancienne. Le prix moyen à l'époque de base sera obtenu en divisant la valeur totale des ventes par le nombre des unités vendues, c'est-à-dire $\frac{80 \times 70}{110 \times 70}$. M. Davies propose donc de prendre pour indice des prix $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_m q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_m q_0}}$.
L'indice des quantités sera $\frac{\Sigma p_m q_1}{\Sigma p_m q_0}$, l'indice des valeurs $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$.

La méthode appliquée par M. Davies est ingénieuse, mais il ne semble pas que sa formule présente les avantages qu'il lui attribue. M. Davies a cherché en effet sa formule parmi les rapports de moyennes et non parmi les moyennes de rapports, c'est-à-dire parmi les moyennes pondérées de prix relatifs parce que, selon lui, il est impossible de choisir logiquement entre les différents systèmes de pondération. Ce n'est ni plus ni moins impossible que de choisir logiquement entre les différents prix pour la détermination de la nouvelle unité de quantité dont M. Davies a besoin. Admettre comme base de ce calcul le prix moyen de la période $t_0\ t_1$ n'est ni plus ni moins arbitraire qu'admettre que l'on peut prendre comme importance de chaque prix relatif son importance moyenne pendant la période $t_0\ t_1$. La formule de M. Davies a les mêmes propriétés que la formule $\frac{\Sigma p_1 q_m}{\Sigma p_0 q_m}$ que nous retrouverons plus loin. Elle est réversible par rapport au temps, mais, contrairement à ce qu'indique son auteur, elle ne satisfait pas à la condition circulaire, à moins que l'on puisse admettre que le prix moyen p_m reste le même pour toutes les périodes considérées. Même avec cette hypothèse simplificatrice, la formule $\dfrac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_m q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_m q_0}}$ a l'inconvénient d'être compliquée.

Je n'insisterai pas sur les indices qu'on pourrait obtenir en prenant le rapport des prix médians ou des prix dominants aux deux époques, car il est certain que l'on serait conduit à des résultats encore plus absurdes qu'en prenant le rapport des prix moyens. Je me bornerai donc désormais à étudier les moyennes de rapports, c'est-à-dire les indices obtenus en prenant une moyenne pondérée d'un certain nombre de prix relatifs.

Nous avons vu que l'on peut déterminer les variations de la valeur de la monnaie si l'on admet l'hypothèse que les effets des causes de variation des prix, autres que la valeur de la monnaie, sont susceptibles de se compenser conformément à la loi des grands nombres. M. Divisia a montré (1) que l'on pouvait également déterminer les variations dans la valeur de la monnaie si l'on admet que celles-ci se conforment à la loi dite loi quantitative de la monnaie, mais tandis que la première hypothèse, étant tout à fait étrangère à la

(1) R. E. P., 1925-1926.

nature même de la monnaie, ne pouvait nous conduire qu'à une *définition* des variations de la valeur de la monnaie, la seconde hypothèse, résultant de caractères propres à la monnaie, nous fait pénétrer dans le mécanisme même des phénomènes monétaires et nous amène à une *explication* des variations de la valeur de la monnaie (1). Je ne suivrai pas M. Divisia dans l'exposé de sa théorie de la monnaie et je me bornerai à reproduire la démonstration de sa formule d'indice monétaire (2).

Soit *V* la valeur de la monnaie, *I* l'indice monétaire, *q* la quantité de monnaie utilisée, *r* sa rapidité de circulation, *a* l'activité des transactions. La théorie quantitative de la monnaie s'exprime par l'égalité : $\frac{V.q.r}{a}$ = constante.

Or on a $I = \frac{1}{V}$ On peut donc écrire $qr = k.a.I.$ ou en appelant *c* une fonction générale des caractéristiques de la monnaie (3), qu'on désignera sous le nom de fonction circulatoire ou circulation :

$$(1) \qquad c = k.a.I.$$

D'autre part si on considère tous les paiements effectués pendant une certaine période, on a identiquement :

$$(2) \qquad c = \Sigma\, p.q.$$

Or ces deux égalités sont vérifiées quelles que soient les périodes de temps considérées. On peut donc les différencier par rapport au temps : $(1') \quad \frac{dc}{c} = \frac{da}{a} + \frac{dI}{I}$

$$(2') \quad \frac{dc}{c} = \frac{\Sigma p.dq}{\Sigma p.q} + \frac{\Sigma q.dp}{\Sigma p.q}$$

D'où en éliminant c :

$$(3) \quad \frac{da}{a} + \frac{dI}{I} = \frac{\Sigma p.dq}{\Sigma p.q} + \frac{\Sigma q\,dp}{\Sigma p.q}$$

(1) Loc. cit., p. 845
(2) Loc. cit., pp. 996 et suivantes.
(3) *c* est identique au 1[er] membre MV+M'V' de l'équation d'échange du professeur Irving Fisher.

Nous sommes donc conduits à définir *a* et *I* par les équations :

$$(4) \quad \begin{cases} \dfrac{da}{a} = \dfrac{\Sigma p.\, dq}{\Sigma p.q} \\[2ex] \dfrac{dI}{I} = \dfrac{\Sigma q.\, dp}{\Sigma p\, q} \end{cases}$$

On définit ainsi l'indice de l'activité des transactions *a* et un indice des prix *I* qui vérifient rigoureusement la loi circulatoire $c = k.a.I.$

Soit 2 périodes infiniment voisines t et $t + dt$.

On a $\dfrac{dI}{I} = \dfrac{\Sigma q.\, dp}{\Sigma p.q}$, donc $\dfrac{I + dI}{I} = \dfrac{I'}{I} = \dfrac{\Sigma q.\, dp + \Sigma p.q}{\Sigma p\, q}$ c'est-à-dire

$$(5) \quad \frac{I'}{I} = \frac{\Sigma q\,(p + dp)}{\Sigma p.q} = \frac{\Sigma p'\,q}{\Sigma p\,q}$$

Telle est la formule à laquelle aboutit M. Divisia. Elle ne diffère pas en apparence de la formule $\beta = \dfrac{\Sigma p_1\, q_0}{\Sigma p_0\, q_0}$. Mais il faut observer que la formule ne s'applique que dans le cas d'instants infiniment voisins. Les quantités échangées, comme les prix, varient avec le temps : soit $q = f\,(t)$ $\;p = \varphi\,(t)$ les expressions des prix et des quantités en fonction du temps. La formule de l'indice s'écrit : $\dfrac{dI}{I} = \dfrac{\Sigma f\,(t)\, \varphi'\,(t)\, dt}{\Sigma f\,(t)\, \varphi\,(t)}$

Posons $\dfrac{\Sigma f\,(t)\, \varphi'\,(t)\, dt}{\Sigma f\,(t)\, \varphi\,(t)} = F\,(t)$

Il vient :

$$(6) \quad \frac{dI}{I} = F\,(t)\, dt$$

D'où en intégrant

$$(7) \quad I = I_0\, e^{\int F\,(t)\, dt}$$

Il en résulte que la valeur de l'indice dépend, non seulement des valeurs des prix et des quantités aux deux époques comparées, mais encore de toutes les valeurs intermédiaires.

Bien entendu, M. Divisia n'entend pas appliquer la formule (5) à la totalité des biens et services ayant donné lieu à des échanges monétaires. S'il écarte la loi des grands nombres de la *définition* de l'indice monétaire, il en admet l'application au *calcul* même de l'indice, ce qui est parfaitement légitime. Mais comme il faut que les différences dues aux biens et services omis aient le caractère d'erreurs accidentelles et non systématiques et soient multiples, petites et indépendantes, l'indice monétaire ne peut se borner à comprendre les prix de gros des marchandises, mais doit comprendre aussi les prix de détail et les salaires.

Les conditions auxquelles doit satisfaire une formule d'indice des prix ont été étudiées systématiquement par M. Lucien March et par le professeur Irving Fisher. M. Lucien March avait plus particulièrement en vue le cas de l'indice monétaire, mais plusieurs des conditions qu'il a posées s'appliquent également aux indices budgétaires (1).

Pour M. Lucien March, la formule mathématique d'un bon indice du mouvement des prix doit avoir les qualités suivantes :

1. Quand un prix quelconque varie l'indice doit subir une variation, sans quoi l'indice ne pourrait être assimilé à un instrument de mesure physique. C'est ce que nous appellerons la condition de *sensibilité;* elle exclut les formules dérivées de la médiane et de la dominante. On en a quelquefois contesté la nécessité. Le professeur Edgeworth, qui a toujours eu beaucoup d'estime pour la médiane, considère même comme une qualité pour une formule d'indice des prix de n'être pas sensible à certaines variations des prix individuels. Il est avantageux, selon lui, que la médiane soit insensible aux variations extrêmes d'une ou deux marchandises de peu d'importance. Le professeur Irving Fisher ne va pas aussi loin que le professeur Edgeworth : il reconnaît que l'insensibilité de la médiane peut avoir le défaut d'empêcher certaines marchandises d'avoir l'influence à laquelle elles ont droit, mais il pense que ce défaut peut être plus que compensé par l'avantage signalé par le professeur Edgeworth, l'insensibilité qui empêche les variations extrêmes de marchandises sans importance d'exercer une influence indue sur

(1) Metron, 1921.

l'indice. Mais nous devons supposer que l'indice comporte la pondération convenable et par suite que chaque marchandise jouit de l'influence à laquelle elle a droit. Nous ne devons pas choisir la formule avec la préoccupation de corriger les défauts de la pondération. Je considère donc, avec M. Lucien March, qu'un indice doit être sensible à toutes les variations des prix individuels.

2. L'indice doit être indépendant des unités de mesure des quantités. C'est la condition de *commensurabilité*, que nous avons déjà étudiée. Elle exclut les rapports de moyennes proprement dits, et notamment la formule $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$ appliquée par Dutot et Bradstreet, ainsi que la formule $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$ préconisée par Drobisch et Rawson-Rawson et la formule obtenue en prenant la moyenne géométrique des deux précédentes. Mais toutes les moyennes de rapports satisfont à cette condition fondamentale.

3. Quand tous les prix subissent une variation proportionnelle égale, l'indice doit montrer la même variation : si par exemple tous les prix augmentent de 10 %, l'indice doit augmenter de 10 %. C'est la condition de *proportionnalité* quant aux prix; elle tient à l'essence même des nombres indices.

4. La formule doit être telle que le rapport entre les indices relatifs à deux instants quelconques soit indépendant de la période de base, car un instrument de mesure ne vaut que s'il ne laisse aucune part à l'arbitraire de l'observateur. C'est la condition dite « *circulaire* ». Je reviendrai plus loin sur cette condition et sur la condition de proportionnalité.

5. La formule doit être aussi *simple* que possible.

Je passe sur les conditions relatives au nombre et à l'indépendance des articles à comprendre dans le calcul, et à la pondération, qui doit être proportionnelle à la précision des mesures, ces conditions étant spéciales à l'indice monétaire.

Le professeur Irving Fisher s'est trouvé conduit par ses travaux sur l'équation d'échange (1) à rechercher un indice des prix P et un indice des quantités échangées Q dont le produit soit égal à l'indice des valeurs échangées V. Etant donnée une forme P d'indice des prix, il démontre que l'expression $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}}{P}$ est une moyenne de quantités relatives et inversement pour les indices de quantité. Il appelle l'expression $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}}{P}$ un indice de quantité « corrélatif » à l'indice des prix P. Ceci étant, le professeur Irving Fisher pose comme conditions auxquelles doit satisfaire un indice des prix les conditions suivantes :

1. *Condition de proportionnalité quant aux prix.* — C'est la condition (3) de M. March.

2. *Condition de proportionnalité quant aux quantités.* — Une formule d'indice des prix doit être telle que l'indice de quantité corrélatif doit varier comme les quantités relatives, quand celles-ci varient dans une même proportion.

3. *Condition de détermination quant aux prix.* — Un indice de prix ne doit devenir ni indéterminé, ni nul, ni infini, quand l'un des prix devient nul ou infini.

4. *Condition de détermination quant aux quantités.* — Condition corrélative pour l'indice corrélatif.

5. *Condition d'addition ou de suppression d'un prix.* — Un indice de prix doit être tel que si l'on introduit ou supprime une marchandise dont le prix relatif est égal à l'indice, celui-ci ne varie pas.

6. *Condition d'addition ou de suppression d'une quantité.* — Condition corrélative pour l'indice corrélatif.

(1) The Purchasing Power of the Money, 1911.

7. *Condition de changement de base.* — Comme la condition (4) de M. March.

8. *Condition de changement d'unité de mesure.* — Comme la condition (2) de M. March.

Des huit conditions ainsi posées, trois portent sur les indices corrélatifs, les conditions 2, 4 et 6, et tiennent aux circonstances très particulières dans lesquelles le professeur Irving Fisher a abordé le problème des nombres indices des prix; trois sont considérées également comme nécessaires par M. Lucien March : les conditions de commensurabilité, de proportionnalité et la condition circulaire; deux sont nouvelles : la condition de détermination et la condition d'addition ou de suppression d'un élément. Au contraire, deux conditions posées par M. March sont omises par le professeur Irving Fisher, les conditions de sensibilité et de simplicité.

Après avoir énuméré les conditions auxquelles doit satisfaire un indice, le professeur Irving Fisher compose une liste de 44 formules et examine si elles satisfont ou non à ces conditions. Pour apprécier la valeur respective de ces 44 formules, il a recours à un procédé original : il leur donne des notes, *1* quand la formule satisfait à une condition pour deux années quelconques, *1/2* quand elle n'y satisfait que si l'une des années est l'année de base, *0* quand elle n'y satisfait pas du tout, puis il additionne les points obtenus, comme s'il s'agissait d'un candidat à un examen. Je ne donnerai pas le résultat de cet examen un peu spécial, parce que le professeur Irving Fisher a par la suite repris entièrement ces recherches. Au surplus cette étude n'était pas susceptible d'aboutir à des conclusions précises : il est évident d'abord que toutes les conditions n'étaient pas d'égale importance; d'autre part une formule qui obtenait *1* pour une condition ne pouvait pas être regardée comme deux fois meilleure qu'une autre qui n'obtenait qu'*1/2* pour cette même condition. Disons toutefois que ce sont les formules les plus simples qui ont obtenu les notes totales les plus élevées : sur un maximum de 7 points (la 6^e condition n'ayant pas été prise en considération), le maximum obtenu a été de 5 1/2, le minimum de 2. Or les seules formules qui aient obtenu 5 ou 5 1/2 sont l'agrégat, la moyenne géométrique et la médiane simples, et les formules $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ et $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ ainsi que leurs combinaisons.

Dans cette recherche, le professeur Irving Fisher avait concentré son attention sur les propriétés algébriques des différentes formules. Dans ses travaux ultérieurs, qui ont abouti à la publication de l'ouvrage célèbre « The Making of Index Numbers », son attention s'est portée surtout au contraire sur les résultats numériques des diverses formules ayant des propriétés algébriques différentes. Mais « dès que ces résultats numériques furent calculés, ils révélèrent de nouvelles directions dans lesquelles étudier les raisons des différences et ressemblances, étude d'une importance pratique beaucoup plus grande que les propriétés algébriques des formules » (1).

Dans sa nouvelle étude, le professeur Irving Fisher n'a plus imposé que deux conditions à la formule, mais ces conditions ne lui ont pas servi seulement à apprécier la valeur des différentes formules; il s'en est servi aussi pour former rationnellement une liste des formules. Cette liste n'a naturellement pas la prétention de comprendre toutes les formules possibles, puisque celles-ci sont en nombre infini, mais elle comprend notamment les formules qui ont été proposées jusqu'ici et il semble qu'elle n'omette aucune formule susceptible de présenter un intérêt quelconque.

Les deux grandes conditions que le professeur Irving Fisher impose aux formules sont d'être réversibles par rapport au temps et par rapport aux deux facteurs, prix et quantités. On se rappelle que, dans son ouvrage précédent, il avait posé huit conditions. La condition de réversibilité

(1) The Making..., p. 419.

par rapport au temps remplace la condition n° 7, c'est-à-dire la condition circulaire. La condition de réversibilité par rapport aux facteurs peut être considérée comme remplaçant les conditions portant sur les indices corrélatifs, c'est-à-dire les conditions 2, 4 et 6. Il reste quatre conditions, que le professeur Irving Fisher a négligées dans le corps de son ouvrage, mais qu'il a examinées à titre accessoire dans un appendice; ce sont les conditions de commensurabilité, de proportionnalité, de détermination, d'addition et de suppression d'un élément. J'exposerai d'abord la théorie du professeur Irving Fisher sur la recherche des formules et l'appréciation de leur valeur.

Les formules primaires sont obtenues en combinant les différents types de moyennes avec les différents systèmes de pondération. Les divers types de moyennes sont ceux que nous avons déjà énumérés : moyenne arithmétique, moyenne harmonique, moyenne géométrique, médiane, dominante et agrégat. Quant à la pondération, elle doit être proportionnelle à la valeur de la production, de l'échange, de la consommation, etc. Mais doit-on pondérer selon la valeur de l'année de base ou de l'année considérée ? La chandelle est bien moins importante aujourd'hui que sous la Révolution, et inversement le caoutchouc est beaucoup plus important aujourd'hui qu'il y a 30 ans : en comparant le niveau des prix sous la Révolution et aujourd'hui, ou il y a 30 ans et aujourd'hui, faut-il prendre pour poids les valeurs v_0 ou les valeurs v_1 ? De plus on ne doit pas oublier que la valeur ne varie pas du tout de la même manière pour tous les éléments.

On voit immédiatement que deux systèmes de pondération sont également possibles, le système $v_0 = p_0q_0$ et le système $v_1 = p_1q_1$. Mais en outre on peut concevoir deux systèmes mixtes de pondération, dans lesquels les prix sont ceux d'une année et les quantités celles de l'autre année. D'où quatre systèmes de pondération :

I	$p_0\ q_0$
II	$p_0\ q_1$
III	$p_1\ q_0$
IV	$p_1\ q_1$

Ces systèmes se réduisent à deux dans le cas des agrégats, qui utilisent les prix absolus et où les poids sont par suite les quantités et non les valeurs.

Chacun des 5 premiers types de moyennes donne donc naissance à 5 formules (par application de la pondération égale et des 4 systèmes de pondération ci-dessus), et l'agrégat 3 formules (pondération égale et 2 systèmes de pondération). D'où 28 formules, mais ces 28 formules ne sont pas toutes distinctes : les formules A *I* (moyenne arithmétique pondérée par les valeurs $p_0\,q_0$), H *III* (moyenne harmonique pondérée par les valeurs p_1q_0), et Ag *I* (agrégat pondéré par les quantités q_0) s'écrivent toutes trois $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$; de même les formules A *II* (moyenne arithmétique pondérée par les valeurs p_0q_1), H *IV* (moyenne harmonique pondérée par les valeurs p_1q_1) et Ag *II* (agrégat pondéré par les quantités q_1) s'écrivent toutes trois $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$. On n'a donc formé ainsi que 24 formules primaires distinctes.

Nous avons dit que pour apprécier la valeur des diverses formules, il faut, d'après le professeur Irving Fisher, examiner si elles satisfont à deux conditions de réversibilité. La condition de réversibilité par rapport au temps a été étudiée plus haut; son importance avait été reconnue déjà par Pierson en 1896 (1) et par M. Correa Moylan Walsh en 1901 (2). La condition de réversibilité par rapport aux facteurs a été posée au contraire pour la première fois par le professeur Irving Fisher, probablement, ainsi qu'il l'indique lui-même, parce qu'on a rarement calculé des indices de quantité et presque

(1) Ec. J.
(2) « The Measurement of the General Exchange-Value, 1901.

jamais parallèlement à l'indice de prix correspondant (1). Cette condition est que le produit des résultats obtenus en interchangeant dans une formule les prix et les quantités doit donner exactement le rapport des valeurs.

Si l'on appelle Q la formule obtenue en interchangeant les prix et les quantités dans une formule P d'indice de prix, V l'indice des valeurs $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$, les deux conditions de réversibilité s'écrivent

$$(1) \quad I_{1/0} \times I_{0/1} = 1$$
$$(2) \quad P_{1/0} \times Q_{1/0} = V_{1/0}$$

Le professeur Irving Fisher a démontré ensuite que certains types de moyennes et certaines méthodes de pondération rendent le produit $P_{1/0} \times P_{0/1}$ systématiquement, soit supérieur, soit inférieur à 1.

Nous avons déjà vu que l'on a toujours : $A_{1/0} \times A_{0/1} > 1$, $H_{1/0} \times H_{0/1} < 1$, et $G_{1/0} \times G_{0/1} = 1$. On exprime ce résultat en disant que la moyenne arithmétique comporte une déviation positive et la moyenne harmonique une déviation négative, ou encore que la moyenne arithmétique dévie en plus et la moyenne harmonique en moins, tandis que la moyenne géométrique n'a pas de déviation.

Quant à la déviation due au système de pondération, on la met en lumière en opérant sur la moyenne géométrique dont le type ne comporte pas de déviation.

Pour une formule donnée, l'indice à pondération *I* (p_0q_0) est toujours plus petit que l'indice à pondération *III* (p_1q_0), de même que l'indice à pondération *II* (p_0q_1) est toujours plus petit que l'indice à pondération *IV* (p_1q_1); en outre il est très probable que l'indice à pondération *I* (p_0q_0) sera plus petit que l'indice à pondération *IV* (p_1 q_1) et que l'indice à pondération *II* (p_0q_1) sera plus petit que l'indice à pondération *III* (p_1q_0).

(1) Loc. cit., p. 82.

En effet pour passer de la pondération *I* à la pondération *III*, on remplace p_0q_0 par p_1q_0 ; on donne ainsi un poids plus grand aux prix relatifs élevés et inversement. Donc tout indice à pondération *III* sera plus grand que l'indice de même type à pondération *I*. Mais dans le passage de la pondération *III* à la pondération *IV*, il y a incertitude. Les deux indices seront probablement peu différents l'un de l'autre, mais le sens de la différence dépendra du sens de la corrélation entre les variations de prix et les variations de quantités. On peut mettre les déviations dues à la pondération sous la même forme que les déviations dues au type de moyenne. Le professeur Irving Fisher démontre ainsi que les systèmes *I* et *II* entraînent une déviation en moins et les systèmes *III* et *IV* une déviation en plus. Les déviations ainsi trouvées augmentent très rapidement avec la dispersion des prix relatifs.

On est alors amené à grouper les formules en cinq catégories : celles qui comportent deux déviations en plus, l'une due au type de moyenne, l'autre due au système de pondération (A *III* et A *IV*, celle-ci $\sum \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_1q_1}{\Sigma p_1q_1}$ étant particulièrement intéressante pour avoir été appliquée par Palgrave), celles qui comportent une seule déviation en plus (G *III* et G *IV*), celles qui comportent deux déviations de signe contraire (A*I*, A *II*, H *III*, H *IV*, c'est-à-dire β et γ), celles qui comportent une seule déviation en moins (G *I* et G *III*), celles qui comportent deux déviations en moins (H *I* et H *II*). Ces groupes forment ce que le professeur Irving Fisher appelle pittoresquement la « fourchette à cinq dents ». On réserve le nom de formule « déviée » (1) aux formules comportant une déviation de sens donné, ou deux sortes de déviations de même signe. Les formules pour lesquelles les deux sortes de déviations sont de signes différents sont dites simplement

(1) En anglais, biased.

« erratiques » (2). Les formules pour lesquelles la déviation globale est faible, mais pour lesquelles la déviation de la formule prise dans un seul sens peut être forte, sont dites « capricieuses » (3). Le professeur Irving Fisher range parmi ces dernières les médianes et les dominantes, à cause de leur insensibilité fréquente, et les indices simples dont les poids égaux sont très différents de ce qu'ils devraient être en fait.

Les conditions de réversibilité ont été appliquées par le professeur Irving Fisher au développement de la liste des formules. Etant donnée une formule d'indice des prix $P_{1/0}$ on appelle antithétique de cette formule par rapport au temps la formule $\frac{1}{P_{0/1}}$. Cette relation est réciproque, car si on part de cette dernière formule, on obtient son antithétique par rapport au temps en permutant les périodes, d'où $\frac{1}{P_{1/0}}$, puis en prenant l'inverse, ce qui ramène à $P_{1,0}$. D'autre part l'antithétique de $P_{1,0}$ par rapport aux facteurs est obtenu en divisant l'indice des valeurs par l'indice résultant de la permutation des p et des q dans la formule, soit $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}}{Q_{1/0}}$.

Si on prend la moyenne géométrique d'une formule et de son antithétique par rapport au temps, la nouvelle formule obtenue est réversible par rapport au temps : on a bien en effet $\sqrt{\frac{P_{1,0}}{P_{0,1}}} \times \sqrt{\frac{P_{0,1}}{P_{1,0}}} = 1$.

De même en prenant la moyenne géométrique d'une formule et de son antithétique par rapport aux facteurs, on obtient une nouvelle formule qui est réversible par rapport aux facteurs. En effet on a bien

$$\sqrt{P_{1,0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : Q_{1/0}} \times \sqrt{Q_{1/0} \times \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} : P_{1/0}} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}.$$

(2) En anglais, erratic.
(3) En anglais, freakish.

Etant données deux formules antithétiques par rapport au temps, leurs antithétiques par rapport aux facteurs sont entre elles antithétiques par rapport au temps; de même étant données deux formules antithétiques par rapport aux facteurs, leurs antithétiques par rapport au temps sont entre elles antithétiques par rapport aux facteurs.

On peut ainsi grouper les formules par quatre, comprenant une formule A, son antithétique par rapport au temps B, son antithétique par rapport aux facteurs C et l'antithétique de C par rapport au temps; cette quatrième formule D est, ainsi qu'il vient d'être dit, antithétique de B par rapport aux facteurs.

On procède à une double rectification de la formule initiale A, c'est-à-dire qu'on obtient une formule satisfaisant aux deux conditions de réversiblité, en prenant la moyenne géométrique $\sqrt[4]{A \times B \times C \times D}$.

Cette double rectification des indices pondérés les rend à peu près concordants. Si l'on forme des faisceaux successifs, composés des prix relatifs individuels, puis de leurs moyennes pondérées ne satisfaisant à aucune des conditions de réversibilité, puis des formules satisfaisant à une seule des conditions de réversibilité, enfin des formules satisfaisant à ces deux conditions, on voit les faisceaux successifs se resserrer progressivement d'une manière saisissante; si l'on exclut les formules dérivées de la dominante, et surtout si l'on exclut également les formules dérivées de la médiane, le dernier faisceau se réduit pratiquement à une ligne unique.

Aux 28 formules primaires viennent s'adjoindre leurs 28 antithétiques par rapport aux facteurs; parmi ces formules, je citerai seulement $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \sqrt[n]{\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q'_1}{q'_0} \cdots}$ qui a été recommandée par Nicholson et par M. Walsh, $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}$ qui est la formule de Drobisch et de Rawson-Rawson déjà étudiée, enfin $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$ qui se confond avec $\gamma \left(\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}\right)$.

En croisant ces différentes formules avec leurs antithétiques par rapport au temps, on obtient 32 formules qui satisfont à la première condition (réversibilité par rapport au temps), mais ces 32 formules ne sont pas toutes distinctes :

$$\sqrt{A\ I \times H\ IV} \text{ et } \sqrt{A\ II \times H\ III}, \sqrt{Ag\ I \times Ag\ IV}$$

de même que les croisements de leurs antithétiques par rapport aux facteurs se réduisent à une seule formule d'importance capitale $\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$ ($\sqrt{\beta.\gamma}$); en outre certaines se confondent avec des formules primaires; la moyenne géométrique, la médiane, la dominante et l'agrégat simples étant réversibles par rapport au temps, la formule croisée qui dérive de chacune d'elles est identique à la formule primaire; il en est de même pour leurs antithétiques par rapport aux facteurs. De même en croisant les formules primaires avec leurs antithétiques par rapport aux facteurs, on obtient 28 formules satisfaisant à la deuxième condition (réversibilité par rapport aux facteurs). Les formules croisées dérivées de A *I* et de A *II*, de H *III* et de H *IV*, de Ag *I* et de Ag *IV* se réduisent toutes à $\sqrt{\beta.\gamma}$.

En croisant les formules satisfaisant à la première condition avec les formules correspondantes satisfaisant à la deuxième condition, on obtient seize formules satisfaisant aux deux conditions de réversibilité. Pour la moyenne géométrique, la médiane, la dominante et l'agrégat simples, ce nouveau croisement ne donne pas une formule différente de la formule provenant du premier croisement. Enfin les formules dérivées de

$$\sqrt{A\ I \times H\ IV}, \text{ de } \sqrt{A\ II \times H\ III}, \text{ de } \sqrt{Ag\ I \times Ag\ IV}$$

ne sont autres que la formule déjà rencontrée plusieurs fois : $\sqrt{\beta.\gamma}$.

Il existe une autre méthode pour rectifier les formules, c'est-à-dire pour obtenir des formules satisfaisant aux deux conditions, c'est de croiser la pondération au lieu de croiser les formules elles-mêmes. Mais le croisement géométrique des deux systèmes de pondération I et IV ($p_0\, q_0 \times p_1\, q_1$) est identique au croisement géométrique des deux systèmes II et III ($p_0\, q_1 \times p_1\, q_0$). On obtiendra ainsi par exemple $\frac{\Sigma \frac{p_1}{p_0} \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1}}{\Sigma \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1}}$

$$\frac{\Sigma \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1}}{\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1}}, \quad \frac{\Sigma \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1}}{\sqrt{\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \sqrt{p_0 q_0 p_1 q_1} \left(\frac{p'_1}{p'_0}\right) \sqrt{p'_0 q'_0 p'_1 q'_1} \ldots\ldots}}$$

qui a été recommandée par M. Walsh, et de même la formule $\frac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 q_1}}$ dérivée de l'agrégat simple, qui a été recommandée par Poulett-Scrope et par M. Walsh; l'antithétique de cette dernière formule par rapport aux facteurs $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma \sqrt{p_0 p_1 q_1}}{\Sigma \sqrt{p_0 p_1 q_0}}$ a été également recommandée par M. Walsh.

Les quatre formules à poids croisés dérivées des moyennes arithmétique et harmonique ne satisfont à aucune des conditions de réversibilité, mais en les croisant deux à deux, on obtient deux nouvelles formules satisfaisant à la première condition. Les huit formules à poids croisés dérivées de la moyenne géométrique, de la médiane, de la dominante et de l'agrégat satisfont à la première condition, et leurs valeurs coïncident presque avec celles des formules croisées correspondantes (sauf pour les médianes); aucune ne satisfait à la deuxième condition, mais on peut y parvenir en croisant les formules. La double rectification ainsi obtenue donne cinq formules satisfaisant aux deux conditions et conduit pratiquement aux mêmes résultats que la double rectification ordinaire.

Au lieu de croiser deux formules en en prenant la moyenne géométrique, on peut les croiser en en prenant la moyenne arithmétique ou la moyenne harmonique. Mais ce croisement ne donne pas des formules satisfaisant aux conditions de réversibilité. On peut par exemple prendre la moyenne arithmétique des deux formules β et γ : $\frac{\beta+\gamma}{2} = \frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}{2}$. Son antithétique par rapport soit au temps soit aux facteurs est : $\frac{2}{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1} + \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0}}$, qui n'est autre que la moyenne harmonique de β et de γ. En prenant la moyenne géométrique de la formule primitive et de son antithétique, on retombe sur la formule $\sqrt{\beta . \gamma}$, puisqu'on sait que pour deux nombres $G = \sqrt{A \times H}$.

De même au lieu de croiser géométriquement les poids, on peut les croiser arithmétiquement ou harmoniquement, mais à la différence de ce qui se passait pour les croisements arithmétique et harmonique des formules elles-mêmes, on obtient de nouvelles formules qui satisfont aux conditions de réversibilité. Remarquons que dans ce croisement, le croisement I-IV n'est pas identique au croisement II-III. Ce croisement arithmétique ou harmonique des pondérations n'a été proposé que pour les agrégats. C'est ainsi que Marshall, le professeur Edgeworth et M. Walsh ont conseillé l'emploi de $\frac{\Sigma p_1 \frac{q_0+q_1}{2}}{\Sigma p_0 \frac{q_0+q_1}{2}}$ et M. Walsh son antithétique par rapport aux facteurs V : $\frac{\Sigma q_1 (p_0+p_1)}{\Sigma q_0 (p_0+p_1)}$. Ces deux formules satisfont à la première condition, et leur moyenne géomérique aux deux conditions. Lehr a proposé l'antithétique par rapport aux facteurs d'une formule dans laquelle les poids sont une moyenne arithmétique pondérée des pondérations simples $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \cdot \frac{\Sigma q_1 \frac{q_0 p_0 + q_1 p_1}{q_0 - q_1}}{\Sigma q_0 \frac{q_0 p_0 + q_1 p_1}{q_0 + q_1}}$. Les deux formules en question satisfont à la première condition et leur moyenne géométrique aux deux conditions.

Tandis que dans le croisement de deux formules, le résultat se plaçait toujours entre les résultats des deux formules primitives, il n'en est pas de même quand on croise les poids.

On peut encore obtenir de nouvelles formules en croisant les formules doublement rectifiées ou en prenant une base plus large que l'année, ou en prenant des poids arbitraires constants (par exemple $\sum \frac{p_1}{p_0} \times \frac{\Pi}{\Sigma \Pi}$, $\frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q}$, ont été recommandées ou employées par plusieurs auteurs).

Le professeur Irving Fisher a ainsi composé 170 formules dont 134 sont distinctes et qui satisfont, soit aux deux conditions de réversibilité, soit à une seule d'entre elles, soit à aucune d'elles. Quelle est la meilleure de toutes ces formules ? Nous devons d'abord éliminer les indices simples et leurs dérivés, puisque par hypothèse nous disposons des poids. Nous pouvons ensuite éliminer les dominantes et les médianes pondérées et leurs dérivés, pour les mêmes raisons qui nous ont fait éliminer la dominante et la médiane simples. Ensuite nous éliminerons tous les indices ayant une déviation double ou simple. Nous ne considérerons que les 60 indices composant la dent médiane de la fourchette. Sur ces 60 indices, 47 sont erratiques, 13 satisfont aux deux conditions. Ces 60 formules donnent déjà des résultats plus voisins les uns des autres que la pratique ordinaire de la statistique ne l'exige. Mais si l'on cherche la meilleure formule, il faut éliminer les 47 formules erratiques. Parmi les 13 dernières, le professeur Irving Fisher propose d'éliminer les formules à poids croisés, comme ne donnant pas toujours des résultats compris entre ceux des formules dont les poids sont croisés. Il ne reste alors que 7 formules : 4 d'entre elles peuvent être éliminées au profit de leurs moyennes; il ne reste alors que ces 2 moyennes, l'une dérivant des moyennes arithmétiques et harmoniques, l'autre dérivant de la moyenne géométrique, et la formule $\sqrt{p \cdot \gamma}$. c'est-à-dire $\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$. En raison de sa simplicité algébrique et de la rapidité (relative) avec laquelle on la calcule, c'est à cette formule que le professeur Irving Fisher s'arrête. Il la proclame la formule « idéale » (1).

Le professeur Irving Fisher est allé plus loin. Il a cherché à mesurer l'exactitude de sa formule « idéale ». Pour cela, il a assimilé à des observations les résultats des 13 formules satisfaisant aux deux conditions de réversibilité, ces formules ayant été appliquées à 36 séries de prix relatifs moyens annuels. Appliquant la théorie des probabilités à ces résultats, il a trouvé pour l'erreur probable rapportée à la moyenne des 13 indices :

1914	0,009
1915	0,025
1916	0,050
1917	0,128
1918	0,118

Considérant que 1917 était une année où la dispersion des prix relatifs était particulièrement forte, et que la formule idéale était nettement meilleure que la plupart des 12 autres, il est arrivé à la conclusion que l'erreur probable de la formule « idéale » est d'au plus 1/8 %. Le professeur Irving Fisher a bien précisé qu'il ne s'agissait là que de *l'erreur instrumentale*, et non des erreurs dues à l'inexactitude des données (prix ou quantités) ou au fait que la formule ne portait pas sur la totalité des données, mais seulement sur des échantillons. Mais de toute façon la conclusion *numérique* du professeur Irving Fisher ne saurait être retenue, puisqu'elle n'est vraie que pour une dispersion comprise entre certaines limites, souvent dépassées en fait. Le raisonnement même qui y a conduit suppose que les formules

(1) Numérotée 353 dans le système de numérotation adopté par l'auteur.

satisfaisant aux deux conditions sont exactes, et par suite suppose que les deux conditions de réversibilité *doivent* être satisfaites, et que les formules n'ont pas à satisfaire à d'autres conditions. Nous verrons que la validité de ces hypothèses est contestable et a été fortement contestée.

Toujours en admettant que la formule « idéale » est un parangon d'exactitude, le professeur Irving Fisher a apprécié la valeur de toutes les formules, non plus en examinant si elles satisfont ou non aux conditions posées, mais d'après la différence entre leurs résultats et ceux de la formule idéale. Il est amené ainsi à classer les formules en : *indices sans valeur* (parmi lesquels la moyenne arithmétique simple, la dominante simple, l'agrégat simple) ;

indices défectueux (parmi lesquels la moyenne harmonique simple, la moyenne géométrique simple, la formule de Palgrave $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$, et la formule analogue $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_1 q_0}{\Sigma p_1 q_0}$, la médiane simple) ;

indices passables

bons indices

indices très bons (parmi lesquels $\gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ et $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$)

indices excellents

indices superlatifs (parmi lesquels

$$\frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)}, \quad \frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right)$$

et la formule idéale $\sqrt{\beta . \gamma} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$.

L'auteur reconnaît que ce n'est qu' « en coupant littéralement les cheveux en quatre qu'on peut proclamer $\sqrt{\beta . \gamma}$ supérieur en exactitude aux autres indices superlatifs, et ceci encore avec un certain doute. Il y a moins de place pour le doute quant à sa supériorité sur la classe suivante des indices excellents ». Le professeur Irving Fisher estime que, d'après les règles ordinaires de la pratique, on peut même étendre l'égalité aux très bons et même aux bons indices. La déviation maximum trouvée par rapport à $\sqrt{\beta.\gamma}$ a été la suivante (1) :

indices superlatifs	0,1 %
indices excellents	0,2
très bons indices	0,8
bons indices	3,7
indices passables	6,2
indices défectueux	11,7
indices sans valeur	21

L'auteur considère donc comme utilisables les onze formules superlatives, les quinze formules excellentes, les onze très bonnes formules et la plupart des seize bonnes formules, soit près de 40 % des cent trente-quatre formules étudiées.

Telles sont les conclusions d'ordre théorique et d'ordre pratique auxquelles aboutit le professeur Irving Fisher, par un raisonnement qui s'enchaîne admirablement, mais dont la base n'est peut-être pas très solide.

Ces conclusions soulevèrent des critiques très nombreuses. Tout d'abord on reprocha au professeur Irving Fisher d'avoir négligé l'importance, dans la théorie des nombres indices, de tous les problèmes autres que le choix de la formule. Le reproche n'est pas fondé, car le professeur Irving Fisher n'a nullement méconnu l'importance respective des différents problèmes relatifs au calcul des nombres indices (2), et s'il n'en a traité qu'un seul, il n'en a pas moins donné sur certains autres des indications très intéressantes. Tout au plus pourrait-on le critiquer d'avoir donné à son livre un titre

(1) Toujours pour les 36 séries de prix moyens annuels.

(2) Il écrit notamment : « L'assortiment et le nombre des échantillons forment deux questions probablement aussi importantes que le choix de la formule », (p. 331).

plus large que ne le comportait le véritable sujet de l'ouvrage.

Pour le professeur Irving Fisher, le choix de la formule mathématique ne dépend en rien du but assigné au nombre indice à calculer. La formule « idéale » est la meilleure dans tous les cas, quel que soit le but, s'il appartient au domaine des nombres indices : « que le but soit un nombre indice des prix, des quantités, des salaires, du trafic des chemins de fer, de la valeur de la monnaie, un baromètre du commerce, un indice du coût ou de la quantité du travail industriel... Une formule de nombre indice n'est qu'un mécanisme statistique comme un coefficient de corrélation; il est aussi absurde de varier le mécanisme selon l'objet auquel il est appliqué qu'il le serait de varier la méthode de calcul du coefficient de corrélation » (1).

Cette conclusion était en contradiction avec l'opinion courante et même avec la pratique des auteurs de nombres indices (en particulier tous les Services de statistique, la Statistique générale de la France par exemple, qui se servent de la moyenne arithmétique simple pour le calcul du nombre indice des prix de gros, appliquent une moyenne pondérée, en général β, au calcul des indices des prix de détail ou du coût de la vie). Dans la discussion qui suivit la communication du professeur Irving Fisher au 82^{e} congrès de l'American Statistical Association, plusieurs statisticiens éminents se sont élevés contre les conclusions en cause. La thèse classique a été fort bien soutenue par le professeur Wesley Mitchell : « La formule proposée (2) me semble excellente. En tout cas c'est la meilleure pour le but que le professeur Irving Fisher a en vue. Ce but est d'ailleurs important et couvre la plupart des usages que l'on a eus en vue, ce que j'appellerai le « but général » en matière d'indices. Mais je ne peux admettre que

(1) pp. 233-234.

(2) $\sqrt{\beta \cdot \gamma}$

même une adaptation parfaite d'une formule à un usage, si important soit-il, lui donne le droit d'être appelée la meilleure formule. Cette déclaration est plus qu'une argutie verbale : beaucoup d'auteurs d'indices des prix de gros ont dit s'être proposé « un but général ». Mais le temps est venu où nous commençons à calculer une large variété d'indices spécialement adaptés à des buts particuliers et nous devons aller plus loin dans ce sens (1). En telle matière, l'auteur doit d'abord définir aussi précisément que possible l'usage auquel sa nouvelle série doit servir et *de cet usage il déduira la forme de l'indice qui est la « meilleure » pour lui.* Ce critère d'usage déterminera le nombre d'articles à inclure, le choix des articles, la valeur des poids et *le type de moyenne* (2). Ce qui est le meilleur à cet égard pour un usage peut être mauvais pour un autre. On ne peut concevoir un indice qui serait le meilleur pour tous les usages » (3). M. Warren Persons se prononça dans le même sens. De même le professeur Udny Yule écrit : « On ne peut pas donner une réponse définie à une question vague et indéfinie et à moins que le but d'un nombre indice (la question à laquelle on se propose de répondre) ne soit posé avec une précision complète, la formule correcte à appliquer ne peut être déterminée » (4).

Voici ce que répond le professeur Irving Fisher à ces objections : « il est vrai que dans le large champ de la science des types variés de moyennes conviennent le mieux à des buts variés nettement différents... Mais un indice est en lui-même un but. C'est un but suffisamment différent des buts appartenant aux autres domaines qu'on a cités, et suffisamment homogène dans son propre domaine pour comporter

(1) Le professeur Irving Fisher n'a jamais, semble-t-il, exprimé l'opinion contraire.

(2) C'est sur ce dernier point seulement que porte la contradiction entre les professeurs Irving Fisher et Wesley Mitchell, car le professeur Irving Fisher a nettement précisé que seul le choix de la formule était indépendant du but assigné à l'indice.

(3) A. S. A., 1921, p. 537.

(4) R. S. S., 1923, p. 424.

certains critères bien définis... On peut être d'avis que tel type de balance convient à tel commerce et tel autre type à tel autre commerce, sans être pour cela d'avis que pour corriger les deux lectures obtenues en pesant successivement dans les deux plateaux, il faut en prendre la moyenne géométrique par exemple quand on pèse du thé, et la moyenne arithmétique quand on pèse du sucre » (1).

En vérité la discussion ainsi présentée me paraît être de pure terminologie, et ne comporte aucune conclusion ferme : qui pourrait dire si, étant admis que le choix d'une forme de moyenne dépend du but qu'on se propose, ce sur quoi tout le monde est d'accord, les différents nombres indices qu'on peut se proposer de calculer sont des variétés d'un même but, ou des buts distincts — ou encore qui pourrait dire si, étant admis qu'on ne peut donner une réponse précise qu'à une question précise, ce sur quoi tout le monde est d'accord, il est possible ou non de donner certains éléments de la réponse (formule de l'indice) quand on connaît certains éléments de la question (calculer un nombre indice des prix) et certains éléments seulement ? Il faut aller plus au fond des choses, et c'est d'ailleurs ce qu'a fait le professeur Irving Fisher en mettant ses contradicteurs au défi de trouver un seul but pour lequel la formule $\sqrt{\beta.\gamma}$ ne serait pas la meilleure formule.

Le problème me paraît être celui que j'ai déjà énoncé : les deux conditions de réversibilité sont-elles nécessaires, et sont-elles les seules conditions nécessaires ?

Sur ces deux points, on pourrait opposer au professeur Irving Fisher... le professeur Irving Fisher lui-même. Dans son premier travail sur les nombres indices, celui-ci avait imposé à la formule de satisfaire à quatre conditions dont nous n'avons pas reparlé : les conditions de commensurabilité, de détermination, de proportionnalité, d'addition et de suppression d'un élément. Pour apprécier la valeur des cent trente-quatre formules réunies par lui, le professeur

(1) A. S. A., 1921, art. cité, passim.

Irving Fisher a négligé d'examiner dans le corps de sa théorie si ces formules satisfont à ces quatre conditions, mais il l'a fait en appendice, une fois ses conclusions posées (1). Il reconnaît comme fondamentale la condition de commensurabilité (insensibilité aux changements d'unité de mesure). Cette condition conduit à éliminer l'agrégat simple $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$, son antithétique $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}$. et leur moyenne géométrique.

Quant aux trois autres conditions, trente-cinq formules y satisfont, mais vingt-trois seulement de ces formules sont distinctes; l'une de ces formules étant l'agrégat simple, qui ne satisfait pas à la condition de commensurabilité, il ne reste donc que vingt-deux formules qui satisfont aux quatre conditions autres que les conditions de réversibilité.

La condition de proportionnalité (2), qui est en réalité la définition même d'une moyenne, ainsi que le fait observer le professeur Irving Fisher, conduit à éliminer toutes celles des cent trente-quatre formules qui ont été formées par antithèse; les formules du type agrégat y satisfont en général, au contraire les formules du type géométrique tendent à n'y pas satisfaire.

La condition de détermination (3) élimine la plupart des formules intéressantes du type géométrique, et un grand nombre de formules qui satisfont à la condition de proportionnalité.

La condition d'addition et de suppression d'un élément (4) est en général satisfaite par les indices primaires qui satisfont à la condition de proportionnalité, mais conduit à éliminer presque toutes les formules croisées.

---

(1) pp. 420-426.
(2) Quand tous les prix relatifs ont la même valeur, l'indice doit avoir cette valeur.
(3) Quand un prix relatif devient nul, l'indice ne doit devenir ni nul n' infini, ni indéterminé.
(4) L'addition ou la suppression d'un élément de valeur égale à celle de l'indice ne doit pas modifier celle-ci.

Des vingt-deux formules qui satisfont aux quatre conditions précédentes, cinq dérivent directement de la médiane et cinq de la dominante; deux autres sont une médiane et une dominante à poids croisés; elles ne satisfont pas à la condition de sensibilité. Il reste alors huit formules : les formules classiques β et γ, la formule β à base élargie, trois agrégats à poids croisés : $\frac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 q_1}}$, $\frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)}$ et $\frac{\Sigma p_1 \frac{1}{\frac{1}{q_0} + \frac{1}{q_1}}}{\Sigma p_0 \frac{1}{\frac{1}{q_0} + \frac{1}{q_1}}}$, l'agrégat à poids constants $\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}$, et enfin l'agrégat antithétique de la formule de Lehr $\frac{\Sigma p_1 \frac{p_0 q_0 + p_1 q_1}{p_0 + p_1}}{\Sigma p_0 \frac{p_0 q_0 + p_1 q_1}{p_0 + p_1}}$.

De ces huit formules, aucune ne satisfait à la condition de réversibilité par rapport aux facteurs; les cinq dernières satisfont à la condition de réversibilité par rapport au temps.

Il n'y a donc aucune formule qui satisfasse à l'ensemble des six conditions dont le professeur Irving Fisher admet la nécessité. Il semble donc qu'il n'y ait pas de formule « idéale ». Mais, réplique le professeur Irving Fisher, de ces conditions il n'y en a que trois de fondamentales : les deux conditions de réversibilité et la condition de commensurabilité. Les trois conditions de proportionnalité, de détermination, et d'addition ou suppression d'un élément, sont des conditions d'importance secondaire, car elles ne s'appliquent qu'à des cas très spéciaux. En effet la première s'applique quand tous les prix relatifs sont égaux (et si ce cas, d'ailleurs invraisemblable, se réalisait, on n'aurait nul besoin d'un indice), la troisième ne s'applique que quand un des prix relatifs est égal à l'indice (ce qui ne peut être que tout à fait exceptionnel), la seconde quand un des prix relatifs devient nul (cas qu'il ne faut pas confondre avec le cas fréquent d'une marchandise non cotée).

On pourrait alors songer à utiliser ces trois conditions secondaires pour exercer notre choix entre les formules qui satisfont aux trois conditions fondamentales. Rappelons que sur les cent trente-quatre formules examinées, vingt-neuf, dont vingt-six seulement sont distinctes, satisfont aux deux conditions de réversibilité. Sur ces vingt-six formules, cinq sont à éliminer comme provenant de formules non pondérées, huit comme provenant de médianes ou de dominantes. Il reste treize formules parmi lesquelles le professeur Irving Fisher a choisi $\sqrt{\beta.\gamma}$ et qui ont servi à calculer la précision de cette formule « idéale »; de ces treize formules, huit ne satisfont à aucune des trois conditions secondaires, une ne satisfait qu'à la condition de détermination, et quatre satisfont à deux des conditions secondaires, les conditions de proportionnalité et de détermination, et ne satisfont pas à la condition d'addition ou de suppression d'un élément : de ces quatre formules, une seule est simple, c'est la formule idéale $\sqrt{\beta.\gamma}$. Le professeur Irving Fisher, désireux de laver sa formule idéale de tout reproche, a démontré soigneusement que si la formule idéale ne satisfait pas à la condition d'addition ou de suppression d'un élément, la différence est pratiquement tout à fait négligeable. Il n'en reste pas moins que, théoriquement parlant, la formule $\sqrt{\beta.\gamma}$, qui ne satisfait pas à l'une des conditions posées par le professeur Irving Fisher lui-même, ne mérite pas le qualificatif d' « idéale ». Personnellement je reconnais que la condition en question est d'importance absolument secondaire et je reconnais que la formule $\sqrt{\beta.\gamma}$ y satisfait en fait à très peu près. En tout cas, si l'on admet que les formules de nombres indices doivent satisfaire fondamentalement aux conditions de commensurabilité, de réversibilité par rapport au temps, de réversibilité par rapport aux facteurs et de sensibilité, la formule $\sqrt{\beta.\gamma} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$ est bien *la meilleure*.

Il resterait à examiner si ces 8 conditions, et ces conditions seules, sont effectivement nécessaires, mais auparavant je dois rappeler que, par une contradiction un peu surprenante, - le classement fondamental des cent trente-quatre formules étudiées n'a pas été fait par le professeur Irving Fisher d'après leur conformité ou leur non-conformité aux trois conditions fondamentales, mais d'après le degré de différence de leurs résultats avec ceux de la formule « idéale ». C'est un critère nouveau, qui a le défaut de n'être pas en accord avec le raisonnement jusque-là impeccablement logique du professeur Irving Fisher, mais qui a l'avantage d'être simple. Logiquement il eût fallu classer hiérarchiquement les quatre conditions fondamentales d'une part, les quatre conditions secondaires d'autre part — par exemple éliminer d'abord toutes les formules ne satisfaisant pas aux conditions de commensurabilité et de sensibilié, puis parmi les formules restantes, classer dans un premier groupe les formules satisfaisant aux deux conditions de réversibilité, dans un second groupe les formules satisfaisant seulement à celle des conditions de réversibilité que l'on juge la plus importante, dans un troisième groupe les formules ne satisfaisant qu'à l'autre condition de réversibilité, enfin dans un dernier groupe les formules ne satisfaisant à aucune des conditions de réversibilité. A l'intérieur de chaque groupe, on ferait un classement d'après les conditions secondaires, par exemple, en supposant d'égale importance les trois conditions de proportionnalité, de détermination et d'addition ou de suppression d'un élément, d'après le nombre des conditions secondaires satisfaites; enfin dans chaque sous-groupe, le classement serait fait par ordre de simplicité.

Comme je viens de le dire, ce n'est pas cette méthode de classement qu'a appliquée le professeur Irving Fisher. Il a admis en particulier qu'une formule qui ne satisfait par exemple qu'à une condition de réversibilité est meilleure qu'une formule qui satisfait aux deux conditions de réversibilité, quand elle donne des résultats plus voisins de ceux de la formule idéale $\sqrt{\beta.\gamma}$. C'est ainsi que des onze indices superlatifs, cinq seulement satisfont aux deux conditions de réversibilité, quatre ne sont réversibles que par rapport au temps, deux (*les deux plus proches de la formule idéale*) ne satisfont à aucune des conditions de réversibilité. L'application de ce critère de classement peut aussi être complétée par l'étude des conditions secondaires. Des onze indices superlatifs, deux satisfont aux trois conditions secondaires, le n° 4 : $\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)}$ et le n° 9 : $\frac{\Sigma p_1\sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0\sqrt{q_0 q_1}}$, sept (dont le n° 1 — l'idéale —, le n° 2 : $\frac{\beta+\gamma}{2}$ et le n° 3, antithétique de la précédente formule) ne satisfont qu'à deux des conditions secondaires, deux ne satisfont à aucune d'elles. La considération des conditions secondaires pourrait donc amener à préférer $\frac{\Sigma p_1\sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0\sqrt{q_0 q_1}}$ et surtout $\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)}$ à $\frac{1}{2}\left(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}+\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}\right)$.

Tout cela suppose que les huit conditions dont on s'est servi pour apprécier la valeur respective des formules sont *nécessaires*, qu'elles *doivent* être satisfaites par une formule correcte de nombre indice. La discussion ne peut porter que sur les deux conditions fondamentales de réversibilité, car tout le monde est d'accord sur la condition fondamentale de commensurabilité et sur la condition secondaire de simplicité; quant aux trois autres conditions secondaires, on ne s'en est servi qu'à titre accessoire, et leur application ne peut modifier sensiblement les conclusions à tirer. La question est donc de savoir si une formule de nombre indice des prix doit être réversible par rapport au temps et par rapport aux facteurs.

Examinons quelle justification le professeur Irving Fisher a donnée de la nécessité de ces conditions. Voyons d'abord ce qu'il en est de la condition de réversibilité par rapport aux facteurs. « Partout où il y a un prix de quelque chose échangée, ou produite, ou consommée, ou autrement, il est impliqué une quantité échangée, produite, etc., de sorte que le problème d'un nombre indice des prix implique le problème jumeau de l'indice des quantités » (1). « La justification de la condition est double : 1° Il n'y a pas de raison d'employer pour un des deux facteurs une formule qui ne s'applique pas à l'autre. 2° Une telle réversibilité existe pour chaque paire de prix relatifs et de quantités relatives et doit logiquement exister pour les nombres indices qui ont pour but de les représenter dans l'ensemble » (2). « Les conditions de réversibilité s'appliquent à tous les indices, qu'il s'agisse des quantités et des prix de gros des marchandises importées, des quantités et des prix de détail des marchandises vendues par les épiciers de New-York, des taux de fret et des quantités transportées par tous les navires de la Cie Cunard, des cours des valeurs industrielles et du nombre de titres vendus par John Smith en janvier, du taux des salaires horaires et du nombre des heures de travail, etc., et non pas seulement de l'équation d'échange. Elles s'appliqueraient de même si les p représentaient la longueur des cartes de visite des « 400 », q leur longueur, pq leur surface » (3).

Dans tous ces exemples, il y a trois groupes de grandeurs concrètes : prix des marchandises importées, quantité des marchandises importées, valeur des importations; prix de détail à New-York, quantités vendues par les épiciers de New-York, recettes des épiciers de New-York; taux de fret, quantités transportées par la Cie Cunard, recettes de la Cie Cunard. Mais il se peut très bien qu'on ne s'intéresse qu'à un seul groupe de grandeurs : si l'on désire étudier la variation des quantités importées et exportées par les différents moyens de transport et la variation de la répartition du commerce extérieur entre ces divers moyens de transport, il se peut très bien que nous nous désintéressions

(1) p. 72.
(2) p. 75.
(3) p. 381.

totalement de la variation du taux des frets, des tarifs de chemin de fer, etc.; on peut s'intéresser pour une foule de raisons à la variation de la valeur moyenne des obligations de chemins de fer, sans se préoccuper le moins du monde de l'activité des transactions boursières sur ces valeurs, etc. En ce cas ce n'est nullement un défaut que la formule par laquelle nous mesurons la variation moyenne des prix ou des quantités soit réversible par rapport aux deux facteurs, mais ce n'est pas non plus une qualité.

Il y a plus : partout où il y a un prix de quelque chose échangée, il y a évidemment, comme le dit le professeur Irving Fisher, une quantité échangée, mais il se peut que le prix de la chose échangée et la quantité qui en est échangée ne soient nullement les données du même problème. Rappelons en effet que le problème des indices pondérés du mouvement des prix ne nous met en présence *directement* que de *deux* groupes de grandeurs et non de *trois* : les prix et les poids. Si les poids sont des valeurs, le quotient des poids par les prix représente des quantités, c'est-à-dire des grandeurs concrètes. Mais la nature du problème n'implique en rien que les poids soient des valeurs.

Le professeur Irving Fisher a défié qu'on cite un nombre indice des prix pour lequel il ne soit pas nécessaire que sa formule soit réversible par rapport aux facteurs : je me permets de relever ici ce défi. Supposons que nous nous proposions de calculer un nombre indice du mouvement des prix des matières premières : on pourra pondérer les différents prix relatifs d'après la valeur de la consommation de chaque matière première, mais on pourrait, sinon aussi bien, en tout cas sans absurdité, pondérer chaque prix relatif d'après le nombre des ouvriers employés par les industries qui transforment la matière première correspondante, ou la valeur des capitaux engagés dans ces industries. Dira-t-on que la formule devra être réversible par rapport aux prix d'une part, au quotient du nombre des ouvriers ou de la valeur des capitaux par les prix d'autre part ? Il semble évident que la question ne se pose même pas. Pourtant le problème du choix de la formule se pose toujours de la même manière : dans notre nombre indice du mouvement des prix des matières premières (soie, coton, laine, lin, caoutchouc, cuivre, etc.), dans lequel nous accordons à chaque prix relatif une importance proportionnelle à la valeur des capitaux engagés, ou au nombre des ouvriers occupés dans l'industrie de la soie, du coton, de la laine, du lin, du caoutchouc, etc., emploierons-nous la moyenne arithmétique, la moyenne géométrique, la médiane, tiendrons-nous compte de la valeur qu'avaient les capitaux en question à l'époque de base, ou de celle qu'ils ont à l'époque considérée ?

Le professeur Irving Fisher répondra sans doute que de tels indices sont en dehors du champ de son étude et qu'il n'entend traiter que des nombres indices des prix dans lesquels l'importance donnée aux différents prix relatifs est proportionnelle aux valeurs de l'échange, de la consommation, des salaires, des transactions boursières, etc., et que la formule $\sqrt{\beta.\gamma}$ n'est la meilleure que pour les indices de cette nature. Il n'est pas inutile de toute façon de le dire expressément, car cette formule existe dans tous les cas. En effet, soit n_0 n_1 le nombre des ouvriers occupés dans chaque industrie aux époques 0 et 1, et de même la valeur des capitaux v_0 et v_1. Prenons la moyenne arithmétique des prix relatifs, pondérée d'après le nombre des ouvriers, ou la valeur des capitaux, à l'époque de base, et prenons la moyenne harmonique des prix relatifs, pondérée d'après le nombre des ouvriers, ou la valeur des capitaux, à l'époque considérée. Ces deux moyennes sont : $\Sigma\frac{p_1}{p_0} \times \frac{n_0}{\Sigma n_0}$ $\left(\text{ou } \Sigma\frac{p_1}{p_0} \times \frac{v_0}{\Sigma v_0}\right)$

et $\frac{1}{\Sigma\frac{p_0}{p_1} \times \frac{n_1}{\Sigma n_1}}$ $\left(\text{ou } \frac{1}{\Sigma\frac{p_0}{p_1} \times \frac{v_1}{\Sigma v_1}}\right)$

Posons $\frac{n_0}{p_0}\left(\text{ou } \frac{v_0}{p_0}\right) = q_0$, $\frac{n_1}{p_1}\left(\text{ou } \frac{v_1}{p_1}\right) = q_1$.

On voit immédiatement que l'on retombe sur les formules β et γ bien connues, et en prenant leur moyenne géométrique, sur la formule idéale. Quelle que soit l'autorité qui s'attache aux opinions du professeur Irving Fisher en pareille matière, je pense que si l'on se propose de calculer un indice du mouvement des prix des matières premières, dans lequel on accorde à chaque matière première une importance proportionnelle au nombre n des ouvriers employés dans l'industrie transformatrice correspondante, la formule

$$(1) \quad \sqrt{\left(\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{n_0}{\Sigma n_0}\right) \times \frac{1}{\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times \frac{n_1}{\Sigma n_1}}}$$

c'est-à-dire la formule dite idéale n'est pas la meilleure, et que par exemple, la formule (2) $\dfrac{\Sigma p_1 \left(\frac{n_0}{p_0} + \frac{n_1}{p_1}\right)}{\Sigma p_0 \left(\frac{n_0}{p_0} + \frac{n_1}{p_1}\right)}$ doit lui être préférée, en supposant toujours que les sept autres conditions déjà envisagées, et elles seules, doivent être satisfaites. En effet la formule (2) satisfait, parmi ces sept conditions, aux mêmes conditions que la formule (1), et satisfait en outre à la condition d'addition ou de suppression d'un élément, tandis que la formule (1) n'y satisfait pas.

Si la portée des conclusions du professeur Irving Fisher est limitée aux indices dans lesquels l'importance accordée à chaque prix relatif est proportionnelle à une valeur, je reconnais que le fait pour une formule d'être réversible par rapport aux facteurs n'est jamais un défaut, mais je ne pense pas que ce soit une qualité indispensable. Si nous n'attachons aucune importance aux variations des quantités correspondant aux valeurs qui doivent nous servir de poids, et si au contraire nous désirons pouvoir ajouter dans l'indice ou en retrancher un prix relatif ayant même valeur que l'indice sans en changer la valeur, nous serons en droit de considérer les formules $\dfrac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)}$, $\dfrac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 q_1}}$ comme théoriquement meilleures que la formule dite idéale $\sqrt{\dfrac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \dfrac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0}}$.

Le professeur Irving Fisher a donné de la nécessité de la condition de réversibilité par rapport aux facteurs (et également d'ailleurs de la condition de réversibilité par rapport au temps) une seconde raison : elle est satisfaite, dit-il, par les prix relatifs et quantités relatives individuels, donc elle doit être satisfaite par les indices de prix et de quantité. L'argument est particulièrement faible en ce qui concerne la réversibilité par rapport aux facteurs, ainsi que l'a fait observer le professeur Bowley (1), car la moyenne d'un produit de deux facteurs n'est pas égale en général au produit de la moyenne de chaque facteur. Mais surtout, si l'on pose en principe qu'il est désirable que les nombres indices jouissent des mêmes propriétés que les éléments individuels, la meilleure formule sera celle qui aura le plus de propriétés en commun avec les éléments individuels. En ce cas la formule $\sqrt{\beta . \gamma}$ ne sera pas la meilleure formule, car, comme nous le verrons, elle ne satisfait pas à la condition circulaire alors que les prix individuels y satisfont $\left(\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_0} : \frac{p_1}{p_0}\right)$, et il y a des formules qui y satisfont.

Il reste à examiner la condition de réversibilité par rapport au temps. Là les objections qui ont été faites au professeur Irving Fisher, et auxquelles je me rallie, me paraissent beaucoup plus graves et d'une portée beaucoup plus grande que les objections que je viens de faire quant à la nécessité de la condition de réversibilité par rapport aux facteurs.

Est-il nécessaire qu'une formule soit réversible par rapport au temps ? Ici encore le professeur Irving Fisher donne une double justification de la nécessité de cette condition : 1° il n'y a pas une raison de choisir un sens de calcul, qui ne s'applique également au sens opposé; 2° une telle réversibilité existe pour chaque marchandise individuelle. Je ne reviendrai pas sur ce dernier argument qui a déjà été discuté.

Au premier argument on a objecté que le sens de déroulement du temps nous est imposé par la nature des choses,

(1) Ec. J., 1923, p. 93.

et que nous n'avons pas de libre choix entre deux sens opposés. Mais, a répondu le professeur Irving Fisher, les nombres indices peuvent aussi bien porter sur des comparaisons dans l'espace, et dans ce cas il n'y a pas l'ombre d'une raison pour prendre comme base un des deux points plutôt que l'autre.

On se rappelle que le professeur Irving Fisher avait défié qu'on citât un nombre indice qui n'eût pas à être réversible par rapport au temps. Le professeur Udny Yule a relevé ce défi (1) et envisagé quatre cas, dont deux me paraissent topiques :

1° pour corriger les salaires nominaux des ouvriers et régulariser les salaires réels, ce n'est pas $\sqrt{\beta.\gamma}$ qu'il faut employer, mais β, c'est-à-dire $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$;

2° pour un ouvrier anglais qui se propose d'aller travailler en France en conservant son niveau de vie, et inversement pour un ouvrier français qui se propose d'aller travailler en Grande-Bretagne, ce n'est pas $\sqrt{\beta.\gamma}$ qui convient pour mesurer la variation du coût de la vie, mais β ou γ selon le cas.

En présence de ces deux exemples, le professeur Irving Fisher exprime successivement deux opinions. Il admet d'abord, avec le professeur Udny Yule, que les formules convenables dans les deux cas sont bien β ou γ, mais il fait observer qu'étant données les hypothèses faites, β ou γ sont identiques à la formule idéale $\sqrt{\beta.\gamma}$ (par exemple dans le cas de la régularisation des salaires, on a admis que l'ouvrier achète d'année en année les mêmes quantités, donc que les quantités q_1 sont identiques aux quantités q_0; donc $\beta=\gamma=\sqrt{\beta.\gamma}$). Sans doute, mais il serait bon alors de préciser que $\sqrt{\beta.\gamma}$ est la formule « idéale » sous réserve que dans certains cas, qui se rencontrent (et souvent) dans la pratique, $\sqrt{\beta.\gamma}$ se réduit à des formules plus simples. Le professeur Irving Fisher sera ainsi d'accord avec ceux qui

(1) R. S. S., 1923.

pensent (et je suis de ceux-là) que des formules plus simples, telles que β, sont dans certains cas « la meilleure formule ».

Le professeur Irving Fisher a craint sans doute d'avoir fait trop de concessions à ses adversaires en exprimant l'opinion que je viens de reproduire, car il a ajouté que les hypothèses qu'elle implique sont contraires à la justice : car « si l'on désire être juste, il faudra tenir compte autant que possible, non seulement du budget initial, mais aussi du budget de l'année considérée », d'où il déduit que $\sqrt{\beta . \gamma}$ reste bien le meilleur indice pour l'ajustement des salaires. Il ne me paraît pas du tout démontré que la justice demande qu'on tienne compte des quantités q_1, et en tout cas je ne suis pas du tout d'accord avec la conclusion du professeur Irving Fisher : « M. Yule peut-il citer un cas réel d'ajustement des salaires au moyen de nombres indices, où les parties intéressées ne *désirent* pas que l'indice se conforme à la condition de réversibilité par rapport au temps ? » (1) Pour ma part, j'ai la conviction que les patrons n'ont jamais un tel désir. Quand un patron accepte de rendre les salaires de ses ouvriers variables en fonction du coût de la vie, ce n'est jamais de gaîté de cœur, car il introduit ainsi une variable de plus dans le problème de la conduite de ses affaires ; son désir est certainement de réduire au minimum cette nouvelle part d'inconnu, et par suite de rendre les salaires dépendants seulement des variations dans les prix, et non des variations dans les prix *et* dans les quantités consommées, d'autant plus que les quantités q_0 peuvent être fixées dans le contrat collectif de salaires, tandis qu'on ignore comment on se mettra ultérieurement d'accord sur les quantités q_1, q_2, etc.

En résumé j'estime, avec le professeur Udny Yule et contrairement au professeur Irving Fisher, qu'il y a des cas où il n'est nullement nécessaire et même des cas où il n'est

---

(1) R. S. S., 1924, p. 93.

pas désirable que la formule satisfasse à la condition de réversibilité par rapport au temps.

Les conditions que nous venons d'étudier sont-elles les seules qu'il y ait lieu d'imposer aux formules de nombres indices des prix ? Le professeur Irving Fisher lui-même, dans son livre sur le Pouvoir d'achat de la monnaie, en avait imposé une autre, la condition de changement de base ou condition circulaire. D'après cette condition, l'indice exprimant la variation du pouvoir d'achat de la monnaie entre deux époques, doit avoir la même valeur, que les deux époques soient comparées directement ou en passant par l'intermédiaire d'autres époques. Si les deux époques extrêmes comparées sont identiques, la condition devient la condition circulaire, qui peut s'écrire :

$$I_{1/0} \times I_{2/1} \times \ldots \times I_{n/n-1} \times I_{0/n} = 1.$$

Cette condition est souvent appelée condition de Westergaard, parce que — paraît-il — Westergaard est le premier à en avoir proclamé l'importance, mais je n'ai pu trouver nulle part l'indication du travail dans lequel Westergaard a traité cette question.

La condition circulaire peut être mise sous une forme plus simple. En effet si une formule y satisfait pour une série quelconque de trois années, elle y satisfera pour un nombre quelconque d'années (1) : montrons d'abord qu'elle y satisfait pour quatre années, c'est-à-dire qu'on a

$$I_{2/1} \times I_{3/2} \times I_{4/3} \times I_{1/4} = 1$$

Par hypothèse on a (1) $I_{2/1} \times I_{3/2} \times I_{1/3} = 1$

et l'on a de même (2) $I_{4/3} \times I_{1/4} \times I_{3/1} = 1$

Or $I_{3/1} = \frac{1}{I_{1/3}}$ L'équation (2) peut donc s'écrire :

$$I_{4/3} \times I_{1/4} = I_{1/3}$$

En portant cette valeur de $I_{1/3}$ dans l'égalité (1), elle devient $I_{2/1} \times I_{3/2} \times I_{4/3} \times I_{1/4} = 1$ C. Q. F. D.

(1) The Making..., pp. 426-427.

On peut étendre ce raisonnement de quatre à un nombre quelconque d'années.

Donc la condition circulaire n'est en réalité qu'une condition triangulaire. C'est la généralisation de la condition de réversibilité par rapport au temps, son extension de deux à trois périodes.

Pourquoi le professeur Irving Fisher, qui avait d'abord admis la nécessité de la condition circulaire, a-t-il estimé par la suite qu'il suffisait que la formule fût réversible par rapport au temps ? Parce que « la condition triangulaire est sur un autre plan que la condition binaire, ou condition de réversibilité, car un indice n'implique que deux époques et non trois. La condition triangulaire introduit un élément étranger non déjà représenté dans l'indice lui-même » (1). Pour préciser sa pensée, l'auteur recourt à l'exemple suivant (2), que je crois devoir citer en raison de l'importance de la question. « Supposons que nous veuillons comparer le niveau des prix en Géorgie, en Norvège et en Egypte. Considérons quinze marchandises, dont cinq du groupe du bois sont importantes à la fois en Géorgie et en Norvège; cinq, du groupe du papier, sont importantes à la fois en Egypte et en Norvège, cinq, du groupe du coton, sont importantes à la fois en Géorgie et en Egypte. Supposons de plus que les marchandises du groupe du bois aient à peu près les mêmes prix en Géorgie et en Norvège, et qu'elles dominent tellement la comparaison entre ces deux pays que l'indice est à peu près le même pour les deux pays, les deux autres groupes ne modifiant pas sensiblement cette égalité, parce que l'un est sans importance en Géorgie et l'autre en Norvège. De même, en comparant la Géorgie à l'Egypte, le groupe du coton domine tellement l'indice Géorgie-Egypte que le niveau des prix semble à peu près le même en Géorgie et en Egypte. » On trouvera donc que le niveau des prix est le

(1) Loc. cit. p. 427
(2) Loc. cit. pp. 271 et suiv.

même en Egypte et en Norvège si on passe par l'intermédiaire de la Géorgie. Mais si nous procédons à une comparaison directe, nous n'avons pas à nous référer à la Géorgie pour déterminer notre pondération, et c'est alors le groupe du papier qui dominera la situation, alors qu'il ne jouait qu'un rôle insignifiant dans les deux autres comparaisons. Si le prix du groupe du papier n'est pas le même dans les deux pays, on trouvera un résultat en contradiction avec le précédent. Il n'y a, il est vrai, aucune absurdité dans cette contradiction, car les trois comparaisons sont différentes de nature. La contradiction disparaît d'ailleurs si chacun des trois groupes, au lieu d'être prépondérant dans une des comparaisons la domine complètement. Dans ce cas, on aura trois indices d'une marchandise chacun, et il n'y a aucune contradiction dans le fait que le prix du bois est le même en Géorgie qu'en Norvège, le prix du coton le même en Egypte qu'en Géorgie, tandis que le prix du papier est plus élevé en Norvège qu'en Egypte.

Il en résulte que quand nous étudions un ensemble de n années, chaque paire d'années devra avoir son propre nombre indice dépendant des prix et des quantités correspondant à ces années particulières, sans égard à n'importe quelle autre année; il faudra donc calculer n (n—1) indices groupés en [illegible] paires d'indices, chaque paire étant formée d'indices inverses l'un de l'autre si la formule satisfait à la condition de réversibilité. On notera que la représentation graphique qu'on donne habituellement des nombres indices n'est pas correcte, et que la seule représentation correcte consisterait à joindre chaque point à l'origine : on n'a pas le droit de joindre les points successifs les uns aux autres.

La portée d'un indice est donc limitée à la comparaison des deux années auxquelles il se réfère. Par suite nous ne pouvons songer à lui imposer la condition circulaire. Et pourtant pour que les nombres indices du mouvement des prix aient une utilité, il est indispensable qu'ils permettent la comparaison directe du niveau des prix de deux années quelconques. Quand on publie une série de nombres indices, il est impossible de prévoir toutes les applications qu'en voudront faire ceux qui les consulteront : comparaison du niveau des prix à telle époque au niveau des prix à telle autre époque, différente de l'époque de base de la série, comparaison de la série avec la série d'un autre pays qui a une autre époque de base, comparaison avec une série d'indices du change, des salaires, du chômage, etc. Il sera bien rare que ces comparaisons puissent se faire sans un changement de base. Or ce changement de base est impossible de par la nature même des nombres indices.

Il faut reconnaître très franchement ici que, si le problème du calcul des nombres indices peut être correctement résolu, celui du calcul des *séries* de nombres indices, qui est le problème que nous imposent les nécessités de la pratique, est théoriquement insoluble. Mais, dira-t-on, si en principe un nombre indice ne peut servir qu'à la comparaison des deux époques 0 et 1 auxquelles il se rapporte, et si par suite on n'est pas en droit de lui imposer de satisfaire à la condition circulaire, n'y a-t-il pas cependant des formules qui, *en fait*, satisfont à cette condition ? En effet, parmi les cent trente quatre formules étudiées par le professeur Irving Fisher, il y en a dix qui satisfont à cette condition : la moyenne géométrique et l'agrégat simples, sur lesquels je n'insiste pas, puisque nous cherchons une formule d'indice budgétaire pondéré, et les moyennes géométriques et agrégatives à poids constants. Mais il est évident qu'une pondération constante n'est pas théoriquement correcte. « Il est impossible de justifier l'emploi des mêmes poids pour comparer le niveau des prix de 1913, non seulement à ceux de 1914 et de 1915, mais à ceux de 1860, de 1796, de 1492, de l'époque de Dioclétien, de Ramsès II ou de l'âge de pierre. » (1)

(1) Loc. cit., p. 275.

La question est de savoir s'il vaut mieux employer des formules qui satisfont à la condition circulaire, mais qui comportent nécessairement une pondération en général assez différente de la pondération correcte, ou employer des formules ne satisfaisant pas à la dite condition et comportant ce que les topographes appellent « une erreur de fermeture ». Pour répondre à cette question, il faut connaître l'importance de cette erreur de fermeture. Le professeur Irving Fisher a examiné ce point, et il conclut que pour tous les bons indices l'erreur est faible. Pour huit formules satisfaisant à la condition de réversibilité, il a trouvé pour le triangle 1913-1914-1915 une erreur de fermeture comprise entre 0,34 et 0,40 %. Pour la formule idéale, il a poussé le calcul plus loin et a trouvé pour limite inférieure de l'erreur, pour erreur probable et pour erreur maximum :

—0,40 %	0,19 %	+0,48 %	pour les comparaisons	triangulaires
—0,45 %	0,22 %	+0,81 %	—	quadrangulaires
—0,77 %	0,25 %	+0,89 %	—	pentagonales
—0,70 %	0,25 %	+1,19 %	—	hexagonales

Ces chiffres très faibles doivent encore être divisés par le nombre des côtés du polygone.

Les études faites sur ce même point par différents auteurs ont toutes démontré que l'erreur commise en changeant de base par simple division est peu importante, si le niveau des prix de la nouvelle base est peu différent de celui de la base primitive. Dans le transfert de l'indice des prix de gros de la Statistique générale de la France de la base 1901-1910 à la base juillet 1914, la différence maximum a été de deux points (1).

Le professeur Irving Fisher a rangé les diverses formules par ordre de conformité à la condition circulaire : parmi les formules les plus connues, l'erreur de fermeture est pratiquement nulle pour les formules G *I*, G *IV*, $\sqrt{A \times H}$ (qui diffère

(1) Dugé de Bernonville, S. S. P., 1924, pp. 233-239.

très peu de la moyenne géométrique, laquelle satisfait à la condition circulaire), insignifiante pour les formules

$$\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)}, \quad \frac{\beta+\gamma}{2}, \quad \sqrt{\beta\cdot\gamma},$$

assez faible pour les formules β et γ. En général l'erreur de fermeture est notable pour les formules non croisées dérivées de la médiane et de la moyenne géométrique.

Je n'ai examiné jusqu'ici que les raisons théoriques qui peuvent nous guider dans le choix d'une formule. Il importe de tenir compte maintenant des conditions pratiques du calcul. J'ai indiqué que la formule doit être aussi simple que possible. Cette condition est double en réalité : la formule doit être simple à comprendre et simple à calculer. Le professeur Irving Fisher a noté pour les cent trente-quatre formules qu'il a étudiées la durée exigée par le calcul de l'indice à deux décimales. On suppose que les quantités et prix absolus sont donnés, et que l'on dispose de machines à calculer et de tables de logarithmes. Les mesures du professeur Irving Fisher ont porté, pour chaque formule, sur cinq indices annuels de trente-six marchandises. J'en ai transformé les résultats, de manière à me placer dans le cas d'un indice d'une centaine de marchandises (cas de l'indice du Federal Reserve Board pour la France). La durée trouvée est alors la suivante :

$\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$	0 heure 35
$\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}$	1 heure
$A = \frac{1}{n}\Sigma\frac{p_1}{p_0}$	3 heures
$\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$	3 heures 30
$G = \sqrt[n]{\frac{p_1}{p_0}\cdot\frac{p'_1}{p'_0}}$	4 heures
Mé (médiane simple)	4 heures 30
$\gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$	5 heures

$$\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)} \ldots\ldots \text{ 5 heures 30}$$

$$\text{Formule idéale } \sqrt{\text{B}.\gamma} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \ldots\ldots \text{ 9 heures}$$

Ces chiffres sont intéressants à retenir étant donnée la grande expérience des calculs relatifs aux nombres indices que possèdent le professeur Irving Fisher et ses collaborateurs. Ils sont en accord avec les résultats de mon expérience personnelle en ce qui concerne les indices pondérés, mais les chiffres donnés pour les indices simples me surprennent, à la fois par leur valeur absolue et par leur valeur relative. A moins que je n'aie mal compris les indications données par l'auteur, il semble que celui-ci compte *1 heure* pour le calcul de la moyenne arithmétique simple de 36 prix relatifs. N'ayant pas assez la pratique des machines à calculer, je ne ferai aucune hypothèse sur ce que durerait le calcul si l'on se servait d'une telle machine; mais je dois dire que, même si l'on fait le calcul avec une table de logarithmes à cinq décimales, ce qui suffit pour la précision demandée, le temps indiqué me paraît sensiblement trop fort : le calcul comporte uniquement la recherche des trente-six logarithmes des prix p_1, l'addition de ces logarithmes aux cologarithmes des prix p_0 (supposés calculés à l'avance une fois pour toutes), la recherche des prix relatifs à partir de leurs logarithmes, leur addition et la division de leur total par trente-six; même s'il faut compter en plus la fraction correspondante du calcul des cologarithmes des prix p_0, 3/4 d'heure me paraissent très suffisants pour tout le calcul. Mais où les chiffres donnés par le professeur Irving Fisher me semblent surtout trop forts, c'est pour le calcul de la moyenne géométrique et de la médiane. Ce dernier calcul ne peut pas être notablement plus long que celui de la moyenne arithmétique, tel qu'il vient d'être évalué, car une fois les trente-six prix relatifs calculés, au lieu d'en faire la somme, puis de la diviser par trente-six, il faut éliminer les prix relatifs extrêmes et classer les prix relatifs centraux, ce qui est très rapide; or le professeur Irving Fisher compte 1 heure 1/2 pour le calcul de cette médiane. Quant à la moyenne géométrique, si l'on tient à calculer les prix relatifs eux-mêmes, le calcul a exactement la même durée que celui de la moyenne arithmétique, soit, selon mon évaluation, 3/4 d'heure, alors que le professeur Irving Fisher compte 1 heure 20, et si l'on n'a pas besoin des prix relatifs, il est beaucoup plus rapide; le calcul de colog. $p_0 \times p'_0 \times$ .....étant supposé fait à l'avance, il n'y a à calculer que les trente-six log. p_1, comme pour le calcul de la moyenne arithmétique (quand on fait celui-ci à la table de logarithmes), ajouter colog. $p_0 \times$...., diviser par n; d'où log. G, et G; 15 à 20 minutes suffisent pour l'ensemble de ce calcul.

Le choix de la formule est enfin influencé par une circonstance extrêmement importante, c'est qu'en général on ne dispose pas des poids Π_1 ou des coefficients q_1 pour chaque année considérée. Les statistiques relatives aux quantités produites, échangées, consommées, etc., sont de plus en plus nombreuses; malgré cela, elles ne portent encore aujourd'hui que sur les marchandises les plus importantes; surtout elles ne paraissent qu'à des intervalles éloignés; il est exceptionnel qu'elles soient hebdomadaires, souvent elles sont mensuelles, mais certaines ne sont qu'annuelles; de plus elles paraissent souvent avec un long retard. Or le moins qu'on puisse exiger actuellement d'une série de nombres indices des prix de gros, c'est d'être mensuelle; encore tend-on, comme nous l'avons vu, à publier des séries hebdomadaires, Il sera donc impossible d'appliquer aux indices hebdomadaires ou mensuels toutes les formules comportant l'emploi des systèmes de pondération p_0q_1 et p_1q_1. Le choix se trouve de ce fait très réduit. Des cent trente-quatre formules du professeur Irving Fisher, il ne subsiste, en dehors des six moyennes à poids ou coefficients constants, que seize formules. De ces seize formules, il faut éliminer les sept formules qui ne sont pas pondérées (six moyennes simples et la formule

$\sqrt{A \times H}$), les deux formules dérivées de la médiane et les deux formules dérivées de la dominante, à cause de leur manque de sensibilité. Nous restons alors en présence de cinq formules; je les énumère ci-dessous, en indiquant l'ordre de mérite que leur attribue le professeur Irving Fisher et la qualification qu'il leur donne.

$\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$	n° 36	très bon
$G_{III} = \sqrt[\Sigma p_1 q_0]{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{p_1 q_0} \ldots}$	n° 71	passable
$G_{I} = \sqrt[\Sigma p_0 q_0]{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{p_0 q_0} \ldots}$	n° 79	passable
$H_{I} = \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times p_0 q_0}$	n° 101	médiocre
$A_{III} = \Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_1 q_0}{\Sigma p_1 q_0}$	n° 104	médiocre

La formule β est erratique (les déviations dues au type et à la pondération étant de sens contraire), les formules G *I* et G *III* sont simplement déviées (déviation due à la pondération), les formules H *I* et A *III* sont doublement déviées (déviations dues au type et à la pondération, toutes deux en moins pour H *I* et en plus pour A *III*).

On peut dans ce cas donner une conclusion beaucoup plus nette que dans le cas général. Quand on ne dispose que des poids Π_0 ou des coefficients q_0 de l'année de base, la meilleure formule est incontestablement $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{\Pi_0}{\Sigma \Pi_0}$, c'est-à-dire $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$, ou formule de Laspeyres.

Il est intéressant de se demander dans quelle mesure les indices calculés par cette formule diffèrent des indices calculés par la formule « idéale ». Cette dernière formule est la moyenne géométrique entre la formule β elle-même et la formule $\gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ qui ne diffère de la précédente que par la substitution des quantités de l'année considérée aux quantités de l'année de base. Or on démontrera au chapitre VIII que la valeur de l'indice n'est que peu influencée par les variations des coefficients q. On peut donc être certain a priori que γ, et à plus forte raison $\sqrt{\beta.\gamma}$, différeront peu de β. La formule γ est erratique comme β; la différence entre leurs résultats n'a pas tendance à être toujours de même sens, à moins qu'il n'y ait une corrélation très marquée entre les variations des quantités et des prix. Nous avons vu que la pondération $IV'(p_1q_1)$ déviait en plus, parce qu'elle tendait à associer un poids élevé à un prix relatif élevé, et un poids faible à un prix relatif faible, et qu'il en allait inversement pour la pondération I (p_0q_0). Le professeur Irving Fisher a montré de même que si les quantités étaient en corrélation positive avec les mouvements des prix, dans la formule γ des poids élevés étaient associés avec des prix relatifs élevés et des poids faibles avec des prix relatifs faibles; γ tendra donc à donner des résultats plus élevés que β, mais cette tendance est beaucoup moins marquée que dans le cas des systèmes de pondération, à moins que la corrélation ne soit de 100 %, c'est-à-dire que les quantités ne se comportent exactement comme si c'étaient des prix. (1)

Le professeur Warren Persons, étudiant les variations des prix et des quantités pour 12 récoltes, a trouvé entre les mouvements des prix et des quantités une corrélation négative très élevée de — 0,88 (c'est-à-dire de bas prix correspondant à des récoltes abondantes); conformément à ce qui vient d'être exposé, β a toujours été trouvé supérieur à γ (sauf une exception), la différence étant toujours faible.

Pour les 36 marchandises qu'il a étudiées, le professeur Irving Fisher n'a trouvé qu'une corrélation beaucoup moins marquée :

(1) Loc. cit., pp. 410-412.

1914	+ 0,265
1915	+ 0,023
1916	+ 0,035
1917	— 0,133
1918	— 0,250

Les rapports entre γ et β ont été tels qu'on pouvait les prévoir.

	1914	1915	1916	1917	1918
β	99,9	99,7	114,1	162,1	177,9
γ	100,3	100,1	114,4	161,1	177,4
$\gamma-\beta$	+0,4	+0,4	+0,3	−1,0	−0,5
$\sqrt{\beta \cdot \gamma}$	100,12	99,89	114,21	161,56	177,65

La différence la plus forte, pour 1917, année de grande dispersion des prix relatifs, entre β et γ a été de 1 point, et la différence maximum entre β et la formule « idéale » d'1/2 point. Or dans le cas général, on ne trouvera pas de corrélation marquée entre prix et quantités, de sorte que β ne donnera pas des résultats très différents de ceux de la formule idéale.

Certains statisticiens, et en première ligne M. Knibbs (1), ont prôné l'emploi d'une formule dite de la « dépense globale ». Cette méthode est une généralisation de celle qui convient tout naturellement à l'étude des variations du coût de la vie; c'est celle qui met en lumière le caractère *budgétaire* de la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs. Elle consiste à fixer initialement ce que M. Knibbs appelle un « composite unit », c'est-à-dire un régime-type. Ce régime-type est une liste de marchandises, avec indication pour chacune d'une quantité (dans le cas d'un indice du coût de la vie, par exemple pour la classe des travailleurs indus-

(1) Rapports nos 1 et 9

triels, il s'agit des marchandises principales que consomment ces travailleurs et des quantités de ces marchandises que consomme un individu moyen ou une famille-type; mais la méthode peut être étendue à la consommation d'une nation toute entière et être appliquée aux marchandises principales entrant dans l'échange, et aux quantités qui en sont échangées dans un intervalle de temps donné). Chaque quantité est multipliée par le prix correspondant, et l'on fait le total des produits ainsi obtenus. Le total est appelé dépense globale, expression qui ne s'applique exactement que dans le cas de la mesure du coût de la vie et qu'il vaut mieux appeler d'une expression moins précise, plus générale : « valeur globale » (des échanges, de la consommation, etc.). Le quotient de la « valeur globale » pour deux années quelconques peut être considéré comme un nombre indice des prix de la seconde année, par rapport aux prix de la première année prise pour base.

Quels sont les arguments qu'invoquent les partisans de cette méthode ? D'abord, elle est facile à comprendre, disent-ils. En effet, s'il s'agit d'un indice du coût de la vie; car pour chacun de nous, l'idée de coût de la vie entraîne immédiatement l'idée de dépense, et notre budget annuel est bien une somme de produits de quantités de biens ou services par des prix; pour nous, les variations du coût de la vie se mesurent bien par les variations de nos dépenses annuelles, mensuelles, etc. Mais s'il s'agit d'une nation entière, l'idée se complique déjà, car elle s'applique à la fois à la consommation de la population en vue de la satisfaction immédiate de ses besoins et à la consommation industrielle. S'il s'agit enfin des échanges, la notion de régime-type et de valeur globale n'a rien de compliqué, mais ne me paraît pas plus simple que la notion des prix relatifs pondérés d'après l'importance de la marchandise considérée.

La « valeur globale », dit-on ensuite, a l'avantage d'être facile à calculer et surtout l'indice a l'avantage capital de pouvoir être changé de base par simple division. Mais cette propriété ne tient pas à un principe nouveau que contiendrait la méthode de la valeur globale. Elle est due simplement au fait que l'on admet l'existence d'un régime-type constant, indépendant du temps, que l'on suppose se maintenir pendant toute la période d'application de l'indice. L'indice de la valeur globale satisfait à la condition circulaire, comme tous les indices à poids ou coefficients constants. Il n'y a dans cette méthode aucun principe nouveau, mais seulement une hypothèse particulière : une fois cette hypothèse admise, la méthode de la valeur globale, la formule de Laspeyres (β), celle de Paasche (γ), la formule « idéale » du professeur Irving Fisher, sont *toutes identiques*. La méthode de la valeur globale a simplement l'avantage pratique, psychologique, pourrait-on dire, de mettre au premier plan l'hypothèse de la constance du régime. En fait d'ailleurs il arrivera souvent que le régime-type sera déterminé à la suite d'enquêtes, de recherches, de calculs effectués pour l'année qui sert de base au calcul des prix relatifs, mais il arrive aussi que le régime-type soit arrêté en dehors de toute relation avec une période quelconque. Si nous transformons la *relation de fait* entre le régime-type et l'année de base en *relation nécessaire*, l'indice cesse de satisfaire à la condition circulaire. Dans le premier cas en effet, les quantités sont les mêmes dans l'indice $I_{0/1}$ que dans l'indice $I_{1/0}$, tandis que dans le second cas, les quantités figurant dans l'indice $I_{0/1}$ sont les quantités q_1, différentes des quantités q_0 qui figurent dans l'indice $I_{1\,0}$

Je dois enfin signaler que le professeur Truman Kelley a proposé, à juste titre d'ailleurs, d'imposer à la formule de réduire le plus possible l'erreur tenant au fait que l'on ne traite pas l'ensemble des éléments, mais seulement des échantillons (1). Il est malheureusement difficile d'appliquer

(1) A. S. A., 1924.

cette condition, car l'erreur en question ne peut être calculée directement que pour les formules simples; dans tous les autres cas on ne peut la calculer que par une méthode indirecte et a posteriori. Le professeur Kelley a cependant indiqué un classement de diverses formules d'après l'inverse de leur erreur probable; ce classement est fait en attribuant à chaque formule une note comprise entre 0 et 3. Ce classement est le suivant :

3 médianes et moyennes géométriques pondérées

2 1/2 $\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}$, $\frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)}$, $\frac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 q_1}}$, $\frac{\beta + \gamma}{2}$, $\sqrt{\beta \cdot \gamma}$

2 médiane simple, β, γ, $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}$, $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \sqrt[n]{\frac{q_1}{q_0} \times \ldots}$

1 1/2 $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}$

1 formule de Palgrave, moyenne géométrique simple

1/2 moyenne arithmétique simple

Je n'ai reproduit ce classement qu'à titre documentaire, car le professeur Kelley n'a pas publié les calculs qui lui ont permis de l'établir. Il n'est pas de nature d'ailleurs à modifier l'avis que j'ai exprimé sur les différentes formules.

De cette longue étude des diverses formules mathématiques d'indices budgétaires pondérés du mouvement des prix, je tirerai les conclusions suivantes :

A) Quand on ne désire faire que des comparaisons binaires, c'est-à-dire des comparaisons isolées, et que l'on dispose des poids et des coefficients (en général des quantités) pour les deux époques ou lieux comparés :

1° la formule $\sqrt{\beta \cdot \gamma} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$ (1) est toujours une

(1) Signalons, à titre de curiosité, que M. Walsh recommande cette formule parce qu'elle comporte à la fois l'emploi de la moyenne géométrique, de la moyenne arithmétique et de la moyenne harmonique, de la pondération de l'année de base et de celle de l'année considérée. M. Walsh doit être un amateur de pots pourris !

bonne formule; c'est même certainement la meilleure formule quand les coefficients ont un sens concret, ce qui est le cas général;

2° pratiquement on peut sans inconvénient substituer à la formule $\sqrt{\beta.\gamma}$ la formule $\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)}$ qui donne très sensiblement les mêmes résultats, et qui est beaucoup plus rapide à calculer;

3° si on ne désire pas une grande précision, on peut appliquer la formule $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$, qui a les mêmes propriétés que la formule $\gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ et qui est beaucoup plus rapide à calculer qu'elle.

B) Si l'on désire calculer des *séries* de nombres indices, le problème ne comporte pas de solution théoriquement parfaite :

1° si l'on dispose des poids ou coefficients à chaque instant, $\sqrt{\beta.\gamma}$ est une bonne formule, qui a toutefois l'inconvénient de n'avoir pas de signification simple;

2° si l'on ne dispose que des poids ou coefficients relatifs à l'année de base, la meilleure formule est $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$.

Ces conclusions sont à peu de chose près les conclusions de l'ouvrage du professeur Irving Fisher « The Making of Index Numbers ». Elles aboutissent en somme à recommander pratiquement dans tous les cas la formule $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$, qui n'est autre que la formule recommandée par Laspeyres dès 1864. On s'est demandé s'il valait de faire de très longs calculs et d'écrire un ouvrage de 526 pages pour arriver à une conclusion aussi modeste. Je n'hésite pas à répondre par l'affirmative. Je ne partage nullement en effet l'opinion du professeur Udny Yule, qui considère l'ouvrage du professeur Irving Fisher comme « tout à fait désappointant au point de vue des principes ». Les adversaires du professeur Irving

Fisher n'ont réussi à contester la nécessité des deux grandes conditions de réversibilité que dans des hypothèses spéciales. En outre, au point de vue pratique, le professeur Irving Fisher a montré définitivement, dans le cas général que si la moyenne géométrique peut être considérée comme appropriée pour prendre la moyenne de rapports, elle n'en doit pas moins être rejetée quand elle est pondérée, à moins que la pondération ne soit croisée, — que la formule $\sum \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_1 q_1}{\sum p_1 q_1}$ pourtant recommandée par un auteur aussi éminent que Palgrave, doit être absolument proscrite ; — dans le cas particulier des indices n'utilisant que la pondération *I* ($p_0 q_0$), que si la moyenne géométrique simple est préférable à la moyenne arithmétique simple, la moyenne arithmétique pondérée d'après les valeurs de l'année de base doit être nettement préférée à la moyenne géométrique pondérée de la même manière, et il a donné une justification beaucoup plus solide que celle des auteurs qui l'avaient précédé, de l'emploi de la formule classique de Laspeyres.

CHAPITRE VII

DETERMINATION DES ELEMENTS NUMERIQUES DE L'INDICE

Nous supposerons désormais que nous avons choisi la formule mathématique de l'indice, par exemple

$$\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}, \text{ ou } \frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)}, \text{ ou } \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}, \text{ ou } \sqrt{\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p'_1}{p'_0} \dots} \text{ etc.}$$

Il nous faut maintenant fixer les règles d'après lesquelles nous déterminerons les éléments numériques auxquels nous appliquerons la formule. Au problème purement théorique du choix de la formule succèdent des problèmes d'ordre plutôt pratique. On a souvent discuté le point de savoir si les problèmes pratiques sont plus ou moins importants que les problèmes théoriques et l'on a volontiers opposé à cet égard les « statisticiens mathématiciens » aux « statisticiens praticiens ». Il est certain que parmi les auteurs qui se sont occupés de la théorie des nombres indices des prix, tous ceux qui ont été ou sont appelés à diriger effectivement le calcul des séries de nombres indices, par exemple MM. Wesley Mitchell, Royal Meeker, Knibbs, March, Dugé de Bernonville, ont exprimé sous des formes diverses, mais toujours très nettement, l'opinion que le problème de la formule mathématique est moins important que les problèmes pratiques, tels que le choix des éléments et le calcul des prix relatifs. Le professeur Irving Fisher a d'ailleurs exprimé un avis identique. Si cependant beaucoup d'auteurs ont accordé plus de place dans leurs travaux au problème du choix de la formule qu'aux problèmes pratiques, c'est que ceux-ci se prêtent moins que celui-là à une étude d'ordre général. Les problèmes pratiques, tels que le choix des marchandises entrant dans la composition de l'indice, sont des problèmes particuliers, propres à chaque indice, et on ne peut donner à leur sujet que des indications de principe; les difficultés très réelles que soulève le calcul effectif des indices ne peuvent être résolues par l'application de règles générales, c'est sur le bon sens du statisticien qui exécute le calcul qu'il faut se reposer.

Il me paraît vain de chercher si tel problème est plus important que tel autre. Je rappellerai seulement que deux formules de valeur théoriquement aussi inégale que la moyenne arithmétique simple et la moyenne arithmétique pondérée β, appliquées aux prix relatifs du Federal Reserve Board, ne donnent pas des résultats très différents. A fortiori si on limite le choix aux bonnes formules, on peut être certain à l'avance que le choix de la formule influera moins sur le résultat que l'assortiment des données et le mode de calcul des prix.

Section 1

Nombre et nature des marchandises entrant dans le calcul de l'indice

Le nombre des marchandises servant au calcul des différentes séries de nombres indices des prix de gros des marchandises est extrêmement variable. Il va de 22 pour l'ancien indice de l'Economist à 1366 pour l'indice américain du War Industries Board. Plusieurs des séries les plus connues utilisent une cinquantaine de cours. Ce sont en général des séries comme celle de la Statistique générale de la France ou l'ancien indice italien du professeur Bachi, qui ont été constitués sur le modèle des célèbres indices anglais de Sauerbeck ou de l'Economist. Plusieurs autres séries, comme celles du Federal Reserve Board, portent sur une centaine de marchandises.

Le nombre exact des marchandises prises en considération dans le calcul d'un indice est souvent plus difficile à déterminer qu'on ne pourrait le croire : il arrive fréquemment en effet que pour les marchandises importantes, plusieurs variétés d'une même marchandise sont cotées à part comme s'il s'agissait de marchandises différentes (c'est le procédé auquel on a eu souvent recours dans les indices simples pour tenir un certain compte de l'importance spéciale de quelques marchandises); parfois au contraire on a réuni les prix relatifs d'une série de marchandises de même nature, en un prix relatif moyen qui entre seul dans le calcul de l'indice. Il faudrait tenir compte de ces deux corrections en sens inverse pour déterminer le nombre exact des marchandises qui entrent dans le calcul de l'indice; mais la chose est souvent impossible par suite de l'insuffisance ou du manque de précision des renseignements publiés par les auteurs d'indices.

Quel nombre convient-il d'adopter ? Pour un indice monétaire, basé sur l'hypothèse de la compensation des effets des causes particulières à chaque marchandise, la réponse est simple : de même que dans les sciences d'observation, il faut faire des observations aussi nombreuses que possible, de manière à obtenir une compensation aussi exacte que possible des erreurs accidentelles, il faut, dans le calcul des indices monétaires, prendre la moyenne de prix relatifs aussi nombreux que possible, pourvu que ces prix relatifs soient indépendants les uns des autres. Nous avons vu que malheureusement ces deux conditions, de nombre et d'indépendance, sont contradictoires. L'Institut International de Statistique, dans les résolutions qu'il a adoptées à l'issue de son Congrès de 1923, indique que « le nombre des articles incorporés dans l'indice doit être aussi grand que possible, sous réserve que l'introduction de nouveaux articles ne diminue pas la précision moyenne de l'indice ». Cette réserve, ajoutée à la suite d'une intervention du professeur Emile Borel, n'est qu'une réserve de principe, car il paraît bien difficile de l'appliquer avec exactitude.

Dans les indices budgétaires pondérés, le nombre des articles entrant dans la composition de l'indice n'a qu'un intérêt tout à fait secondaire; il va de soi en effet qu'un indice qui ne comprendrait que 20 marchandises très importantes aurait une bien meilleure composition et serait bien plus digne de foi qu'un indice qui comprendrait 200 marchandises sans importance. Ce qui est intéressant, c'est la proportion entre l'importance totale des marchandises représentées dans l'indice et celle des marchandises non représentées. On peut considérer comme désirable que les marchandises représentées soient au moins aussi importantes que les marchandises non représentées.

C'est surtout pour les indices budgétaires non pondérés que la question du nombre des constituants a été discutée. En effet le plus grave défaut des formules non pondérées pour les indices budgétaires est qu'elles ne fournissent aucun critère pour fixer le nombre des éléments à prendre en considération (1). Rien ne nous permet de dire a priori si 10 marchandises suffisent, ou s'il en faut 100, ou 1.000, et c'est évidemment pour cette raison que nous avons vu calculer des indices en prenant la moyenne arithmétique de prix relatifs en nombre variant dans des limites aussi larges. En

(1) Dans ce sens, Divisia, R. E. P., 1925, p. 854.

fait les marchandises répondant aux conditions voulues pour entrer dans le calcul d'un indice ne sont pas extrêmement nombreuses; d'où une limite supérieure au nombre des éléments. Faut-il aller jusqu'à cette limite ? Non, répond à juste titre M. Sauerbeck : il est préférable de ne pas inclure un grand nombre d'articles peu importants, dont les variations propres risquent de fausser l'indice général (1).

Des recherches récentes, très intéressantes, faites par le professeur Bowley (2) montrent cependant qu'il n'est pas possible d'aller très loin dans la voie de la réduction du nombre des éléments de l'indice. Le professeur Bowley a calculé pour trois périodes différentes (les périodes A, B, et C dont j'ai parlé plus haut) (3), l'écart relatif moyen des prix relatifs de 60 marchandises par rapport à la moyenne géométrique de ces prix relatifs. Pour chacune des trois périodes envisagées, il a classé les marchandises par ordre d'écart relatif moyen croissant, et a constaté que les trois ordres A, B et C diffèrent complètement les uns des autres. Je ne reproduirai pas ses tableaux, mais je donnerai l'écart relatif moyen par groupe de marchandises :

Période	Denrées alimentaires	Minéraux	Textiles	Divers	Ensemble
A	9,2	14,6	22,7	12,7	13,4
B	26,8	21,1	28,5	28,2	26,5
C	23,3	21,4	28,5	20,9	23,0

A l'exception des textiles qui présentent toujours un écart relatif élevé par rapport à la moyenne, les 3 autres groupes n'ont aucune caractéristique fixe : le groupe le moins divergent par rapport à la moyenne est tantôt le groupe des denrées alimentaires, tantôt celui des minéraux,

(1) Ec. J., 1895, p. 171 ; l'opinion de Sauerbeck sur cette question montre bien qu'on doit considérer son indice comme un indice budgétaire et non comme un indice monétaire.
(2) London Cambridge Economic Service, Special Memorandum n° 5, 1924.
(3) pp. 86 et suiv.

tantôt celui des marchandises diverses. Le professeur Bowley conclut qu' « il n'y a pas un petit groupe d'articles spécialement significatifs, dont le prix moyen varie sensiblement comme la moyenne de l'ensemble des prix, et qui montrent exactement le mouvement général pendant des périodes successives ».

Parmi les recherches assez nombreuses qui ont été faites quant à l'influence du nombre des éléments sur la valeur des indices, je ne citerai que celles du professeur Wesley Mitchell, qui sont les plus systématiques. Le professeur Wesley Mitchell a comparé les indices suivants (1) :

1° l'indice du Bureau of Labor Statistics : 242 à 261 marchandises;

2° le même indice, dans lequel on a réduit à leur moyenne les prix relatifs se rapportant à des articles de même nature : 145 marchandises;

3° un indice comprenant les mêmes marchandises que l'indice de Gibson : 50 marchandises;

4° un indice comprenant les cours de 20 matières premières importantes et de 20 produits manufacturés en dérivant : 40 marchandises;

5° un indice comprenant 25 marchandises importantes choisies au hasard;

6° un indice analogue au précédent, comprenant 25 marchandises différentes des précédentes.

Or ces 6 indices, si différents au point de vue du nombre des cours utilisés, ont montré des variations assez semblables. Les grands mouvements, la forte chute des prix de 1890 à 1896, la hausse encore plus forte de 1896 à 1907, la petite chute de 1908 compensée en 1909, et la hausse de 1910 à 1913, tout cela, les divers indices le montrent. Mais les différences de détail sont assez nombreuses, et si l'on examinait les variations d'année en année, on verrait que très

---

(1) B. L. B. n° 173, pp. 46 et suivantes.

fréquemment les différents indices montrent pour une même année des variations en sens contraire. Pour la dernière année étudiée, 1913, un des indices montre une hausse, trois une baisse, deux le même niveau qu'en 1912; leur valeur varie de 130 à 142 % de la moyenne des prix pour 1890-1899.

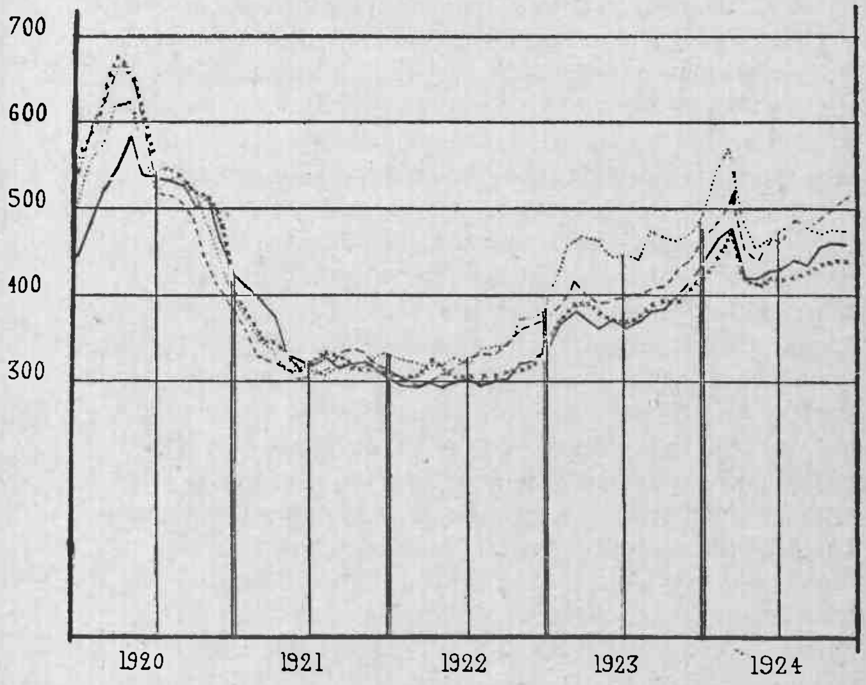
J'ai cherché moi-même à étudier l'influence du nombre des éléments sur la valeur des indices simples. A cet effet, j'ai partagé les 98 séries de prix relatifs entrant dans la composition de l'indice du Federal Reserve Board pour la France en quatre groupes : les 98 marchandises étant rangées par ordre alphabétique (selon leur dénominaion en anglais), le premier groupe comprend les 25 premières marchandises, le deuxième les 24 suivantes, le troisième les 25 suivantes et le quatrième les 24 dernières; puis j'ai calculé la moyenne arithmétique des quatre groupes de prix relatifs. La variation des quatre indices partiels est indiquée sur le graphique n° 20. L'examen de ce diagramme amène à des conclusions analogues à celles du professeur Wesley Mitchell : l'allure générale des quatre indices est à peu près la même, mais les divergences dans le détail sont assez fortes et assez nombreuses. Elles atteignent fréquemment une centaine de points, entre l'indice partiel le plus faible et l'indice partiel le plus fort. Ce qui est plus grave, et ce qui confirme les observations du professeur Bowley, c'est que les quatre diagrammes s'entrecroisent fréquemment. Chacun des indices partiels ne garde pas constamment la même position par rapport aux autres, ou par rapport à la moyenne.

Mes conclusions au sujet du nombre des éléments devant entrer dans la composition des nombres indices sont les suivantes :

1° pour un indice monétaire, il faut prendre un nombre d'éléments aussi élevé que possible, pourvu que ces éléments soient suffisamment indépendants les uns des autres;

2° pour un indice budgétaire pondéré, ce qui importe, ce n'est pas le nombre des éléments, mais l'importance relative des éléments représentés dans l'indice par rapport à celle des éléments non représentés;

3° pour un indice budgétaire simple, il n'y a pas de critère permettant de fixer le nombre des éléments à utiliser; c'est là un des défauts de ce genre d'indice; on ne peut



gr. n° 20 : moyennes arithmétiques partielles.

introduire un nombre très élevé d'éléments parce que la fiction de l'égalité d'importance des différents éléments s'écarte d'autant plus de la réalité que le nombre des éléments est plus considérable; d'autre part il est impossible de réunir un petit nombre d'éléments dont les variations moyennes puissent être considérées comme représentant la variation moyenne de l'ensemble. Le caractère contradictoire de ces deux conditions n'est pas de nature à nous faire accorder une grande confiance aux indices budgétaires simples (à pondération égale). M. Huber, directeur de la Statistique générale de la France, et M. Lucien March, son prédécesseur, ont exprimé au Congrès de Bruxelles de l'Institut International de Statistique, l'opinion qu'il suffisait de se servir d'une cinquantaine de marchandises; il est impossible de prouver qu'une telle opinion est justifiée ou non, mon impression personnelle est que le nombre indiqué est trop faible.

J'étudierai maintenant la *nature* des éléments à choisir pour le calcul de l'indice, c'est-à-dire la nature des marchandises dont les prix relatifs serviront à calculer l'indice.

Une remarque préliminaire s'impose : puisque la mesure des prix a pour but une comparaison, soit dans le temps, soit dans l'espace, il est indispensable qu'elle porte sur des articles véritablement comparables. Pour savoir s'ils le sont, il faut d'abord qu'on en puisse donner une définition ou une description précise, et ensuite que l'on vérifie que l'article considéré répond bien à la définition ou à la description de l'article de référence. Cette comparabilité dépend quelquefois des habitudes commerciales : selon par exemple que le bétail est coté par tête, ou au poids brut, ou au poids net, les cours relevés seront plus ou moins significatifs. Une comparabilité rigoureuse est presque toujours impossible, et ceci d'autant plus que l'époque ou le lieu de référence est plus éloigné de l'époque ou du lieu considéré. On a cru quelquefois assurer cette comparabilité en se limitant à des marchandises de grande consommation. Mais, ainsi que nous l'avons déjà vu, il n'est nullement prouvé qu'à des désignations identiques correspondent plus sûrement des marchandises identiques, quand il s'agit de marchandises donnant lieu à des transactions multiples et de formes différentes, que quand il s'agit de marchandises moins importantes, mais passant par très peu de mains.

Si l'on a beaucoup discuté la question de savoir si le choix de la formule mathématique dépend ou non du but de l'indice, tous les auteurs sont au contraire d'accord pour reconnaître que le choix des marchandises dont il faut relever le cours dépend étroitement de ce but. On ne saurait donc formuler des règles rigoureuses, mais il est possible de donner des indications générales à ce sujet.

Dans de nombreux indices, le choix des éléments a été fait empiriquement, sans qu'on se préoccupât de savoir si les variations de prix des marchandises choisies représentaient convenablement la variation d'ensemble que l'on s'efforçait de mesurer. Il est bien possible que M. Snow n'exagère pas quand il écrit : « La méthode de compilation des nombres indices a suivi jusqu'ici la loi du moindre effort. On a employé, sans se préoccuper de leur valeur, les données les plus faciles à réunir et à utiliser... Il en résulte qu'un nombre indice des prix est en fait une sorte de moyenne des prix faciles à obtenir et non pas des prix ayant une importance individuelle réelle » (1).

Il est indispensable de rechercher méthodiquement les principes sur lesquels doit reposer le choix des marchandises à prendre en considération.

Le professeur Ottolenghi (2) est un de ceux qui ont donné le plus d'attention à ce problème. Pour un indice général des prix de gros il a proposé les trois critères suivants :

1° l'importance technico-économique des marchandises dans la vie économique de la population;

2° l'importance économique des marchandises par rapport à la production du pays;

3° le montant de la part des marchandises dans la valeur du commerce total du pays.

En vérité ces trois critères me paraissent se superposer partiellement. Il y a, dit M. Ottolenghi, des articles qui, malgré leur utilité essentielle, comptent pour peu, quantitativement, dans le commerce total, et n'apparaissent pas dans

(1) R. I. T., 1925, p. 194.
(2) R. S. S., 1920.

les statistiques commerciales, soit parce que, à cause de leur faible masse, ils ne forment pas une contribution digne de remarque dans les chiffres des chemins de fer, soit parce qu'ils sont largement consommés là où ils sont produits. Ainsi il y aurait des articles d'une utilité essentielle qui ne figureraient ni dans le second, ni dans le troisième groupe. Mais qui ne voit que leur omission résulte, ou d'une insuffisance des statistiques de production (qui doivent comprendre la partie de la production qui est consommée sur place), ou d'un défaut dans la manière d'étudier la consommation (des statistiques, celles des chemins de fer par exemple, qui ne tiennent compte que du poids et non de la valeur des marchandises, ne permettent pas à elles seules d'étudier la consommation) ? D'autre part, dit encore M. Ottolenghi, il y a des produits du second groupe (produits importants dans la production du pays) qui ne figureraient pas dans le premier groupe parce que les biens en question ne sont pas des *biens nécessaires;* c'est en effet que le professeur Ottolenghi définit l'importance technico-économique des biens dans la vie économique du pays par le caractère de nécessité des besoins auxquels ils sont appelés à satisfaire. Mais cette dernière définition est bien trop étroite. Si on laisse à l'expression « importance dans la vie économique du pays » son plein sens, il est évident que le premier critère englobe les deux autres. La définition du professeur Ottolenghi est trop étroite et nous dirons que les marchandises à considérer sont toutes celles qui sont importantes dans

a) la production
b) le commerce (intérieur et extérieur)
c) la consommation

du pays. En fait d'ailleurs, il suffit de se limiter à deux quelconques de ces trois critères. En effet la quantité produite d'une certaine marchandise est soit consommée sur place (§c), soit livrée au commerce (§b). La quantité consommée provient soit de la production sur place (§a), soit d'un achat dans le commerce (§b).

Au contraire pour un indice général, si deux des critères suffisent, un seul ne suffit pas; en effet une partie de la production est exportée et n'entre pas dans la consommation du pays; réciproquement une partie de la consommation du pays ne provient pas de la production du pays, mais de l'importation; enfin le commerce du pays ne s'exerce pas sur la partie de la production qui est consommée sur place.

On peut plus simplement prendre pour base du choix des éléments l'égalité :

production + importation = consommation + exportation

et retenir pour le calcul d'un indice du mouvement général des prix de gros toutes les marchandises importantes, soit dans la production nationale et dans l'importation, soit dans la consommation nationale et dans l'exportation. Si l'on veut un critère unique, on peut se contenter de retenir toutes les marchandises entrant pour une part importante dans le commerce intérieur ou extérieur du pays; on ne négligera ainsi que l'importance possible de la part de la production qui n'entre pas dans le commerce; mais cette importance est presque toujours assez faible, elle n'est guère sensible que pour les produits agricoles (céréales, foin, par exemple) qui sont consommés dans la ferme, soit pour l'alimentation même du personnel de la ferme, soit pour l'élevage du bétail, des volailles, etc., et pour le charbon consommé dans les mines elles-mêmes.

En fait d'ailleurs les statistiques relatives au commerce intérieur portant sur les différentes marchandises sont encore plus rares et plus imparfaites que les statistiques relatives à la production, de sorte qu'il est préférable, pour le calcul d'un indice des prix de gros des marchandises, de considérer toutes les marchandises importantes soit dans la production nationale soit dans l'importation.

Une question extrêmement importante se pose maintenant : toutes les marchandises peuvent-elles être comprises au même titre dans le calcul de l'indice ? Nous savons que les variations de prix de certaines marchandises sont liées à celles de certaines autres, que toutes les variations de prix ne sont pas indépendantes les unes des autres. Les variations de prix de la farine sont liées à celles du blé, celles des tissus de laine à celles de la laine brute, etc. Si l'on introduit simultanément dans la composition d'un indice les prix relatifs du blé et ceux de la farine, il est évidemment possible, dans un indice pondéré, de tenir compte du double emploi, mais dans un indice simple on se trouvera donner au blé une importance deux fois trop grande.

Il est un exemple célèbre de l'influence sur un indice des liens existant entre plusieurs des cours qui ont servi à le calculer, c'est celui de l'indice publié par le journal anglais l'Economist. Cet indice était calculé à l'aide de 22 prix relatifs. Or quatre d'entre eux s'appliquaient au coton et aux produits qui en dérivent. Quand survint, au cours de la Guerre de Sécession, le blocus des ports du Sud des Etats-Unis par lesquels le coton américain était exporté, l'indice de l'Economist marqua une hausse exagérée, très supérieure par exemple à celle de l'indice de Sauerbeck, ainsi que le montre le tableau suivant dans lequel le professeur Wesley Mitchell a rendu les indices comparables en les calculant sur une base commune (prix de 1860 = 100).

	Economist	Sauerbeck	Différence
1860	100	100	0
1861	102	100	+ 2
1862	109	103	+ 6
1863	136	109	+27
1864	145	112	+33
1865	136	106	+30

Il est cependant une raison de préférer les matières premières comme éléments des nombres indices du mouvement des prix, c'est que l'on peut assez aisément obtenir pour elles la définition précise, l'identification qui sont indispensables à toute comparaison; la chose est déjà moins facile en ce qui concerne les produits demi-manufacturés; elle devient souvent très difficile quand il s'agit de produits manufacturés. Certains auteurs ont donc conseillé de ne tenir compte que du cours des matières premières. Au Congrès de Bruxelles de l'Institut International de Statistique, une discussion s'est élevée sur ce point (1). M. Lucien March proposait d'exclure les produits finis, comme ne présentant pas des qualités assez constantes. M. Clément Colson fit observer que les prix des produits finis diffèrent de ceux des matières premières ou des demi-produits en ce qu'ils comprennent plus de salaires, et que par suite, si les salaires et les prix des matières premières varient de façon sensiblement différente, les variations de prix des produits finis ont une allure bien distincte de celle des variations de prix des matières premières. Aussi l'Institut International de Statistique s'est-il borné à recommander de choisir les objets pour lesquels les types et qualités en usage varient aussi peu que possible d'une époque à une autre « *notamment* les matières premières et demi-produits ». D'ailleurs, en dehors du mouvement des salaires, les progrès de la technique des industries de transformation sont de nature à imprimer aux prix des produits fabriqués un mouvement différent de celui des matières premières. De plus M. Corrado Gini a fait remarquer (2) qu'en ne tenant compte que des cours des matières premières, on augmentait indûment l'influence de la variation des prix des transports, qui à valeur égale de la marchandise transportée agit davantage sur le prix des matières premières que sur celui des produits finis; si en outre on s'attache surtout aux matières premières mondiales, on atténue indûment l'influence des variations des droits de douane, qui frappent beaucoup plus les demi-produits et les produits finis que les matières premières.

Les liens entre le prix des matières premières et celui des produits manufacturés qui en dérivent ne sont pas les seuls qui existent parmi l'immense variété des marchandises pro-

(1) Il est vrai qu'il s'agissait de la composition des indices monétaires, mais les arguments donnés de part et d'autre s'appliquent au cas général.
(2) Metron, 1924, p. 131.

duites, échangées ou consommées. Ces rapports ont été étudiés par différents économistes, notamment par M. Ansiaux. Mais au point de vue particulier du calcul des nombres indices des prix, auquel nous nous plaçons, l'étude la plus complète qui en ait été faite est celle du professeur Wesley Mitchell (1); les conclusions de cette étude sont aujourd'hui classiques, et on en a tenu compte dans l'organisation de la plupart des nombres indices récemment créés. Les recherches de cette nature ne peuvent donner de résultats intéressants que si l'on dispose des cours de marchandises très nombreuses pour des périodes étendues, ce qui était justement le cas du professeur Wesley Mitchell.

Après avoir examiné le lien bien connu entre matières premières et produits manufacturés correspondants, le professeur Wesley Mitchell étudie d'une part le groupe des matières premières dans leur ensemble, d'autre part celui des produits manufacturés dans leur ensemble. Il a comparé successivement les variations de prix suivantes de 1891 à 1913 :

a) 49 matières premières et 183 à 193 articles plus ou moins manufacturés;

b) 20 matières premières et 20 produits manufacturés à partir de ces matières premières;

c_1) le blé, la farine et le pain;

c_2) le coton brut, les filés de coton et les tissus de coton;

c_3) la laine brute, les filés de laine et les tissus de laine;

c_4) la fonte en gueuses, les billettes d'acier et les outils en acier;

c_5) les peaux, le cuir et les souliers;

d) pour l'ensemble des 5 groupes du blé, du coton, de la laine, du fer et du cuivre :

les matières premières;
les produits intermédiaires;
les produits finis.

(1) B. L. B., n° 173, pp 52 et suiv

Voici les résultats d'ensemble, dont on trouvera le détail dans l'étude du professeur Wesley Mitchell (1).

		49 matières premières	183 à 193 produits manufact.	20 paires matières premières	20 paires produits manufact
Indices moyens pour	1890 1899	100	100	100	100
	1900-1909	122	116	130	119
	1910-1913	139	127	148	130
Nombre des points de hausse ou de baisse	1890-1896	— 31	— 20	— 28	— 20
	1896-1907	+ 49	+ 37	+ 61	+ 39
	1907-1908	— 9	— 8	— 11	— 7
	1908 1913	+ 15	+ 7	+ 14	+ 4
Différence entre les prix relatifs les plus hauts et les prix relatifs les plus bas		61	39	66	43
Changement moyen d'année en année		5,5	4,0	6,4	4,9

La première conclusion très nette à laquelle conduit l'examen de ce tableau est que les variations de prix des produits manufacturés ont une allure très différente de celle des variations de prix des matières premières : « les produits manufacturés baissent moins pendant la période 1890-1896, haussent moins pendant la période 1896-1907, baissent moins en 1907-1908, haussent moins pendant la période 1908-1913 que les matières premières. Ils ont l'amplitude extrême la plus faible de fluctuation, le changement moyen le plus faible d'année en année et l'avance de prix la plus faible de décade en décade (2) ». Ces constatations n'ont qu'une valeur générale et comportent quelques exceptions si l'on examine les articles un par un, mais ces exceptions sont isolées et peu nombreuses. Il est donc inexact de dire a priori que les produits manufacturés font double emploi avec les matières premières. Les indices qui ne comprennent que des matières premières et un petit nombre de produits manufacturés ne reflètent pas bien les variations

(1) B. L. B., n° 173, pp. 54-55.
(2) Loc. cit., p. 53.

de l'ensemble de l'activité économique; celle-ci peut être moins variable que de tels indices ne le font supposer.

Le professeur Wesley Mitchell a étudié ensuite les variations de prix des marchandises groupées de la manière suivante :

a) 18 produits de la ferme (céréales, riz, pommes de terre, coton, jute, café, thé, etc.);

b) 10 produits animaux (animaux de boucherie, lait, œufs, peaux, suif et lard, soie, laine);

c) 10 produits forestiers (bois divers, produits résineux, caoutchouc);

d) 19 produits minéraux.

Comme on pouvait s'y attendre, l'évolution des prix des produits de la ferme est sous la dépendance étroite de la quantité des récoltes, elle-même en relation avec les circonstances atmosphériques; elle est sans aucun lien avec l'évolution générale des prix. Les produits animaux subissent, mais beaucoup moins que les produits de la ferme, l'influence du temps; néanmoins il arrive souvent que leurs prix ne suivent pas l'évolution générale. Les produits forestiers ont souvent des variations d'une amplitude considérable, en opposition ou non avec l'ensemble des prix; dans ce dernier cas l'amplitude de leurs variations est très supérieure à celle des variations générales. Des quatre groupes étudiés, seul le dernier, celui des produits minéraux, suit l'évolution de l'activité économique générale. Les résultats numériques d'ensemble sont les suivants :

		Produits minéraux	Produits forestiers	Produits animaux	Produits de la ferme
Moyenne des prix pour	1890-1899	100	100	100	100
	1900-1909	125	143	124	119
	1910-1913	127	173	145	145
Nombre de points de hausse ou de baisse en	1890-1896	— 27	— 13	— 24	— 43
	1896-1907	+ 45	+ 75	+ 53	+ 49
	1907-1908	— 19	— 18	— 9	— 1
	1908-1913	+ 18	+ 18	+ 24	+ 11
Différence entre les prix relatifs maximum et minimum		50	87	70	82
Changement moyen d'année en année		7,0	7,4	8,9	8,2

Le professeur Wesley Mitchell a enfin montré qu'il y a des différences caractéristiques dans les fluctuations des prix des marchandises, selon que celles-ci sont achetées par les consommateurs pour la satisfaction des besoins familiaux, ou qu'elles sont achetées par des industriels ou des commerçants pour les besoins de leur industrie ou de leur commerce. Il a comparé les variations de prix de 28 marchandises du premier groupe (pain, beurre, fromage, bœuf, mouton, sucre, étoffes de coton et de laine, verrerie, savon, etc.) et de 28 marchandises du second groupe (filés de coton, cuir, pétrole, cuivre, rails d'acier, acide sulfurique, papier, etc.).

Les résultats de cette comparaison sont les suivants :

		Produits pour la consommation individuelle	Produits pour l'industrie et le commerce
Moyenne des prix pour	1890-1899	100	100
	1900-1909	108	118
	1910-1913	119	125
Nombre de points de hausse ou de baisse en	1890-1896	— 22	— 26
	1896-1907	+ 24	+ 44
	1907-1908	— 2	— 14
	1908-1913	— 9	+ 4
Différence entre les prix relatifs maximum et minimum		31	44
Changement moyen d'année en année		3,4	4,7

On voit que les produits de la première catégorie ont des prix plus constants que ceux de la seconde catégorie, parce qu'ils sont destinés à la satisfaction de besoins plus ou moins constants, et que n'influence pas la situation économique générale.

Il y a donc des liens d'abord entre matières premières et produits manufacturés correspondants, puis entre les matières premières et enfin entre les produits manufacturés. Il est intéressant de rechercher lesquels de ces liens sont les plus étroits. Si pour la période 1891-1913, on examine les différences moyennes entre les prix relatifs, d'abord des principales matières premières et des produits manufacturés correspondants, ensuite des divers produits manufacturés entre eux, on trouve les chiffres suivants :

Coton brut et tissus de coton	20,7	points
Laine brute et tissus de de laine	8,9	—
Fonte en gueuses et outils d'acier	14,0	—
Blé et pain	15,0	—
Peaux et souliers	31,6	—
Moyenne	18,0	—

Tissus de coton et tissus de laine	5,3	points
Tissus de coton et outils d'acier	7,8	—
Tissus de coton et pain	6,9	—
Tissus de coton et souliers	6,7	—
Tissus de laine et outils d'acier	6.1	—
Tissus de laine et pain	7,3	—
Tissus de laine et souliers	8,1	—
Outils d'acier et pain	9,4	—
Outils d'acier et souliers	9,6	—
Pain et souliers	4,7	—
Moyenne	7,2	—

Ainsi la ressemblance entre les fluctuations de prix des matières premières et des produits finis correspondants est beaucoup plus faible que la ressemblance entre les fluctuations de prix de produits finis faits de matériaux différents. On trouve par exemple 31,6 points de différence entre les prix relatifs moyens des peaux et des souliers et seulement 4,7 points de différence entre les prix relatifs moyens du pain et des souliers; 20,7 points de différence entre les prix relatifs moyens du coton brut et des tissus de coton, et seulement 7,8 points de différence entre ceux des tissus de coton et des outils d'acier. La ressemblance entre l'allure des variations de prix des produits manufacturés s'explique d'ailleurs par le fait déjà noté que ces prix sont bien plus constants que ceux des matières premières.

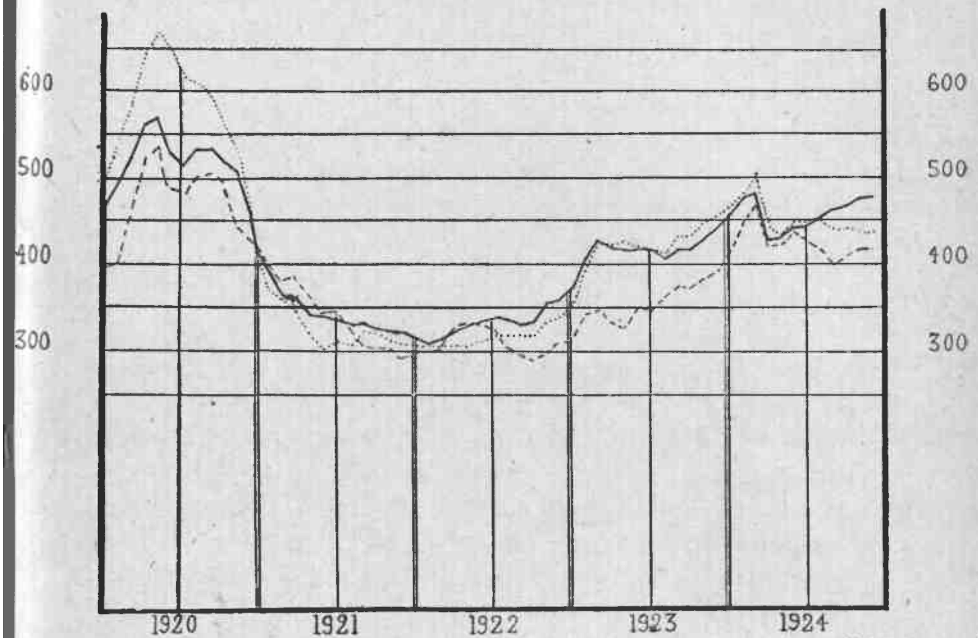
Tel est l'ensemble des constatations (1) faites par le professeur Wesley Mitchell. Il convient de remarquer qu'elles ne portent que sur les prix d'avant-guerre. Il est certain que les conclusions exposées ne sont plus exactes pour les prix de la période de guerre ou d'après-guerre, et surtout que la valeur relative des affinités relevées n'est plus la même. Il en faut retenir cependant que l'on doit rejeter toute proposition a priori, et que pour déterminer la nature des marchandises dont il y a lieu de comprendre les prix relatifs dans le calcul d'un nombre indice des prix à but donné, il est nécessaire de rechercher d'abord s'il y a parmi elles des groupes dont les membres ont des fluctuations de prix en harmonie les unes avec les autres. A moins qu'il ne s'agisse d'un indice à but très spécial, il faut choisir des marchandises dans chacun de ces groupes, sans exclure certains d'entre eux, comme on le fait souvent, par exemple pour les produits manufacturés.

En dehors des groupes dont les variations de prix ont une allure propre et dont l'existence a été signalée par le professeur Wesley Mitchell, il faut signaler dans les pays à monnaie dépréciée le groupe des marchandises directement sensibles à l'action du change.

Le Federal Reserve Board a compris dans son indice des prix de gros en France des matières premières, des produits pour la consommation individuelle (« consumer's goods ») et des produits pour la consommation industrielle et commerciale (« producer's goods »). On a représenté sur le

(1) M. Wesley Mitchell a montré en outre que ces constatations suffisaient à expliquer d'une manière très satisfaisante les divergences signalées plus haut entre six indices différant par le nombre de leurs éléments.

graphique n° 21 la variation des indices partiels relatifs à ces trois groupes. Les trois diagrammes se ressemblent dans leurs grandes lignes, mais les trois indices partiels ont souvent des valeurs assez différentes les unes des autres. De plus l'allure de trois diagrammes présente des différences bien caractérisées. Comme le professeur Wesley Mitchell l'avait



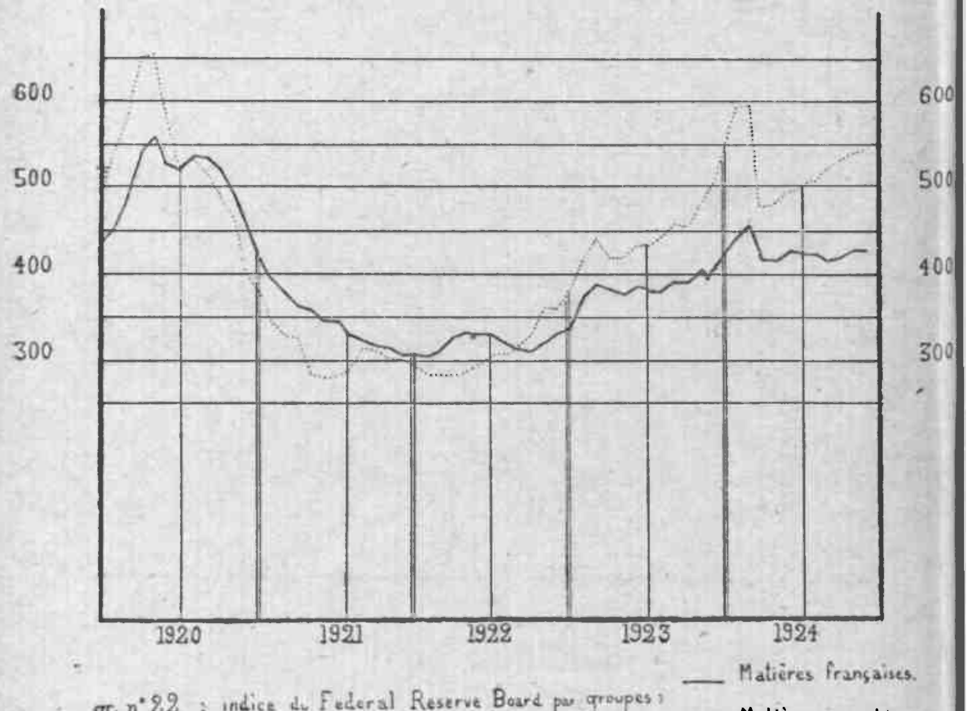
— Matres brutes

gr. n° 21 l'indice du Federal Reserve Bd par groupes. .... Producer's goods

--- Consumer's goods

déjà reconnu, les consumer's goods sont plus stables que les autres; leurs variations sont moins amples et moins rapides. On n'aurait donc eu qu'une image très infidèle du mouvement d'ensemble des prix de gros, si l'on s'était borné à étudier les variations de prix d'un certain nombre de matières premières.

Le Federal Reserve Board a distingué de même les produits indigènes et les marchandises importées. La différence entre les diagrammes représentant les deux indices partiels (graphique n° 22) est encore plus saisissante que dans le cas précédent : les marchandises indigènes ont des variations de prix beaucoup moins amples et beaucoup moins rapides que les marchandises importées. Il est donc indispensable de prendre en considération dans chaque groupe des produits indigènes et des marchandises importées.



gr. n° 22 : indice du Federal Reserve Board par groupes :

Etant donnée l'importance qu'il y a à connaître, parmi l'innombrable variété des marchandises, celles qui forment des groupes ayant une allure de variation propre, il est intéressant de vérifier si la différence trouvée entre deux séries d'indices partiels est due au hasard ou à l'existence d'une cause quelconque. On peut à cet effet, comme l'a déjà indiqué il y a fort longtemps le professeur Edgeworth (1), calculer l'écart quadratique moyen de l'indice général *e*. L'écart quadratique moyen de la différence entre les deux indices partiels, portant l'un sur n_1 marchandises, l'autre sur n_2 marchandises sera : $e\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$. Si l'écart constaté entre les indices partiels est en moyenne supérieur à deux fois, et a fortiori s'il est supérieur à trois fois l'écart ainsi trouvé, on sera en droit de supposer que l'écart n'est pas accidentel.

M. Truman Kelley (2) a résumé d'une manière très heureuse les règles à suivre pour la composition des indices :

1° chaque marchandise comprise dans le calcul de l'indice doit être en corrélation aussi faible que possible avec les autres marchandises également comprises dans le calcul de l'indice;

2° chaque marchandise comprise dans le calcul de l'indice doit être en corrélation aussi forte que possible avec les marchandises appartenant au domaine de l'indice et non comprises dans le calcul de l'indice.

Malheureusement — comme il arrive souvent en pareille matière — les deux conditions sont rarement remplies par une même marchandise. Si le nombre des marchandises servant au calcul de l'indice est faible, il faudra évidemment se préoccuper surtout de satisfaire à la seconde condition; s'il est élevé, il faudra avant tout s'attacher à satisfaire à la première condition.

Si l'assortiment des différents éléments de l'indice est soigneusement fait, il ne sera pas nécessaire d'avoir recours à un grand nombre d'éléments : le professeur Irving Fisher a formé une liste de deux cents marchandises représentant convenablement les groupes de marchandises dont les prix varient avec une allure propre; il a calculé l'indice du prix

(1) 1er Memorandum (Papers, p. 245) et R. S. S., Jubilee Volume, 1885, pp. 194 et suiv.
(2) A. S. A., 1921.

de ces marchandises, en pondérant d'après la valeur de l'échange pendant l'année de base 1913; puis il a choisi sur cette liste cent marchandises, puis vingt-cinq, puis douze, puis six, puis trois, en s'efforçant de conserver à chaque liste un caractère aussi représentatif que possible de l'ensemble des marchandises, et a. calculé les indices correspondants. L'écart quadratique moyen de ces différents indices par rapport à l'indice général, rapporté à cet indice, a été trouvé égal à :

100	marchandises	1,78 %
50	—	2,05 %
25	—	1,61 %
12	—	2,64 %
6	—	4,31 %
3	—	3,65 %

Les écarts trouvés sont étonnamment faibles. On est donc en droit de conclure, avec le professeur Irving Fisher, qu'on peut obtenir, avec un petit nombre de marchandises, un aussi bon résultat qu'avec un nombre élevé, pourvu que ces marchandises soient convenablement choisies et assorties.

Section 2

La période de base

Les nombres indices des prix sont des instruments de comparaison, soit dans l'espace, soit dans le temps. Il faut donc examiner comment la base de comparaison doit être choisie, et quel est l'effet de ce choix sur l'indice. Je n'étudierai que le cas, le plus répandu d'ailleurs, des comparaisons de prix dans le temps.

Le nombre indice est obtenu en comparant, pour chaque marchandise, le prix pour l'époque étudiée au prix pour l'époque de base. Cette période de base peut être un jour, une semaine, un mois, une année, un ensemble d'années. Si pour une cause quelconque le prix de la période de base choisie est anormalement bas, le prix relatif correspondant sera par suite anormalement élevé, et l'indice se trouvera faussé. S'il s'agit d'un indice pondéré, les anomalies dans les prix ou les quantités de la période de base entraînent en général une anomalie dans la pondération; si l'indice emploie par exemple les valeurs de la période de base comme poids, toute marchandise dont le prix ou la quantité seront anormalement élevés pendant cette période aura un poids anormalement élevé et aura par suite sur l'indice une influence exagérée, et inversement.

Il convient donc de choisir pour base une période « normale ». C'est ce qu'avait eu pour but Sauerbeck en prenant pour base de son célèbre indice la moyenne des prix pour la période 1867-1877 : les années 1867-1870 avaient été des années de dépression et les années 1871-1873 des années de hausse des prix, et la période 1867-1877 se trouvait équivaloir exactement à l'ensemble de 25 années 1853-1877 qui s'étaient écoulées depuis le moment où les nouvelles découvertes d'or paraissaient avoir agi sur les prix (1).

Les anomalies dans les prix étant en général passagères, on en atténuera évidemment l'effet en prenant pour base la moyenne des prix pendant une période suffisamment étendue. Quelle que soit la périodicité de l'indice, le jour et la semaine constituent certainement des périodes trop courtes pour servir de base. Pour des raisons que j'exposerai plus loin, on peut envisager de prendre pour base d'un indice mensuel, soit les prix moyens du mois correspondant de l'année précédente, soit les prix moyens du mois précédent. Les résultats des deux méthodes peuvent naturellement être très différents : pour le mois de mai 1920 par exemple, un indice des prix de gros en France aurait indiqué par la

(1) Sauerbeck, R. S. S. 1883, pp. 591-592.

première méthode une forte hausse, par la seconde une baisse notable.

L'Institut International de Statistique avait recommandé avant la guerre de prendre pour base une période de dix ans. Cette solution était d'autant meilleure qu'on avait remarqué que l'activité économique en général, et les prix en particulier, éprouvaient des variations périodiques, dont la période était de dix ans environ. Les prix moyens d'un cycle économique constituent une excellente base pour la comparaison des prix ultérieurs. Par application de ce principe, plusieurs des plus importantes séries d'avant-guerre avaient pour base les prix moyens de la décade 1901-1910.

On a toujours intérêt à prendre pour base les prix d'une période aussi voisine que possible de la période qu'on étudie, d'abord parce que ceux qui consultent un nombre indice du mouvement des prix se préoccupent plutôt en général de comparer le niveau des prix à celui de l'année précédente ou à celui d'avant-guerre, qu'au niveau moyen de 1860 ou de la période 1867-1877, ensuite parce que le caractère représentatif d'un indice diminue à mesure qu'on s'éloigne de la période de base.

La guerre de 1914-1918 a créé une situation spéciale quant au choix de la période de base des nombres indices du mouvement des prix. Pour de nombreuses raisons, nous nous préoccupons de comparer la situation actuelle à la situation d'avant-guerre; aussi a-t-on choisi pour base de beaucoup d'indices (notamment de la plupart des indices créés depuis la guerre) les prix moyens de 1913. On a quelquefois pris pour base les prix moyens de juillet 1914, dernier mois d'avant-guerre; c'est ainsi que la Statistique Générale de la France, tout en conservant pour base de son indice les prix moyens de 1901-1910, publie également une série rapportée à juillet 1914. Le choix ne me paraît pas heureux, car la base adoptée est trop étroite; il semble que pour une série dont la publication est régulière et appelée à se poursuivre un certain temps, il faille prendre pour base une période d'au moins une année. La question n'a d'ailleurs en l'espèce qu'une importance théorique, car les prix moyens de juillet 1914 diffèrent si peu de ceux de 1913 qu'on peut transférer l'indice sur la base 1913 par simple division sans introduire d'erreur appréciable.

L'inconvénient pour un indice d'être construit sur une base ancienne est d'autant plus grave que sa formule est plus éloignée de satisfaire à la condition circulaire. L'inconvénient n'existe pas pour la moyenne géométrique et l'agrégat, simples ou à poids constants, puisqu'une simple division permet de rapporter l'indice à telle période de base qu'on aura choisie. Il est au contraire très marqué pour la moyenne arithmétique simple, qui était appliquée dans presque toutes les séries de nombres indices publiées avant la guerre, et qui est encore appliquée dans beaucoup de séries importantes.

Je citerai seulement quelques exemples des erreurs que peut causer l'éloignement de la période de base dans les indices qui sont des moyennes arithmétiques simples de prix relatifs.

L'indice officiel anglais du Board of Trade était d'abord calculé par rapport aux prix de 1871. En 1900, l'indice se trouvait être de 83,2. Or à ce moment on décida de prendre pour base les prix de 1900. Si l'on s'était borné dans le nouveau système à prendre pour indice de 1871 l'inverse de l'indice de 1900 par rapport à 1871, on aurait trouvé 120. Mais on a recalculé les prix relatifs par rapport à la nouvelle base (1900) et on a trouvé pour $I_{1871\,1900}$: 136, soit une différence de seize points qui n'est pas négligeable.

Les indices de Sauerbeck et de l'Economist étaient primitivement calculés en prenant pour base les prix moyens de 1867-1877 d'une part, de 1840-1845 d'autre part. M. Flux (1)

(1) Q. J. E., 1907, p. 616.

les a recalculés en prenant pour base les prix moyens de 1886, successivement par simple division des indices, et en recalculant les prix relatifs par rapport à la nouvelle base. Voici ce qu'il a trouvé :

1. pour l'indice de Sauerbeck, la différence maximum entre les deux séries a été de 4 points, soit 3 %, pour 1876;

2. pour l'indice de l'Economist, la différence maximum a été de 7,5 points, soit 6 %, pour 1880.

Le professeur Wesley Mitchell (1) a procédé à des comparaisons analogues sur l'indice de Sauerbeck, puis sur l'indice américain du Bureau of Labor Statistics. Pour le premier il a comparé les résultats de la méthode correcte et de la méthode rapide de changement de base, successivement pour le passage de la base 1867-1877 à la base 1890-1899, puis pour le passage de la base 1867-1877 à la base 1860.

Dans le premier cas, les divergences trouvées sont régulières et faibles, mais dans le second elles sont très irrégulières d'année en année et assez fortes aussi bien absolument que relativement; elles sont parfois supérieures à 5 % des chiffres recalculés.

Le professeur Wesley Mitchell a comparé les variations d'année en année de la moyenne des prix aux Eats-Unis de 1890 à 1913, d'une part en prenant le rapport des indices du Bureau of Labor Statistics ayant pour base fixe les prix moyens de la période 1890-1899, d'autre part en prenant la moyenne arithmétique des prix relatifs de chaque marchandise par rapport à l'année précédente. Les divergences trouvées ont été assez faibles; elles ont rarement atteint 1 %, et leur valeur moyenne a été de 0,5 %; leur valeur et leur sens ont été très variables d'année en année. Le fait que ces divergences ont été plus fortes dans les exemples précédents que dans ce dernier exemple tient à ce que les divergences augmentent rapidement avec la dispersion.

(1) B. L. B., n° 173, p. 41.

Il est inévitable, a-t-on dit, que l'éloignement de la base vicie les indices qui sont calculés à l'aide de la moyenne arithmétique simple. Cette formule comporte en effet l'hypothèse implicite que tous les éléments sont également importants. Or si, à un moment donné, deux éléments ont des prix relatifs doubles l'un de l'autre (ce qui était par exemple le cas de l'étain et du cuivre dans l'indice de Sauerbeck en 1913), une même augmentation proportionnelle survenant ultérieurement entraînera pour les deux éléments des accroissements absolus de leurs prix relatifs doubles l'un de l'autre. L'égalité d'importance entre les deux éléments n'est plus respectée. Sans doute, mais l'argument n'apporte aucune lumière nouvelle : si l'on considère que des variations proportionnelles égales de deux éléments doivent avoir le même effet sur l'indice, ce n'est pas la moyenne arithmétique simple, mais la moyenne géométrique simple qu'il faut appliquer.

L'éloignement de la période de base a encore un autre inconvénient quand il s'agit d'indices pondérés, c'est que l'importance des différentes marchandises varie par suite des modifications incessantes qui se produisent dans le monde économique. En vérité, sauf pour des cas tout à fait exceptionnels, cette importance ne variera, dans un sens ou dans l'autre, que lentement. Quand une marchandise joue à un moment donné, dans la production, l'échange ou la consommation, un rôle assez important pour entrer dans la composition d'un indice, il peut arriver que son importance diminue par la suite, mais il n'arrivera guère qu'elle cesse brusquement d'être produite, échangée ou consommée. Inversement il est rare qu'une marchandise nouvelle prenne brusquement une importance considérable. L'importance d'une marchandise dans la production, l'échange ou la consommation dépend en effet de facteurs peu variables : les besoins auxquels ces marchandises satisfont, les ressources naturelles du pays, etc.; elle n'est donc pas susceptible de varier brusquement. Cependant à mesure qu'on s'éloigne de l'époque où a été organisé un système de pondération, ce système devient de plus en plus périmé et il devient de plus en plus nécessaire de le retoucher.

Si l'on avait créé au début du 20e siècle un indice pondéré du mouvement des prix de gros en France, aurait-on compris dans la composition de l'indice l'aluminium, les arachides, la margarine, la gazoline et le caoutchouc, qui figurent, et à juste titre, dans le tableau des marchandises servant au calcul de l'indice du Federal Reserve Board pour la France ?

Croit-on même que le tableau du Federal Reserve Board puisse encore être considéré comme complet ? Des industries aussi importantes aujourd'hui que l'industrie de la soie artificielle, la construction automobile, etc, n'y sont pas représentées.

L'éloignement de la période de base a encore un autre inconvénient, moins apparent et moins important que les précédents, mais qui n'en est pas moins réel. Nous avons vu qu'il est nécessaire que les marchandises dont on compare les prix soient de nature, de type et de qualité identiques à l'époque étudiée et à l'époque de base. Or de combien de marchandises peut-on dire qu'elles sont identiques en 1926 à ce qu'elles étaient en 1826 ? d'une vingtaine de matières fondamentales tout au plus. Il faut observer cependant que l'identité exigée n'est ni une identité de dénomination, ni une identité physique, mais une identité économique. Il arrive fréquemment qu'une marchandise conserve sa même dénomination pendant de longues périodes, mais que par suite, par exemple, de variations dans la technique, la marchandise ainsi dénommée aujourd'hui soit entièrement différente de la marchandise qui portait la même dénomination il y a quelques années. Si cette marchandise a remplacé purement et simplement l'ancienne et satisfait aux mêmes besoins, il n'y a pas à se préoccuper du changement. Il se produit parfois aussi que certaines sortes d'une marchandise, courantes à un moment donné, conservent leurs caractères physiques en même temps que leur dénomination, et continuent à être cotées, mais cessent d'être effectivement produites ou consommées, et soient remplacées dans la production ou la consommation par des sortes voisines; on aurait tort de s'arrêter à l'identité apparente, il faut substituer la nouvelle sorte à l'ancienne dans le calcul. De même, ainsi que l'a fait remarquer le professeur Pigou, les fraises de décembre et les fraises de juin doivent être considérées comme des marchandises différentes. De même encore, il semble bien certain que la viande dite aujourd'hui de première qualité est en fait de qualité inférieure à la viande qu'on désignait avant la guerre sous la même dénomination. Si l'on admet que le consommateur ne s'est pas aperçu de la différence de qualité ou n'en a pas tenu compte, c'est-à-dire que celui qui consommait en 1913 de la viande de première qualité consomme encore aujourd'hui de la viande de première qualité, c'est bien le prix relatif de la viande de première qualité qui devra servir au calcul de l'indice. Si l'on admet au contraire que celui qui consommait en 1913 de la viande de première qualité consomme aujourd'hui de la viande de qualité extra (qui correspond en fait à la viande de première qualité d'avant guerre), c'est le rapport du prix actuel de la viande de qualité extra au prix en 1913 de la viande de première qualité, que nous devrons considérer. Ces problèmes d'identité des marchandises soulèvent souvent des questions délicates qu'on ne peut résoudre à l'aide de règles rigides et fixes; c'est au bon sens et à l'attention du statisticien qu'il faut faire appel.

On ne peut donc conserver longtemps une même période de base :

1. parce que ceux qui se servent des nombres indices du mouvement des prix s'intéressent à des comparaisons avec des périodes voisines beaucoup plus qu'à des comparaisons avec des périodes éloignées;

2. parce que l'importance relative des différentes marchandises varie avec le temps;

3. parce que la comparabilité des diverses marchandises diminue avec le temps.

Nous allons examiner comment on peut remédier à ces inconvénients.

Aux Etats-Unis, en 1908, il fut jugé indispensable par le Bureau of Labor Statistics de comprendre désormais onze nouveaux articles dans le calcul de l'indice. La période de base de l'indice était 1890-1899. Or on ne possédait pas le cours de ces nouvelles marchandises pour cette période. Comment alors les introduire ? Le Bureau of Labor Statistics employa la méthode suivante qui est incorrecte. Il calcula la moyenne des prix relatifs, par groupe d'articles, de tous les articles (y compris les nouveaux) en 1908 par rapport à 1907, et il obtint l'indice de chaque groupe pour 1908 par rapport à la base 1890-1899, en multipliant la moyenne de groupe, définie ci-dessus, par l'indice de 1907 par rapport à 1890-1899. Par exemple, pour 1907, en prenant pour base les prix de 1890-1899, l'indice du groupe des produits de la ferme était égal à 137,1. Or la moyenne des prix relatifs de l'ensemble des produits de la ferme (y compris les quatre produits nouvellement introduits) pour 1908 en prenant pour base 1907 fut trouvée égale à 97,1 %. Le Bureau prit alors pour indice des produits de la ferme pour l'année 1908 en conservant pour base la période 1890-1899, le produit $\frac{137,1 \times 97,1}{100} = 133,1$. On doit remarquer cependant que pour les trois groupes dans lesquels on introduisit ainsi des marchandises, les indices pour les années 1908 et suivantes n'étaient pas réellement comparables aux indices pour les années antérieures à 1908 et ne l'étaient pas davantage aux indices des autres groupes, même pour les années postérieures à 1907.

On peut obtenir une série plus correcte par la méthode suivante, qui comporte seulement l'hypothèse que les articles nouvellement introduits ont varié de prix entre l'époque de base et celle de leur introduction dans les mêmes proportions que les autres articles du groupe. Ceci admis, on calcule le prix relatif moyen des articles nouveaux par rapport à l'année de base, en multipliant le prix relatif moyen de ces mêmes articles par rapport à l'année précédente, par l'indice de l'année précédente par rapport à l'année de base; puis on combine ce prix relatif moyen avec le prix relatif moyen des anciens articles.

Par cette méthode moins incorrecte, on aurait trouvé dans l'exemple précédent (1) :

pour les produits de la ferme	133,4	au lieu de	133,1
pour les denrées alimentaires	121,5	—	120,6
pour les matériaux de construction	131,8	—	133,1

Les différences sont assez faibles, mais comme l'indice de 1909 fut construit sur les divergences de 1908, celui de 1910 sur les divergences accumulées de 1908 et 1909, les divergences allèrent en s'accentuant et devinrent importantes dès 1913 pour les denrées alimentaires et les matériaux de construction comme le montre le tableau suivant. On a désigné par la lettre I les indices calculés par la première méthode (incorrecte) et par la lettre i les indices calculés par la seconde méthode :

Années	Produits de la ferme		Denrées alimentaires		Matériaux de construction		Tous articles		
	I	i	I	i	I	i	I	i	I-i
1908	133,1	133,4	120,6	121,5	133,1	131,8	122,8	122,0	0,8
1909	153,1	150,2	124,7	126,5	138,4	136,4	126,5	125,5	1.0
1910	164,6	159,8	128,7	129,0	153,2	151,2	131,6	130,5	1.1
1911	162,0	156,3	131,3	126,4	151,4	152,1	129,2	126,8	2.4
1912	171,3	162,6	139,5	134,2	148,2	148,2	133,6	130,5	3,1
1913	165,8	153,8	137.1	131,9	151,8	147,1	135,2	131,0	4,2

Il est intéressant de voir ce que seraient devenus les indices si l'on avait purement et simplement renoncé à introduire de nouveaux articles en 1908 :

(1) B. L. B., n° 173, p. 44.

	1908	1909	1910	1911	1912	1913
indices pour l'ensemble des articles (calculés par la méthode correcte)........	122,0	125,5	130,5	126,8	130,5	131,0
indices pour les anciens articles seulement........	121,7	124,5	130,0	126,4	130,3	130,4
différence....................	0,3	1,0	0,5	0,4	0,2	0,6

On voit que cette différence est faible et n'a pas tendance à augmenter; cela prouve que l'addition de nouveaux articles à l'indice était sans avantage réel, et que cette addition, accompagnée de l'emploi d'une méthode défectueuse, n'a eu pour résultat que de fausser l'indice.

M. Knibbs a indiqué dans ses divers travaux (1) différentes méthodes pour assurer la continuité d'une série d'indices pendant des périodes étendues au cours desquelles le nombre et l'importance relative des marchandises prises en considération varient. Ces méthodes sont en général assez compliquées; elles ne s'appliquent qu'aux indices calculés par la méthode de la valeur globale, et souvent même elles ne s'appliquent qu'a posteriori. Ces méthodes, comme les précédentes, reposent toutes sur l'hypothèse que l'on peut substituer aux variations que l'on ignore la moyenne des variations que l'on connaît.

Certains statisticiens anglais et américains ont prôné l'emploi, pour résoudre les difficultés tenant à l'éloignement de la période de base, d'une méthode spéciale, à laquelle ils attribuent des avantages éminents. Cette méthode, dite « chain method », paraît avoir été proposée explicitement pour la première fois par Alfred Marshall en 1887 (2), mais Jevons semble y avoir fait allusion dès 1865 (3). Elle consiste à mesurer les prix relatifs de chaque période par rapport à la période immédiatement précédente. On forme ainsi

(1) Rapport n° 1, 1912 ; rapport n° 9, 1919 ; A. S. A., 1924.
(2) Remedes for fluctuations of general prices, Contemporary Review.
(3) R. S. S., 1865, p. 295.

les anneaux d'une chaîne, et la chaîne elle-même est obtenue en multipliant les indices successifs les uns par les autres : si l'on constate pour la première période une hausse de 10 % par rapport à la période initiale, puis pour la deuxième période une hausse de 20 % par rapport à la première période, les anneaux de la chaîne seront 110 et 120 et la chaîne elle-même sera 110, 132. On voit immédiatement que pour les formules qui satisfont à la condition circulaire, et pour elles seules, la chaîne d'indices sera identique à la suite des indices ayant pour base la période initiale.

Comme nous l'avons vu, ce sont les comparaisons des prix actuels avec ceux de la période la plus voisine qui préoccupent le plus souvent ceux qui consultent les nombres indices des prix : la chaîne d'indices répond à leurs préoccupations. De plus, comme les prix relatifs par rapport à la période précédente sont très concentrés autour de leur moyenne, chaque anneau a une grande valeur représentative. Enfin la méthode a l'avantage de permettre avec la plus grande facilité de supprimer une marchandise qui a perdu son importance, ou de remplacer une qualité par une autre devenue plus courante, ou de modifier dans un sens ou dans l'autre le poids attribué à une marchandise, ou d'ajouter une marchandise qui est devenue importante. Il suffit d'opérer la même modification au tableau des articles ou des poids pour la période étudiée et pour la période précédente. Il est facile de comprendre dans une chaîne d'indices les articles saisonniers qui n'ont d'importance que pendant une courte période.

Voilà les avantages des chaînes d'indices : ils sont importants; en voici maintenant les inconvénients. D'abord « errare humanum est », tout calculateur est exposé à commettre des erreurs. Quand ce malheur arrive dans le calcul d'un indice à base fixe, *un* indice est faux, c'est regrettable, mais le mal s'arrête là. Quand l'erreur se produit dans le calcul d'un anneau d'une chaîne d'indices, l'indice correspondant et *tous les indices suivants* de la chaîne sont faux !

De plus, pour la plupart des formules, le calcul d'une chaîne d'indices est notablement plus long que celui des indices à base fixe. L'inconvénient est sensible, l'emploi d'une chaîne d'indices étant particulièrement indiqué lorsqu'on veut utiliser les cours de nombreux articles, parce que dans ce cas il y a grand risque de ne pouvoir assurer des chiffres continus pendant une longue période pour tous les articles considérés.

Enfin et surtout, les qualités dont on a paré la chaîne d'indices ne s'appliquent en réalité qu'aux anneaux de la chaîne. Certainement les anneaux de la chaîne sont d'excellents indices, très représentatifs à la fois parce qu'ils résument des données très peu dispersées et parce qu'ils portent sur des données très exactement comparables. Mais la supériorité de la méthode disparaît dès qu'on multiplie ces anneaux les uns par les autres, car chacun des anneaux se rapporte (ou peut se rapporter) à un système différent d'articles et de poids, et il se pourrait théoriquement fort bien que les deux anneaux extrêmes de la chaîne n'eussent aucun élément commun. Multiplier les anneaux les uns par les autres, et présenter les produits successifs comme exprimant la variation des prix entre les deux périodes extrêmes, n'est ni plus ni moins correct, que de supposer qu'un même système de poids est valable pendant tout l'intervalle. La chaîne d'indices n'a aucune supériorité théorique sur l'indice à base fixe; outre l'inconvénient de perpétuer les erreurs, et d'être souvent plus longue à calculer, elle a, par rapport à l'indice à base fixe, le défaut de ne comporter aucune signification précise et d'être difficile à interpréter.

Il y a entre une chaîne d'indices et l'indice à base fixe correspondant des divergences notables, qui vont en s'accentuant avec le temps de sorte que l'on doit considérer les deux méthodes comme nettement distinctes.

Le professeur Wesley Mitchell a montré la raison de ces divergences en ce qui concerne la moyenne arithmétique simple (1).

1. Quand un prix relatif supérieur à la moyenne augmente, sa hausse produit une addition plus forte à l'indice caténaire I_c qu'à l'indice à base fixe I_f :

	Base fixe		Base : période précédente
	1re période	2e période	
Prix relatifs	240	300	125
	160	160	100
	400	460	225
I_f :	200	230	I_c : 112,5
Pourcentage de changement		+ 15 %	+ 12,5 %

2. Quand un prix relatif supérieur à la moyenne diminue, sa diminution produit un plus petit pourcentage de diminution pour I_c que pour I_f :

	Base fixe		Base : période précédente
	1re période	2e période	
Prix relatifs	240	180	75
	160	160	100
	400	340	175
I_f :	200	170	I_c : 87,5
Pourcentage de changement		– 15 %	– 12,5 %

3. Quand un prix relatif inférieur à la moyenne augmente, sa hausse produit une augmentation plus forte pour I_c, que pour I_f. :

(1) B. L. B., n° 284, pp. 88-89.

	Base fixe		Base : période précédente
	1re période	2e période	
Prix relatifs	240	240	100
	160	200	125
	400	440	225
I_f :	200	220	I_c : 112 5
Pourcentage de changement	+ 10 %		+ 12,5

4. Quand un prix relatif inférieur à la moyenne diminue, sa diminution produit une diminution relative plus forte de I_c que de I_f .

	Base fixe		Base : période précédente
	1re période	2e période	
Prix relatifs	240	240	100
	160	120	75
	400	360	175
I_f :	200	180	I_c : 87.5
Variation relative	– 10 %		– 12,5

Or l'expérience montre que de ces quatre cas, le 2e et le 3e se produisent beaucoup plus fréquemment que le 1er et le 4e : les prix relatifs supérieurs à la moyenne ont plus de tendance à diminuer qu'à augmenter davantage, et inversement ; il est exceptionnel que le prix relatif d'une marchandise ait une tendance persistante à augmenter ou à diminuer plus que la moyenne. Il en résulte que les changements qui se produisent naturellement tendent à donner aux indices d'une chaîne d'indices une valeur supérieure aux indices correspondants à base fixe. A chaque anneau, les divergences sont faibles, mais comme elles sont de même signe, elles s'accumulent.

Le professeur W. M. Ogburn a généralisé la démonstration précédente :

Soit P_1 P'_1 ....les prix relatifs de la 1re période.

P_2 P'_2 ....les prix relatifs de la 2e période.

Les indices à base fixe sont : $A_1 = \frac{\Sigma P_1}{n}$, $A_2 = \frac{\Sigma P_2}{n}$.

La variation relative des indices à base fixe est :

$$V_f = \frac{\Sigma P_2}{\Sigma P_1}.$$

Soit r le pourcentage de variation des marchandises individuelles.

On a : $P_2 = P_1(1+r)$.

$P'_2 = P'_1(1+r')$.

....

D'où $V_f = \frac{\Sigma P_1(1+r)}{\Sigma P_1} = 1 + \frac{\Sigma P_1 r}{\Sigma P_1}$.

Soit x_i l'écart des prix relatifs individuels par rapport à la moyenne. On a : $P_1 = A_1 + x_1$.

$P'_1 = A_1 + x'_1$.

....

D'où $V_f = 1 + \frac{\Sigma(A_1+x_1)\,r}{\Sigma P_1}$

Or $\Sigma P_1 = n A_1$

D'où $V_f = 1 + \frac{\Sigma r}{n} + \frac{\Sigma x_1 r}{\Sigma P_1}$

D'autre part on a $V_c = \frac{1}{n}\Sigma\frac{P_2}{P_1}$, c'est-à-dire $V_c = \frac{\Sigma(1+r)}{n}$ $= 1 + \frac{\Sigma r}{n}$.

On en déduit $V_f - V_c = \frac{\Sigma x_1 r}{\Sigma P_1}$.

Le sens de la divergence entre les indices à base mobile et les indices à base fixe dépend donc du signe de $\Sigma\, x_1 r$, c'est-à-dire du signe de la corrélation entre les *x* (écarts des différents prix relatifs par rapport à la moyenne) et les *r* (variations relatives des prix des différentes marchandises d'une période à la suivante). Or l'expérience montre que cette corrélation est souvent négative. L'indice à base mobile aura dans ce cas une valeur supérieure à celle de l'indice à base fixe.

Cette démonstration ne s'applique qu'aux moyennes arithmétiques simples, mais le professeur Frédérik R. Macaulay l'a étendue et a montré que les indices à base mobile du type arithmétique ont une déviation positive plus forte que les indices à base fixe de ce type, et que les indices du type harmonique à base mobile ont une déviation négative plus forte que les indices à base fixe de ce type. La raison en est que la dispersion augmente plus vite dans le système à base mobile que dans le système à base fixe. La dispersion dans le système à base fixe augmente avec le temps, mais de plus en plus lentement, tandis que dans le système à base mobile, le point de départ change chaque année.

On peut encore chercher à atténuer les divergences dues au changement de la période de base dans les formules qui ne satisfont pas à la condition circulaire, en prenant pour indice de chaque période la moyenne de tous les indices obtenus pour cette période en prenant successivement pour base toutes les périodes possibles. Appliquant la formule « idéale » à la mesure de la variation des prix aux Etats-Unis de 1913 à 1918, le professeur Irving Fisher a proposé (1) de représenter chaque année par la moyenne des six résultats obtenus en prenant successivement pour base chacune des six années 1913 à 1918. Une telle méthode serait évidemment inapplicable dans la pratique en raison de la longueur du calcul, mais on peut la simplifier : au lieu de prendre une moyenne d'indices calculés sur différentes bases, on peut rapporter les indices à une moyenne de toutes les périodes, ou de quelques-unes d'entre elles; c'est ce que

(1) Cf. Irving Fisher. The Making..., pp. 292-293.

le professeur Irving Fisher appelle « l'élargissement de la base ». On peut l'appliquer notamment à l'agrégat pondéré $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ ou à la moyenne géométrique pondérée.

Le professeur Irving Fisher a constaté que l'élargissement de la base améliorait nettement la moyenne géométrique à pondération *I*, mais que cette formule restait moins bonne que les agrégats à base élargie et même que les agrégats à base fixe. J'estime avec le professeur Irving Fisher que les avantages de l'élargissement de la base sont dans l'ensemble douteux, et que cet élargissement a le sérieux inconvénient d'enlever à l'indice toute signification précise.

Les deux méthodes de la chaîne d'indices et de la base élargie ne me semblent pas à recommander. Les anneaux d'une chaîne sont d'excellents indices, et il est évident que si l'on se préoccupe particulièrement de comparer chaque période à la période précédente, il vaut beaucoup mieux ne pas prendre une base fixe; mais il faut remarquer que la méthode n'est applicable pratiquement que si l'on se contente d'indices simples; sinon il faudrait connaître les poids pour chaque période. Si, comme dans le cas général, on ne peut calculer les poids qu'à des intervalles plus ou moins éloignés, il me paraît tout à fait douteux que les anneaux d'une chaîne d'indices calculés par la moyenne géométrique simple (et à plus forte raison s'il s'agit de moyennes arithmétiques simples) représentent mieux la variation de période en période que les quotients successifs d'une série d'indices à base fixe calculés par exemple par la formule $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$. Il y a tout lieu de croire que l'erreur commise dans ces divisions est moins forte que l'erreur qui résulterait de l'absence de pondération.

Il n'en reste pas moins qu'à mesure qu'on s'éloigne de la base, les indices à base fixe perdent de leur valeur significative. On ne peut donc conserver très longtemps la même base. Il faut alors de temps en temps choisir une nouvelle période de base, et reviser le tableau des poids. Il est impossible de fixer d'une manière générale les intervalles au bout desquels il faut procéder à ce changement; cela dépend de l'amplitude des variations dans les prix et dans la configuration économique du milieu. Divers auteurs avaient proposé avant la guerre de changer de base tous les cinq ou tous les dix ans. Je crois qu'en statistique le mieux est souvent l'ennemi du bien et qu'il aurait été largement suffisant de changer de base tous les dix ans; après un tel changement, il est en effet impossible de comparer correctement la nouvelle série d'indices à l'ancienne; il est tout à fait à recommander, dans ce cas, de superposer les deux séries pendant quelque temps avant et après le moment du changement. Les changements de base que l'on pourra avoir à effectuer dans l'intervalle des revisions de l'indice seront faits par la méthode incorrecte de la simple division.

SECTION 3

Procédés pratiques de détermination des éléments numériques entrant dans le calcul des nombres indices des prix de gros

Nous avons dressé la liste des marchandises qui entreront dans le calcul de l'indice, choisi la période de base, et, s'il s'agit d'un indice pondéré, arrêté les règles d'après lesquelles nous calculerons les poids. Il reste un dernier travail avant de procéder au calcul lui-même de l'indice. Il faut rassembler les éléments numériques de ce calcul, c'est-à-dire les prix et éventuellement les poids, poids qui sont en général soit des quantités, soit des valeurs. Comment les recueillerons-nous, à qui les demanderons-nous, et comment déduirons-nous de la masse des données recueillies les éléments qui entreront dans le calcul des indices ? Ce sont là des questions très importantes dont les théoriciens de la statistique sont souvent enclins à faire trop bon marché.

Examinons d'abord la recherche des prix des diverses marchandises qu'on a décidé de prendre en considération dans le calcul de l'indice. A quelles sources d'information s'adresser pour obtenir ces prix ? On a eu recours à cet égard à trois sortes de sources; on a noté les prix des marchandises, tels qu'ils résultent des statistiques du commerce extérieur — ou bien les prix des marchés passés par les administrations publiques, les grandes collectivités, etc., pour assurer leur fonctionnement — ou enfin les cours commerciaux des marchandises.

Le commerce extérieur donne lieu dans tous les pays à l'établissement de statistiques qui sont en général assez détaillées, assez précises et assez sûres, au moins en ce qui concerne les marchandises qui sont passibles de droits, soit à l'importation, soit à l'exportation. Pour un pays donné, ces statistiques sont dressées par une même administration, suivant des règles uniformes, et donnent des résultats qui, en principe du moins, sont comparables les uns aux autres. Il était tentant, surtout il y a 25 ou 50 ans, d'utiliser à l'étude du mouvement des prix la masse des données ainsi rassemblées. Aussi a-t-on procédé de cette manière pour de nombreux indices, et notamment l'indice officiel français de la Statistique générale de la France jusqu'en 1911, et l'indice officiel anglais du Board of Trade jusqu'en 1920. Parmi les chercheurs privés, Giffen, Bourne, Rawson-Rawson (1) ont utilisé les statistiques du commerce extérieur à l'étude du mouvement des prix. Mais les prix à l'importation et à l'exportation ont, de par leur nature, des caractéristiques propres qui font qu'en général ils sont mal adaptés au calcul des nombres indices des prix.

Les prix du commerce extérieur, quelque détaillée que

(1) En particulier Rawson-Rawson représentait la variation des prix par le rapport des prix moyens aux deux époques ; ce prix moyen était lui-même obtenu en divisant la valeur totale du commerce extérieur par le tonnage des navires entrés et sortis ; pour que cette méthode simpliste ne donnât pas des résultats absurdes, il fut reconnu préférable d'exclure du calcul les céréales et le bois, et nécessaire d'exclure le charbon.

soit la classification douanière, s'appliquent pour une marchandise donnée, le coton, le café, par exemple, non pas à un type ou à une qualité déterminée, mais à un ensemble non défini de qualités diverses. La France achète de nombreuses qualités de coton ou de caoutchouc; si l'on cherche le prix moyen payé pendant une période donnée par la France pour le coton et le caoutchouc qu'elle importe, le quotient de la valeur déclarée pour l'ensemble du coton ou du caoutchouc importé, par la quantité importée, conviendra mieux que le cours du coton Louisiane ordinaire ou du caoutchouc Para fin au Hâvre, mais si l'on cherche la variation de prix d'une qualité donnée de coton ou de caoutchouc, choisie à cause de sa valeur représentative, ce sera l'inverse. Or c'est généralement ce dernier but qu'ont en vue les auteurs de nombres indices des prix. Les variations des prix à l'importation et à l'exportation résulteront de la combinaison de deux variations qu'on ne pourra dissocier : la variation dans les prix de la marchandise importée ou exportée, et la variation dans la qualité de cette marchandise.

M. E. C. Snow, dans une étude (1) que j'ai déjà citée et à laquelle j'aurai à me référer plusieurs fois dans ce chapitre, étude à laquelle il convient d'accorder la plus grande attention en raison de la personnalité de son auteur, secrétaire de l'Association britannique des fabricants de cuir, a noté un exemple caractéristique de cet inconvénient des prix tirés des statistiques du commerce exérieur : par suite d'une augmentation de la proportion, dans les importations de cuir en Grande-Bretagne, du cuir à tiges beaucoup plus cher que le cuir à semelles, il s'est trouvé un cas où le prix moyen d'importation du cuir avait augmenté en un mois de 21 %, tandis que les prix réels avaient accusé au cours de la même période une diminution moyenne de 2 %.

Les prix à l'importation et à l'exportation ne reflètent

(1) R. I. T., 1925.

pas d'ailleurs la véritable situation économique à l'époque où ils sont mesurés. En effet ils résultent en général de contrats à terme, et parfois à long terme, et ce qu'ils reflètent, c'est la situation économique à une époque antérieure — mais on ne sait de combien — à l'époque de la mesure. Si encore ce décalage était constant pour toutes les marchandises à une même époque ou pour une même marchandise à diverses époques, il serait possible d'en tenir compte, mais il n'en est nullement ainsi.

On a proposé d'autre part de se servir des prix résultant des contrats passés par les établissements d'enseignement, les établissements pénitentiaires, l'Assistance publique, l'Intendance militaire, les Commissions des ordinaires des corps de troupe, etc. Comme il s'agit de services publics ou de collectivités importantes, les prix des contrats qu'ils passent pour l'alimentation, le chauffage, etc., de leur personnel ont un certain caractère représentatif. Mais d'abord quelle que soit l'importance de la collectivité ou du Service intéressé, les fournitures sur lesquelles portent les contrats en question ne sont jamais d'une importance telle qu'on puisse considérer les prix correspondants comme des prix de gros, mais seulement comme des prix de demi-gros. De plus ils ne comportent pas une véritable unité de qualité. Enfin, ils ne portent jamais sur des marchandises assez variées pour qu'on puisse calculer un nombre indice général des prix uniquement à l'aide de données puisées à des sources de cette nature.

Cette méthode a trouvé une application en France, dans le calcul d'un indice du prix des denrées consommées dans les lycées. Cet indice a été calculé pour la première fois en 1908 sur la demande d'Emile Levasseur. Le calcul en a été poursuivi régulièrement par la suite et les résultats en sont publiés à des intervalles assez éloignés. Le résultat de l'enquête pour les années 1923, 1924 et 1925 a été publié récemment (1). Les prix utilisés sont les prix d'adjudication, ou à défaut les prix résultant de marchés passés de gré à gré vers le début de chaque année. La désignation des articles est toujours la même, mais il n'est pas sûr que la qualité reste la même. L'enquête porte sur 70 établissements de Paris et de province, ces derniers étant répartis en deux catégories, grandes et petites villes. Les marchandises utilisées sont 18 denrées alimentaires et le charbon. On calcule une moyenne arithmétique simple des prix relatifs, et une moyenne pondérée dans laquelle chaque prix est affecté d'un coefficient basé sur les quantités annuellement consommées par une famille de 4 personnes. Les indices pondérés sont sensiblement plus faibles que les indices simples, et ils sont beaucoup plus voisins des indices obtenus à l'aide des prix de détail fournis par les maires des villes de plus de 10.000 habitants, que des indices des prix de gros. Cela confirme ce que j'ai indiqué au sujet du véritable caractère de ces prix contractuels.

Le War Industries Board américain a de même utilisé des prix contractuels pour la plupart des marchandises ayant servi au calcul de sa série d'indices pour les années 1913-1918.

Soetbeer, dans ses belles recherches sur les prix des marchandises à Hambourg, avait utilisé pour certains articles les prix de gros payés par les Administrations, pour d'autres les prix tirés des statistiques du commerce extérieur, pour d'autres enfin les déclarations des commerçants.

D'une manière générale on ne saurait recommander l'emploi des prix contractuels, mais, comme l'a fait remarquer le professeur Wesley Mitchell, si l'on veut montrer les fluctuations du prix moyen auquel s'opère l'ensemble des transactions, il faut utiliser *à la fois* les prix contractuels

(1) S. G. F. Juillet 1925, pp. 388-393.

et les cours commerciaux, en les pondérant d'après l'importance relative des deux sortes de transactions.

La troisième source à laquelle on peut s'adresser, ce sont les cours commerciaux. Par là il faut entendre les cours pratiqués dans les Bourses des marchandises des principales villes, et des grands ports pour les denrées importées, par les principaux fabricants ou négociants en gros, etc. Les cours commerciaux n'ont pas les défauts que j'ai signalés pour les prix à l'importation et à l'exportation, et pour les prix des contrats passés par les collectivités. Ils sont cependant sujets à certaines critiques.

Un de leurs avantages est de permettre de suivre le cours d'une qualité déterminée d'une marchandise. Mais il arrive qu'en s'attachant ainsi à mesurer des prix qui soient comparables, on ne mesure plus que des prix qui ont perdu leur caractère représentatif, par exemple quand des modifications se sont produites dans la nature des qualités consommées ou échangées. Au contraire, on est sûr que les prix tirés des statistiques du commerce extérieur s'appliquent à l'ensemble des qualités qui sont réellement entrées dans l'échange ou la consommation au cours de la période étudiée. D'autre part le sens des cours commerciaux n'est pas toujours exempt d'ambiguïté et est souvent difficile à interpréter. Un cours commercial de gros n'exprime pas seulement la situation économique présente, ne résulte pas uniquement de la loi présente de l'offre et de la demande concernant la marchandise en question. On a dit avec raison que les cours commerciaux de cette nature sont des anticipations. Ils sont le résultat d'une combinaison entre les données positives de la situation économique du moment et les prévisions des intéressés quant à la situation économique future. D'ailleurs les cours commerciaux non seulement diffèrent, mais même varient de façon différente, selon qu'il s'agit des cours pratiqués par les fabricants, ou des cours pratiqués par les négociants en gros. C'est ce qu'ont constaté par exemple M. W. T. Layton (1) en Angleterre en ce qui concerne le cours de la fonte en gueuses (les prix fournis par les livres des usines étaient toujours inférieurs aux cours commerciaux proprement dits, mais la différence diminuait pendant les périodes de baisse des prix, et augmentait pendant les périodes de hausse) et M. March (2) en France (M. March a constaté des différences très variables dans le prix des fers à planchers de provenance française, selon qu'il était tiré des tableaux de la Société centrale des Architectes ou des prix courants du Comptoir des Poutrelles).

D'une manière générale, on ne saurait assimiler les cours commerciaux concernant une marchandise disponible et livrable dès la conclusion du marché aux cours qui portent sur une marchandise importée d'une autre partie du monde : « Dans le premier cas, l'acheteur pourra être influencé dans sa décision par des considérations dont ne tiendra aucun compte l'acheteur de la deuxième marchandise. Pour s'en convaincre, il suffit de noter que le prix d'un même article varie très fréquemment dans une large mesure selon qu'il s'agit de marchandises « disponibles sur place », ou « en cours de transport », ou « au lieu de production » (3).

D'autre part il y a des marchandises qui sont presque uniquement négociées par voie de gros contrats à long terme. Dans ce cas, les cours cotés sur les marchés publics n'ont aucune valeur représentative, car ils ne résultent que d'un besoin urgent chez un consommateur, ou d'une nécessité pressante de réalisation chez un détenteur de marchandises.

Les cours utilisés devraient se rapporter autant que possible à des transactions purement industrielles et non à de simples spéculations. « Pour certaines matières premières, les quantités achetées et vendues dépassent de beaucoup les quantités consommées, et il est impossible de distinguer, par

(1) R. S. S., 1921, p. 204
(2) S. G. F., 1916, p. 75.
(3) Snow, loc. cit., p. 201.

exemple pour les cours cotés pour le caoutchouc à Mincing Lane, ceux qui portent sur des achats destinés à la consommation et ceux qui concernent exclusivement la spéculation. Le consommateur réel est souvent en mesure d'acheter quand les conditions du marché sont favorables. Il faudrait pondérer les différents prix proportionnellement à l'importance des achats conclus à ces prix pour les besoins de l'industrie (à l'exclusion des achats à caractère mercantile ou spéculatif) » (1).

La distinction est particulièrement importante pour les marchandises qui font l'objet d'une spéculation active, mais elle garde son importance même pour d'autres marchandises : « Une comparaison des cours publiés pour l'écorce de mimosa (2) de 1922 à 1924 et du prix moyen effectivement payé par les consommateurs (ou du moins par 75 % environ d'entre eux — prix d'achat payés pour des lots embarqués à la même époque) montre qu'à part une anomalie tenant à des conditions spéciales et connues, les consommateurs se sont approvisionnés à des prix considérablement inférieurs aux cours publiés, la différence étant d'environ 10/ pour un prix moyen d'environ £ 8. 12.6 » (3) (4).

Le choix de la variété de chaque marchandise qu'on considérera comme représentative de cette marchandise et dont le cours servira au calcul de l'indice est lui-même difficile. M. Snow note que, sur vingt-six matières premières entrant dans la composition de l'indice de Sauerbeck, cinq concernent les cuirs et peaux; or « deux provoquent incontestablement des erreurs, la troisième n'a aucune valeur en raison de la forme sous laquelle elle est utilisée et la quatrième a perdu toute la signification pratique qu'elle pouvait avoir autrefois » (5). Cette appréciation d'un idoine se passe

(1) Snow, loc. cit., p. 204.
(2) Marchandise importante en tannerie.
(3) Soit environ 6 %.
(4) Snow, loc. cit., p. 205.
(5) Snow, loc. cit., p. 194.

de commentaires. Disons cependant que, de l'avis général, l'industrie des cuirs et peaux est, de toutes, celle pour laquelle il est le plus difficile de rassembler les éléments nécessaires au calcul d'un indice des prix de gros.

Les marchandises, comme les céréales, les pommes de terre, dont la production est annuelle, donnent lieu à une difficulté spéciale; pendant la période dite « de soudure » entre l'ancienne et la nouvelle récolte, les cours cotés sont en général purement nominaux et n'expriment nullement la situation réelle. Les conditions techniques de la production elles-mêmes rendent parfois difficile l'interprétation des cours cotés. Pour les peaux par exemple « la quantité de poils et de matières étrangères adhérant à la peau achetée par le tanneur varie suivant l'époque de l'année, ainsi que certains autres facteurs. Si l'on admet, en prenant l'année entière pour base, que la valeur moyenne d'une peau achetée en Grande-Bretagne est de 100, la valeur réelle de cette peau s'établira ainsi de mois en mois, de janvier à décembre : 93, 93, 93 — 95, 100, 105 — 108, 108, 106 — 105, 102, 97.

Donc la matière première coûtera effectivement 15 % de moins au tanneur en août qu'en janvier, si le cours est le même pendant ces deux mois. De plus le coefficient de correction variera selon les peaux et aura tendance à exercer une action contraire suivant qu'il s'agira de peaux provenant de l'hémisphère Sud ou de l'hémisphère Nord (1).

Il faut quelquefois suppléer à l'absence de cours commerciaux en adressant des questionnaires à des fabricants, des courtiers, des négociants en gros, etc. Il faut se défier des erreurs que les réponses à ces questionnaires peuvent contenir : les plus fréquentes proviennent de ce que les cours inscrits dans deux relevés successifs s'appliquent à des quantités ou à des articles différents. Un excellent moyen de les dépister est d'obliger les intéressés à inscrire non seule-

(1) Snow, loc. cit., p. 196.

ment les chiffres de la période étudiée, mais aussi ceux de la période précédente. La comparaison du relevé avec le relevé précédent montre s'il n'y a pas eu un changement dans la nature ou la quantité de la marchandise cotée.

On voit quelles difficultés soulève l'interprétation des statistiques commerciales des prix, d'autant que la description du type ou de la qualité cotée est souvent donnée de façon incomplète ou obscure par les journaux spéciaux, qui naturellement sont rédigés pour les professionnels de la spécialité considérée. Il faut donc au statisticien qui les étudie des connaissances technologiques très étendues. M. Snow est d'avis que, pour que la science des nombres indices progresse réellement, il est indispensable « que les données servant au calcul des indices généraux soient recueillies auprès des fédérations industrielles compétentes... Les économistes industriels sont si spécialisés qu'une telle étude semble impossible sans le concours des organisations compétentes de chaque industrie » (1). Il est certain que le concours de personnalités qualifiées du commerce et de l'industrie serait aussi précieux pour le calcul des nombres indices des prix et des quantités qu'il l'est actuellement pour l'établissement des statistiques du commerce extérieur.

Quelles que soient les difficultés de réunion et d'interprétation des cours commerciaux, ceux-ci doivent être nettement préférés, pour le calcul des nombres indices des prix de gros, aux prix à l'importation et à l'exportation, et à plus forte raison aux prix des contrats passés par les collectivités. Il ne faut utiliser cette dernière source qu'à défaut de toute autre.

L'indice officiel anglais du Board of Trade utilisait depuis 1900 les données des statistiques du commerce extérieur; on y a renoncé depuis 1920 et on s'est aperçu que les fortes divergences qu'il accusait antérieurement avec les

(1) Snow, loc. cit., p. 198.

indices privés anglais (Economist, Statist) étaient dues presque uniquement à la différence entre leurs sources d'informations. Une comparaison plus précise a été faite en 1903 par le Board of Trade qui a publié pour les années 1871 à 1902, d'une part un indice analogue à celui de Sauerbeck mais ne comprenant que vingt-cinq des marchandises dont il utilise les cours, d'autre part un indice obtenu à partir de la moyenne des prix à l'importation et à l'exportation pour ces mêmes marchandises. La comparaison donne les résultats suivants :

(Moyenne arithmétique — prix moyens pour 1890-1899 = 100)

Années	Valeurs moyennes dans le commerce extérieur	Cours commerciaux	Différence	Années	Valeurs moyennes dans le commerce extérieur	Cours commerciaux	Différence
1871	158	170	— 12	1887	104	107	— 3
1872	169	185	— 16	1888	108	110	— 2
1873	170	182	— 12	1889	108	110	— 2
1874	162	168	— 6	1890	109	111	— 2
1875	152	155	— 3	1891	111	111	0
1876	149	152	— 3	1892	105	103	+ 2
1877	150	152	— 2	1893	103	104	— 1
1878	139	138	+ 1	1894	95	94	+ 1
1879	128	131	— 3	1895	93	94	— 1
1880	136	137	— 1	1896	94	93	+ 1
1881	133	130	+ 3	1897	93	91	+ 2
1882	129	125	+ 4	1898	95	95	0
1883	125	123	+ 2	1899	101	105	— 4
1884	118	116	+ 2	1900	114	117	— 3
1885	110	112	— 2	1901	107	106	+ 1
1886	105	107	— 2	1902	104	104	0

On voit que l'indice des prix à l'importation et à l'exportation est plus constant que l'indice des prix commerciaux. Les maxima du premier en 1871 et en 1900 sont inférieurs aux maxima du second, et son minimum en 1897 est supérieur au minimum du second. La chose n'est point surprenante puisque les prix du commerce extérieur s'appliquent à l'ensemble des qualités d'une même marchandise, et non à une marchandise donnée; il y a compensation partielle entre les fluctuations des diverses qualités.

Si les marchandises considérées dans le calcul de l'indice donnent lieu à des cotations plus fréquentes que la publication de l'indice, il faut déterminer le prix unique dont nous avons besoin pour le calcul. Si l'on connaissait les quantités de chaque marchandise qui ont été échangées à chaque prix pendant la période étudiée, semaine, mois, etc., on pourrait calculer le prix moyen en prenant la moyenne arithmétique pondérée $\frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma q_i}$. Il semble pourtant qu'il faille préférer le prix *dominant* au prix moyen. Peu importe en effet que quelques échanges aient été effectués à des prix extrêmement bas ou à des prix extrêmement hauts. Ces prix correspondaient vraisemblablement à des positions respectives spéciales et exceptionnelles entre acheteur et vendeur; ce qui nous intéresse, ce sont les conditions auxquelles s'est opérée la majorité des échanges.

Comment déteminer ce prix dominant ? On ne peut espérer connaître tous les prix pratiqués et encore moins les quantités correspondantes. Les différences entre les cours d'une même marchandise à une même époque pour diverses places étaient jadis considérables. Heureusement elles se sont fort atténuées en raison de l'amélioration des moyens de transport et de l'organisation du commerce.

Si les cours relevés proviennent de sources différentes, on pourra les pondérer d'après l'importance relative de la source (par exemple d'après l'importance de la population de la localité considérée, l'importance présumée du commerçant considéré, du volume relatif des affaires traitées sur le marché en question, etc.).

On peut sans inconvénient prendre les cours à une date déterminée dans la période étudiée : au 1er, au 15, à la fin du mois, pour un indice mensuel, mais à la condition expresse de le préciser toujours dans la désignation de l'indice. Il me paraît toutefois fâcheux de prendre, comme le fait la Statistique générale de la France, les cours à la fin du mois pour un indice qui est présenté comme l'indice du mois; l'indice se trouve notamment décalé par rapport aux indices qui utilisent les cours au début du mois. Tout au plus pourrait-on présenter un indice utilisant les cours au 15, comme un indice du mois. Il est préférable, s'il s'agit d'un indice mensuel, de prendre une moyenne, soit des cours journaliers, soit des cours hebdomadaires, selon la forme suivant laquelle ils sont donnés. Quand les cours sont donnés sous la forme : « de....à....», ou : « maximum .... minimum....», on peut représenter le cours par la moyenne des cours extrêmes.

Parmi les variations que subissent les phénomènes économiques, on peut souvent distinguer une tendance séculaire, c'est-à-dire une tendance à long terme, que présentent les valeurs du phénomène considéré, à varier dans un sens donné, une fluctuation cyclique qui résulte de l'alternance des périodes de prospérité et de dépression dans les affaires, enfin une variation saisonnière, marquée par le fait que les valeurs du phénomène pour certains mois ont une tendance persistante à être supérieures ou inférieures aux valeurs correspondant à certains autres mois. On a proposé de très nombreuses méthodes, souvent fort ingénieuses, souvent aussi fort compliquées, pour éliminer l'influence de ces variations saisonnières. Ces méthodes partent en général de la comparaison de chaque mois, soit avec la valeur moyenne pour une longue période, soit avec le mois précédent comme dans la méthode des chaînes de rapports de Harvard (1). Je signale simplement cette question, parce que dans l'état actuel du monde économique et de nos connaissances statistiques, l'application de ces méthodes à la correction des prix serait sans intérêt pour le calcul des indices des prix de gros. On s'est demandé cependant s'il n'y aurait pas lieu de tenir compte de la variation saisonnière dans le calcul des indices des prix de gros des produits agricoles : MM. Bean et

(1) Warren Persons, Review of Economic Statistics, Preliminary Volume I.

Stine ont étudié la question pour les prix américains (1) et ont comparé, pour 156 indices mensuels de 1910 à 1922, la période de base étant août 1909-juillet 1914, les quatre formules suivantes :

A. $\frac{\Sigma p_i q_a}{\Sigma p_o q_a}$ p_i étant le prix du mois considéré.
p_o le prix moyen de la période de base
q_a la quantité ayant passé sur le marché pendant la période de base (c'est la formule appliquée dans le cas général).

B. $\frac{\Sigma p_i q_a}{\Sigma p_{m.c.} q_a}$, où $p_{m.c.}$ est le prix pour le mois correspondant de la période de base.

Cette formule est une moyenne pondérée par les quantités fixes vendues pendant l'année (ou les années) de base, avec élimination de la variation saisonnière des prix. Elle est appliquée par le Kommerskollegium suédois pour le calcul de son indice des prix de gros.

C. $\frac{\Sigma p_i q_{m.c.}}{\Sigma p_o q_{m.c.}}$, où $q_{m.c.}$ représente les quantités mises en vente pendant le mois correspondant de la période de base.

La formule C est une moyenne pondérée d'après les ventes mensuelles.

D. $\frac{\Sigma p_i q_{m.c.}}{\Sigma p_{m.c.} q_{m.c.}}$, indice pondéré d'après les ventes mensuelles, avec élimination des variations saisonnières.

Or MM. Bean et Stine ont trouvé les différences moyennes suivantes entre les résultats des quatre formules :

2	points entre	A et B
2	—	C et D
4	—	A et C
4	—	B et D
6	—	A et D

(1) A. S. A., 1924.

Ils ont en outre trouvé des différences de sens dans la variation d'un mois sur l'autre :

12	fois entre	A et B
12	—	C et D
18	—	A et C
18	—	B et D
30	—	A et D

Ces chiffres montrent nettement que l'influence de la variation saisonnière des prix est moins marquée que celle de la variation dans la composition des transactions agricoles.

Il nous reste enfin, s'il s'agit d'un indice pondéré, à déterminer effectivement les poids, et c'est loin d'être une tâche facile. Ces poids sont en général des valeurs, ou, si l'on met l'indice sous la forme agrégative qui est plus commode, des quantités. Il nous faut donc déterminer les quantités produites, échangées, ou consommées au cours de la période considérée. C'est en somme d'un véritable recensement économique qu'il s'agit, recensement qui est infiniment plus difficile que le recensement démographique et ne peut donner que des résultats beaucoup moins certains, parce qu'il met inévitablement en conflit « l'intérêt privé qui veut le secret et l'intérêt collectif qui veut la publicité » (1). Ce recensement devrait être répété à chaque période si l'on voulait prendre pour poids les quantités ou les valeurs de la période étudiée. Même limité à une période donnée que l'on choisit pour base, il exige un travail de recherche considérable. Aussi s'est-on borné jusqu'ici à utiliser les statistiques existantes. Mais ces statistiques sont dressées par des autorités différentes, dans des buts différents, rapportées à des périodes différentes, etc. Le statisticien qui calcule son indice doit réunir et comparer ces diverses statistiques, les compléter les unes par les autres. Pour certaines données

(1) Klezl, R. I. T., 1924, p. 269.

les statistiques font défaut, pour d'autres elles abondent et habituellement donnent des chiffres différents, entre lesquels il est parfois difficile de savoir quel est le meilleur. Malgré tout le bon sens, tout l'esprit critique qu'on peut apporter à cette étude, il est impossible d'arriver à autre chose qu'à des résultats très approximatifs. En général les chiffres obtenus pour les matières premières fondamentales sont assez sûrs; pour les autres matières premières et pour les produits demi-manufacturés, ils sont déjà fort incertains; pour la plupart des produits manufacturés, ils font complètement défaut. Il est permis de conserver un certain scepticisme quant à l'exactitude des renseignements donnés par les statistiques en apparence les plus sûres. M. Marcel Mauss a rappelé à ce sujet (1) que les statistiques de la production du blé dressées pendant la guerre dans la zone des armées par les maires sous la surveillance de la gendarmerie étaient grossièrement inexactes.

Il est vrai que certains auteurs se sont contentés de la pondération la plus simple, qui ne nécessite même l'usage d'aucune statistique. Ils se sont bornés à accorder non pas une, mais deux ou plusieurs séries de prix, aux marchandises qui leur semblaient les plus importantes. C'est ainsi que dans l'indice de Sauerbeck un double poids est accordé au pain, à la viande, au sucre, au fer, au coton, à la laine. De même dans l'indice de l'Economist on utilise les cours de deux ou trois qualités pour les marchandises jugées les plus importantes. L'ancien indice du professeur italien Bachi, qui était calqué sur l'indice de l'Economist, comportait les cours de deux qualités pour le blé, le vin, le coton, la soie, jugés particulièrement importants pour l'Italie.

Il va de soi qu'une telle méthode est grossière, et qu'en réalité toutes les marchandises qui n'ont qu'un cours sont loin d'être de même importance, toutes celles qui en ont

(1) Revue des études coopératives, 1924, pp. 192-193.

deux n'ont pas la même importance et n'ont pas une importance double de celle des marchandises de la première catégorie, quel que soit le critère que l'on adopte pour l'importance des marchandises. Dans l'indice du professeur Bachi, on donnait par exemple la même importance à la viande de bœuf (dont la production annuelle moyenne pour 1910-1912 valait 100 millions de lires) et au poisson séché, à l'avoine (dont la production annuelle moyenne valait quelques dizaines de millions de lires) et au maïs (dont la production valait plus d'un milliard de lires), aux amandes d'une part et à l'huile et au sucre d'autre part. Parmi les marchandises à double poids, la valeur de la production annuelle de la soie était en 1910-1912 de quelques centaines de millions de lires, celle de la viande d'un milliard et demi de lires; l'une est une marchandise de première nécessité, l'autre pas. Pourquoi, demande le professeur Ottolenghi (1) dont je reproduis ici les critiques, donner un poids double à la soie par rapport au fer qui, s'il n'est produit qu'en assez faible quantité en Italie, est à la base d'industries capitales pour la vie économique du pays ?

Le procédé qui vient d'être décrit ne doit pas être confondu avec la méthode rationnelle de pondération qu'emploie par exemple le Board of Trade pour son indice des prix de gros, méthode qui ressemble pourtant en apparence à ce procédé, mais qui exige une étude préalable des statistiques de quantité. Cette méthode est la suivante : au lieu de multiplier les prix relatifs d'une marchandise donnée par un poids proportionnel à l'importance de cette marchandise, on a proportionné à cette importance le nombre des cours affectés à cette marchandise. Cette méthode est plus particulièrement indiquée lorsqu'on veut calculer la moyenne des prix relatifs en en prenant la médiane; dans ce cas, on n'a qu'à compter le prix de chaque marchandise autant de

(1) Ottolenghi, R. S. S., 1920, p. 467.

fois que le comporte son importance relative. Pour toute autre forme de moyenne, la méthode a le grave défaut de manquer de souplesse. Si on accorde un cours à une marchandise peu importante, bien qu'assez importante pour être prise en considération, on sera conduit d'après cette méthode à accorder à une marchandise très importante dix, ou peut-être vingt cours. Or il peut être impossible d'assurer dix ou vingt séries différentes de cours pour cette marchandise (1). Si l'on se borne alors à multiplier par dix ou par vingt un cours unique, on retombe dans la méthode ordinaire de pondération à l'aide de coefficients simples.

C'est cette dernière méthode qu'avait proposé d'appliquer l'Association britannique pour l'avancement des sciences, dans la première tentative théorique qui ait été faite pour déterminer rationnellement un système de pondération; les poids étaient proportionnels à la valeur moyenne de la consommation annuelle, arrondie par 5 millions de £.

La première application pratique notable de la pondération fut celle de l'indice officiel anglais du Board of Trade en 1903. Les poids étaient déterminés pour chaque marchandise proportionnellement à sa valeur dans la consommation nationale pour la période 1881-1890. Par « consommation » on entendait toute action ayant pour résultat de changer substantiellement de caractère les marchandises considérées; on tenait donc compte aussi bien de la consommation industrielle que de la consommation par les individus. En réalité, il fallut, pour calculer les poids, faire appel à des sources très diverses. Pour les produits importés on utilisa les statistiques douanières et on estima la consommation d'après la valeur des biens importés, diminuée de la valeur des biens réexportés, tandis que pour les autres marchandises, la

(1) Inversement, dans la méthode ordinaire de pondération, on a quelquefois proposé, pour les marchandises auxquelles on accorde en raison de leur importance un poids élevé, de répartir ce poids entre plusieurs qualités de la marchandise en question.

valeur de la consommation était déterminée à la fois à l'aide des statistiques douanières et des statistiques de la production. La comparabilité des diverses statistiques utilisées était très médiocre. De plus on n'avait pas pris en considération la question des stocks.

Le principe du système de pondération dépend, nous l'avons vu, du but assigné à l'indice, et l'on ne saurait déterminer les poids à appliquer sans préciser au préalable le critère d'après lequel on doit apprécier l'importance respective des différentes marchandises. Le professeur Wesley Mitchell a montré (1) combien les poids différeraient dans un indice américain, pour le coton, le maïs et le café, selon qu'on prendrait pour base la production, la consommation ou l'échange.

« Les poids de production donneraient au coton beaucoup plus d'importance que les poids de consommation ou de dépense globale, étant donné qu'une large part de la récolte américaine est exportée et consommée au dehors. Les poids d'échange seraient pratiquement équivalents aux poids de production parce que presque tout le coton récolté est vendu par le producteur et entre dans le commerce du pays, et que très peu de coton est importé. D'après le système du professeur Irving Fisher (2) cependant, les poids d'échange seraient des multiples des poids de production, selon le nombre moyen des mains américaines entre lesquelles le coton passe. Dans le cas du maïs, les poids de production et les poids de consommation concorderaient substantiellement, car les Etats-Unis importent très peu de maïs et n'exportent qu'un très petit pourcentage de la production. D'autre part les poids d'échange seraient beaucoup plus faibles que soit les poids de production soit les poids de consommation, parce qu'une large part de la récolte du

(1) B. L. B., n° 73, p. 77.
(2) M. Wesley Mitchell veut parler de l'indice P de l'équation d'échange.

maïs n'est pas vendue, mais est consommée sur place dans les fermes. Dans le cas du café, les poids de production seraient pratiquement nuls, tandis que les poids de consommation et d'échange se correspondraient sensiblement ».

Quel que soit le système qu'on adopte, il faut tenir soigneusement compte des possibilités de double emploi. C'est là un problème très important, auquel il semble qu'on ait rarement prêté l'attention qu'il mérite. Certains auteurs avaient pensé qu'il existait une corrélation très étroite entre les variations de prix de chaque matière première et celles des produits manufacturés qui en dérivent. Le professeur Ottolenghi avait trouvé une corrélation de 94 % entre le coton brut et les filés de coton, et de 86 % entre le coton brut et les tissus de coton (1). Mais des recherches plus récentes, et notamment celles du professeur Wesley Mitchell, ont montré que le prix des produits manufacturés variait souvent d'une manière différente de celui de la matière première dont ils dérivent. Il est donc nécessaire de comprendre dans le calcul à la fois des matières premières et des produits manufacturés. Mais dans le poids que nous attribuerons aux produits manufacturés il est indispensable de tenir compte du poids accordé à la matière première correspondante. Non seulement on n'a pas le droit d'envisager isolément l'importance des matières premières et des produits manufacturés, par exemple du coton brut, des filés et des tissus de coton, mais on ne doit même pas le faire dans certains cas entre matières dites « brutes » elles-mêmes, par exemple le charbon et la fonte.

M. Dugé de Bernonville a relevé (2) de nombreux doubles emplois dans l'indice calculé pour la France par le Federal Reserve Board : « la valeur globale de la farine de froment vient s'ajouter à celle du blé, la valeur de la production de fer et d'acier à celle de la fonte, la valeur des tissus de soie

(1) Ottolenghi. — *Les Prix dans l'Industrie cotonnière*, Turin, 1914.
(2) S. S. P., 1924, p. 265.

s'ajoute à celle des filés de soie, qui s'ajoute elle-même à celle de la soie brute, etc., etc. ». Et l'auteur déclare : « Sans doute, lorsqu'un produit déterminé subit plusieurs transformations successives, chacune des transformations correspond à l'existence d'une nouvelle industrie, et il paraît naturel de tenir compte de l'importance des industries transformatrices, mais on ne voit pas pourquoi cette importance serait mesurée chaque fois par la valeur brute des objets fabriqués, qui comprend déjà la valeur des objets au degré antérieur de transformation. Peut-être serait-il plus logique à ce point de vue, de prendre comme base des poids la production nette c'est-à-dire seulement la valeur ajoutée aux produits par le travail industriel ». L'opinion de M. Dugé de Bernonville me paraît absolument juste, et il est certain que le poids accordé à un produit manufacturé doit tenir compte des poids accordés aux autres éléments de l'indice, matières premières, produits demi-manufacturés ou même éventuellement produits manufacturés, qui entrent dans sa fabrication. Il est malheureusement non moins certain qu'il n'est pas facile de procéder à cet ajustement. Cette méthode d'élimination des doubles emplois serait d'ailleurs plus difficile à appliquer dans les indices type agrégat que dans les indices présentés comme des moyennes pondérées des prix relatifs. Dans les agrégats pondérés, ce sont les quantités qu'il faudrait ajuster et c'est au contraire sur les matières premières qu'il faudrait procéder à l'ajustement; il faudrait déduire des quantités consommées de ces matières premières, et qui servent de poids, les quantités qui ont été employées à l'élaboration des autres éléments de l'indice, matières premières, produits demi-manufacturés ou produits manufacturés. C'est par exemple ce qu'a fait le Board of Trade (encore qu'il s'agisse de l'indice actuel, qui est une moyenne géométrique pondérée, et non plus un agrégat pondéré comme était son ancien indice) quand il a déduit des quantités consommées de maïs et de charbon, les quantités ayant servi, pour l'un à l'alimentation du bétail, pour l'autre à la fabrication de la fonte, du verre, des produits chimiques, etc.

Rappelons que pour certains indices dans lesquels les poids sont proportionnels à la valeur de l'échange, on doit, au moins théoriquement, tenir compte du nombre de fois que la marchandise considérée change de mains, en donnant lieu à un paiement au cours de la période considérée.

Il reste enfin un dernier problème à étudier; nous avons examiné l'importance des différents éléments de l'indice, et nous leur avons accordé des poids proportionnels à cette importance, mais, dans le calcul de l'indice, est-ce bien ces poids que nous devons utiliser ? A priori la réponse ne semble pas douteuse, et cependant dès que l'on a commencé à calculer des indices pondérés, on a hésité sur ce point. Le professeur Ottolenghi par exemple (1) calculait un indice des prix de gros en Italie pondéré d'après la valeur de la consommation, mais au moment de calculer l'indice global il s'est aperçu que le poids total accordé aux diverses denrées alimentaires était tellement supérieur au poids total accordé aux matières industrielles que celles-ci n'avaient pratiquement aucune influence sur l'indice général. Choqué par ce résultat, il a préféré prendre pour indice général la moyenne arithmétique simple des différents indices pondérés qu'il avait calculés pour les divers groupes entre lesquels il avait réparti les différentes marchandises.

Nous avons vu que les marchandises forment un certain nombre de groupes ayant chacun une allure propre de variation des prix. L'importance de chaque élément dans l'indice général doit être mesurée non pour l'élément en lui-même, mais pour l'élément considéré comme représentant d'un groupe. L'organisation même des statistiques de prix et de quantité ne nous permet pas de représenter aussi complètement tous les groupes : c'est là une circonstance de fait qui ne doit pas influer sur le calcul de l'indice. Dans tel groupe

(1) Giornale, 1918, II, p. 119.

la valeur totale de la consommation pour les éléments du groupe compris dans le calcul de l'indice représente 50 % de la consommation totale des marchandises du groupe, dans tel autre elle ne représentera peut-être que 5 %. Il est indispensable de corriger les poids accordés aux marchandises individuelles de manière à assurer à chaque groupe l'influence sur l'indice général à laquelle il a droit. C'est ce qu'avait fait grossièrement le professeur Ottolenghi : il se trouvait qu'il avait pu se procurer beaucoup plus aisément pour les denrées alimentaires que pour les matières industrielles, les éléments numériques dont il avait besoin, mais ce fait n'avait rien à voir avec l'importance respective des denrées alimentaires d'une part, des matières industrielles d'autre part, et il était indispensable de rétablir la balance par l'emploi de « poids de groupe ». De même, en raison du nombre variable des cours disponibles pour chaque groupe, le professeur Irving Fisher avait donné aux différents groupes de son indice hebdomadaire les poids de groupe suivants :

Denrées alimentaires et produits de la ferme autres que le sucre et les peaux	0,9
Cuir, peaux, articles d'habillement	1,25
Métaux et objets en métaux	0,8
Produits chimiques et pharmaceutiques	2,0

Par la suite il a renoncé aux poids de groupe, sauf pour le groupe des produits chimiques et pharmaceutiques pour lequel on ne dispose que d'un petit nombre de cours et auquel il a accordé le poids 1,5 (c'est-à-dire que les quantités des marchandises de ce groupe ont été majorées de 50 %).

La règle à suivre doit donc être la suivante : il faut étudier séparément tous les groupes de prix qui se comportent d'une manière spéciale; dans le calcul des indices de groupe le prix relatif de chaque marchandise aura un poids proportionnel à son importance individuelle; dans le calcul de l'indice général, on pondérera chaque indice de groupe d'après l'importance du groupe.

Nos connaissances relatives aux groupes en question sont malheureusement encore très limitées, et les travaux du professeur Wesley Mitchell à ce sujet devraient être poursuivis et développés. La plupart des indices des prix de gros comportent cependant des indices de groupe. Mais il est très rare que les groupes aient été formés d'après des principes logiques. Les groupes d'ailleurs ont un caractère très variable de généralité selon les indices; dans plusieurs séries les marchandises sont réparties en grands groupes, par exemple denrées alimentaires et matières industrielles (ex. : indice de Sauerbeck, indice de la Statistique générale de la France), puis en sous-groupes.

Les critères adoptés pour le groupement sont très variables. On distingue souvent les marchandises d'après le règne naturel dont elles proviennent; en tout cas on distingue souvent les denrées alimentaires d'origine animale et celles d'origine végétale, ce qui n'empêche pas, souvent, de former encore un groupe à part pour certaines denrées alimentaires, comme le sucre, le café et le thé (indice de Sauerbeck), le sucre, le café et le cacao (indice de la Statistique générale de la France). Parmi les denrées alimentaires, on isole souvent, soit ensemble, soit séparément, les céréales et la viande; de même parmi les matières industrielles, on isole souvent les métaux et minéraux, les produits textiles. Dans certains cas c'est le lieu de production qu'on met en vedette (ex. groupe des produits de la ferme, dans l'indice du Bureau of Labor Statistics), dans d'autres, c'est le lieu de vente (groupe des produits d'épicerie, dans les indices officiels de la Confédération australienne, du Canada et de l'Afrique du Sud); parfois c'est l'usage auquel les marchandises sont destinées (bois et matériaux de construction, articles d'éclairage, d'habillement, mobilier et articles de ménage). Enfin la plupart des indices ont un groupe « divers », dans lequel on range toutes les marchandises qui n'ont pu trouver place dans les autres groupes de ces classifications si peu logiques. Sans parler des groupes spéciaux dont l'existence se justifie par les conditions économiques propres à certains pays (groupe des pelleteries dans l'indice canadien, des pâtes de bois dans l'indice suédois), il est des groupes dont la composition surprend un peu. Evidemment il peut y avoir des individus qui se préoccupent à la fois, et spécialement, du mouvement des prix du jute et du cuir (indice de l'Afrique du Sud), ou bien des engrais et des produits pharmaceutiques (groupe de l'indice du Bureau of Labor Statistics), mais ces individus sont certainement rares. Plus récemment le War Industries Board avait essayé de classer ses 1366 séries d'après les industries qui manufacturent les produits. Le professeur Wesley Mitchell a fait observer à juste titre que si ce mode de classement pouvait être intéressant à certains égards, il avait aussi des défauts, beaucoup de marchandises étant utilisées dans de nombreuses industries différentes, et beaucoup d'industries employant de nombreuses marchandises différentes.

Comme les groupes ont été formés en dehors de toute règle logique et qu'il n'a été fait usage qu'exceptionnellement de poids de groupe, l'importance relative assignée aux différents groupes d'articles s'est trouvée dans beaucoup d'indices hors de proportion avec leur importance réelle.

On trouvera ci-dessous l'importance relative donnée aux divers groupes d'articles dans différents indices :

GROUPES d'ARTICLES	Board of trade		Eco-no-mist	Statist	Times	B. of Labor Statistics		Australie	Italie (Bachi)	
	an-cien	nou-veau							ancien	nou-veau
Céréales	19	11	13	16	20	8	15	20	17,5	9
Viande et poisson	23	11	7	13	10	9	21	10	7,5	8
Autres denrées alimentaires	23	13	16	13	20	11	15	32	22,5	21
	65	35	36	42	50	28	51	62	47,5	38
Métaux et minéraux	12	29	18	16	20	19	15	12	20	16
Textiles	14	21	23	18	15	24	13	12	15	12
Autres matières premières	9	15	23	24	15	29	21	14	17,5	34
	35	65	64	58	50	72	49	38	52,5	62
TOTAL GÉNÉRAL....	100	100	100	100	100	100	100	100	100,0	100

Le professeur Wesley Mitchell a montré que la plupart des différences constatées entre les divers indices du mouvement des prix de gros relatifs à un même pays s'expliquent par les différences de composition de ces indices.

On ne saurait donner une liste définitive et valable pour tous les pays des groupes qui doivent être formés, d'autant qu'il peut survenir des changements dans les conditions économiques (substitution du caoutchouc de plantation au caoutchouc de cueillette), sociales ou politiques (contrôle du gouvernement sur certains prix) qui peuvent modifier la configuration des groupes et l'allure de leurs variations de prix.

De tout ce que nous venons de voir on peut déduire que la détermination d'un système de pondération est très difficile. Fort heureusement la théorie et l'expérience montrent que les erreurs commises dans le calcul des poids influent beaucoup moins sur la valeur des indices que les erreurs commises dans le calcul des prix relatifs. Il n'est donc pas indispensable de calculer les poids avec beaucoup de précision. Le système proposé en 1888 par l'Association britannique pour l'Avancement des sciences peut même être considéré comme assez satisfaisant. A ce sujet je signalerai que le professeur Irving Fisher, dans le calcul de son indice hebdomadaire, qui porte sur 200 marchandises et est calculé par la formule β, n'utilise les quantités exactes comme coefficients que pour les 28 marchandises les plus importantes. Pour les 172 autres, il a remplacé les quantités trouvées par le plus voisin (géométriquement) des nombres ronds : 1,10, 100, 1.000. Cette simplification raccourcit considérablement le calcul de l'indice et le professeur Irving Fisher a vérifié que l'erreur qu'elle entraîne n'atteint pas 1 %, l'erreur de semaine en semaine étant naturellement encore plus faible, et par suite négligeable.

CHAPITRE VIII

PRÉCISION DES NOMBRES INDICES

Nous avons passé en revue les problèmes principaux que soulève le calcul des nombres indices du mouvement des prix de gros des marchandises. Nous savons maintenant comment on les a calculés jusqu'ici, comment on peut et d'après quelles règles générales on doit les calculer. Mais il reste une question des plus importantes à examiner : que représente au juste le résultat de ces calculs, quelle confiance pouvons-nous avoir dans les nombres indices obtenus ? Toute théorie d'un instrument de mesure est incomplète, si elle ne nous apprend pas quelle est la précision de cet instrument.

Nous avons calculé un nombre indice : pouvons-nous le considérer comme exact à un millième, un centième ou un dixième près ? C'est là évidemment une question primordiale, et pourtant théoriciens et praticiens des nombres indices s'en sont fort peu préoccupés jusqu'ici. Aucune des séries de nombres indices actuellement publiées ne comporte d'indication à ce sujet; or certaines d'entre elles sont rapportées au nombre 100, d'autres au nombre 1.000 (ou au nombre 100, mais publiées avec une décimale, ce qui revient au même); il semble donc que leurs auteurs considèrent ces indices comme exacts à une unité près, c'est-à-dire à 1 % ou à 1 °/₀₀ près, mais aucune justification ne vient à l'appui de cette conclusion. Si le problème est aussi mal résolu, c'est — il faut bien le reconnaître — qu'il est très difficile, et cette difficulté tient en grande partie à sa nature. Ce que nous cherchons à mesurer, le « quæsitum », comme dit le professeur Edgeworth, ne comporte pas une définition aussi précise que les grandeurs physiques; le pouvoir d'achat de la monnaie, le niveau général des prix des marchandises, etc., étant des grandeurs d'une tout autre nature que les grandeurs physiques, comme les longueurs, les forces, le temps, il n'est pas surprenant que nous soyons dans l'impossibilité de dire : le niveau général des prix a augmenté depuis telle date de 450 %, à n % près, alors qu'il nous est possible de dire : cette longueur est de 90 centimètres à 1/2 centimètre près, ou tel poids est de 3 kilogs à 5 centigrammes près, ou tel temps est de 3 minutes à 1 seconde près.

Mais on peut se proposer un problème beaucoup plus simple qui est le suivant : en supposant que nous puissions déterminer et utiliser tous les éléments possibles de l'indice et sachant que nous ne connaissons les prix relatifs qu'à n % près et les poids qu'à n' % près, quelle est l'erreur probable du nombre indice correspondant ? Le problème n'a été résolu que pour une seule formule, la plus importante il est vrai, la moyenne arithmétique pondérée. C'est le professeur Edgeworth qui a donné et démontré l'expression de l'erreur de la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs en fonction de l'erreur et de la dispersion des données (prix relatifs et poids), dans son 2° Memorandum pour l'Association britannique pour l'avancement des sciences, qui est à mon sens la partie capitale de l'œuvre du savant professeur sur les nombres indices.

La plupart des auteurs se sont contentés, pour apprécier la valeur des nombres indices, de comparer les différents nombres indices calculés pour un même pays. Or, comme nous l'avons vu, ces nombres indices présentent des variations dont l'allure générale est la même, mais qui divergent assez sérieusement dans le détail. Ces divergences ont été notamment assez marquées lors de la grande crise de 1920. Aux Etats-Unis par exemple, l'indice de Bradstreet atteint le premier son maximum en février 1920, puis au cours des dix mois suivants il diminue d'un tiers environ, retombant ainsi au même niveau que quatre mois avant le maximum ; au contraire l'indice du Federal Reserve Board et celui du Bureau of Labor Statistics n'atteignent leur maximum qu'en mai 1920 et retombent à la fin de 1920 au niveau où ce dernier se trouvait deux ans auparavant. De même en Grande-Bretagne les indices de l'Economist, du Statist et du Times ont leur maximum en mars ou avril 1920, tandis que l'indice du Board of Trade, après un léger recul en avril et en mai, n'atteint son maximum qu'en juillet 1920. « Ces différences écrit M. Flux (1), ont causé un peu de confusion chez ceux pour qui les nombres indices sont une expression simple et infaillible de la course des prix ». Certains auteurs se fondent sur ces divergences pour ne considérer les nombres indices du mouvement des prix que comme des instruments grossiers ne pouvant donner de renseignements que sur le sens des variations (et encore nous venons de voir que ces renseignements peuvent parfois être contradictoires). M. Divisia, après avoir examiné quelques divergences montrées par les différents indices anglais, ou canadiens, ou allemands, ou français, conclut (2) : « En somme, il semble que l'on doive considérer que l'indice des prix de gros n'est pas défini à moins de 15 % près. » (Les indices du pouvoir général d'achat de la monnaie seraient naturellement encore beaucoup plus imprécis). Une telle conclusion ne serait justifiée que si tous les indices comparés étaient également bons, mais il n'en est pas ainsi : certain indices, en raison, soit de leur

(1) R. S. S., 1921, pp. 168-169.
(2) R. E. P., 1925, p. 984.

composition, soit de leur formule, doivent être regardés comme étant des mesures plus exactes que d'autres. Tout en rendant hommage à certains indices qui ont eu leur heure de mérite, j'estime par exemple que l'indice du Board of Trade donne une meilleure mesure du mouvement des prix de gros en Grande-Bretagne que les indices de l'Economist ou du Statist, ou que l'indice du professeur Irving Fisher donne une meilleure mesure du mouvement des prix de gros aux Etats-Unis que les indices de Dun ou de Bradstreet.

Un nombre indice est erroné pour deux raisons : d'abord parce que les données qui servent à le calculer sont incomplètes, ensuite parce que ces données elles-mêmes sont inexactes.

La première erreur est très difficile à évaluer; il faudrait pour cela tenir compte de la corrélation qui existe entre les données servant au calcul de l'indice et les données négligées. Or cette corrélation est inconnue ou mal connue. Nous avons posé en principe que dans la composition de l'indice on devait s'efforcer de rendre cette corrélation aussi élevée que possible, mais en pratique il est bien difficile d'en évaluer numériquement la valeur. Cette question a retenu l'attention du professeur Truman Kelley, qui lui a consacré un important article dans les Quarterly Publications of the American Statistical Association (1). L'auteur a cherché à voir « de combien on se rapprochait par l'échantillonnage du nombre qui serait obtenu si l'on utilisait toutes les données possibles », chaque formule devant être tenue pour d'autant meilleure que l'erreur due à l'échantillonnage est plus faible pour cette formule. Ces recherches, basées sur le calcul des probabilités comme celles du professeur Edgeworth qui seront exposées plus loin, comportent l'hypothèse qu'il n'y a aucune corrélation entre les différents prix qui servent au calcul de l'indice. Malgré l'importance qu'il attache à la déter-

(1) 1921, pp. 826-841.

mination de l'erreur due à l'échantillonnage, le professeur Truman Kelley a dû renoncer à la calculer directement, sauf pour les formules simples et pour la moyenne géométrique pondérée. Il la détermine indirectement par la méthode suivante. On divise au hasard les *n* marchandises servant au calcul de l'indice en deux groupes égaux, puis on calcule les indices de chacun de ces groupes pour un certain nombre d'instants, enfin on calcule le coefficient de corrélation *r* entre les deux sous-indices. Notons que l'intervalle de temps entre les instants successifs doit être assez grand pour qu'on puisse considérer les cotations sucessives comme indépendantes les unes des autres.

Soit σ_1 et σ_2 les déviations-types des deux séries de sous-indices I_1 et I_2. Soit Δ une déviation dans l'indice I (c'est-à-dire une erreur jugée par rapport à l'indice exact I′), d_1 une déviation dans le sous-indice I_1, d_2 une déviation dans le sous-indice I_2. On a $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$ d'où $\Delta = \frac{d_1 + d_2}{2}$. Elevons au carré, additionnons et divisons par n, et notons que *r* étant le coefficient de corrélation des sous-indices on a $\Sigma\, d_1\, d_2 = n\, r\, \sigma_1\, \sigma_2$.

Il vient alors : $4\, \sigma'^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\, r\, \sigma_1\, \sigma_2$.

σ_1 étant peu différent de σ_2, on peut les remplacer par leur moyenne arithmétique σ. L'équation précédente s'écrit : $\sigma' = \sigma \sqrt{\frac{1+r}{2}}$.

D'autre part la déviation-type des indices I pour la période de temps considérée et la déviation-type des valeurs vraies I′ sont reliées par l'équation $\sigma_v = \sigma' \sqrt{1 - \frac{2\, r}{1+r}}$. D'où $\sigma_v = \sigma \sqrt{\frac{1-r}{2}}$.

Or l'erreur probable de l'indice I est $0{,}6745 \times \sigma_v$.

Cette erreur probable s'exprime donc en fonction de la corrélation *r* et de la déviation-type σ des sous-indices par l'expression $0{,}6745 \times \sigma \sqrt{\frac{1-r}{2}}$.

Le professeur Truman Kelley estime qu'il suffit de 16 paires de sous-indices trimestriels pour calculer l'erreur probable.

Le professeur Irving Fisher a appliqué cette formule à un indice calculé par la formule $\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ appliquée à 200 marchandises soigneusement choisies pour leur caractère représentatif; il a calculé deux sous-indices de 100 marchandises chacun; la déviation-type des sous-indices (calculée par rapport à leur valeur moyenne pour toute la période considérée) a été trouvée égale à 0,0344 et 0,0351, leur coefficient de corrélation à 0,79. La formule de Kelley donne alors pour erreur probable de l'indice 0,008, c'est-à-dire que l'erreur probable de cet indice calculée par rapport à un indice idéal utilisant la collection complète des marchandises est de 0,8 %. C'est là une erreur très faible, mais il faut tenir compte du fait que la seule cause d'erreur en action est l'insuffisance du nombre des échantillons et qu'on a supposé que ces échantillons étaient bien représentatifs de l'ensemble des marchandises. Il faudrait d'ailleurs multiplier les calculs de ce genre pour pouvoir poser une conclusion solide sur la grandeur de cette erreur dans la formule β.

Le professeur Irving Fisher a cherché à vérifier le résultat précédent par un calcul direct. On sait que d'après la théorie des probabilités, l'erreur probable de la moyenne de n observations est proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{n}}$, donc pour diminuer l'erreur de moitié il faut quadrupler le nombre des éléments. Mais cela ne serait vrai que si toutes les marchandises étaient également importantes et indépendantes. Comme il n'en est pas ainsi, la précision de l'indice n'augmente que beaucoup plus lentement avec le nombre des éléments que la formule précédente ne l'indique. Du calcul dont j'ai reproduit plus haut les résultats (1), on pourrait déduire, semble-t-il, que

(1) Cf. p. 288.

pour diminuer l'erreur de moitié il faudrait multiplier le nombre des éléments non par 4, mais par 35. Mais en réalité il faut tenir compte du fait que le nombre des marchandises ne représente pas leur importance. La réduction progressive du nombre des éléments a diminué le poids de ceux-ci dans la proportion suivante par rapport au poids maximum (1) :

Nombre des marchandises	Valeur totale	Ecart quadratique moyen par rapport à l'indice de 200 marchandises
200	100	0
100	66	1,78
50	36	2,05
25	24	1,61
12	18	2,64
6	13	4,31
3	10	3,65

De ce tableau on peut déduire grossièrement que pour doubler l'exactitude, il faut, non pas quadrupler le nombre des éléments, comme l'indique la théorie des probabilités pour des éléments indépendants, mais le décupler.

Le professeur Irving Fisher, en étendant graphiquement ces lois grossières entre l'erreur et le nombre ou le poids des marchandises, est arrivé à la conclusion que l'erreur d'un indice calculé par la formule $\mathfrak{P}$ appliquée à 200 marchandises bien choisies, est d'environ 1,5 % par rapport à un indice calculé par la même formule appliquée à une collection de marchandises absolument complète. Il estime qu'il suffit d'une cinquantaine de marchandises bien choisies et qu'au-delà de 200 marchandises, le gain de précision obtenu en augmentant le nombre des éléments n'est pas proportionné à la peine et à la dépense correspondantes.

Le professeur Edgeworth avait consacré son deuxième

(1) The Making, p. 339.

Memorandum à l'Association britannique pour l'avancement des sciences à l'étude théorique et expérimentale de la précision des nombres indices du mouvement des prix calculés par la formule recommandée par l'Association $\left(\beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\right)$, mais il n'a poussé son étude jusqu'au bout que pour une seule des deux sources d'erreur sur les nombres indices, les erreurs sur les données. Il a d'abord démontré par le calcul des probabilités que l'indice est sujet à une erreur relative plus faible que les erreurs relatives commises sur les prix relatifs et sur les poids. Il l'a ensuite vérifié expérimentalement en considérant une certaine collection de prix relatifs et de poids comme exacte, en construisant d'autres collections de prix relatifs et de poids divergeant de la première d'une manière quelconque mais connue, et en montrant que les indices correspondants divergent moins par rapport à l'indice correct que les collections de prix relatifs et de poids par rapport à la collection considérée comme correcte.

La forme générale de la moyenne arithmétique pondérée est $\frac{\Sigma P \Pi}{\Sigma \Pi}$.

Soit P_1 P_2 ...... P_n les prix relatifs exacts,

$P_1 (1+e_1)$, $P_2 (1+e_2)$ ...... $P_n (1+e_n)$ les prix relatifs apparents.

Π_1 Π_2 ..... Π_n les poids exacts,

$\Pi_1 (1+\varepsilon_1)$, $\Pi_2 (1+\varepsilon_2)$ ..... $\Pi_n (1+\varepsilon_n)$ les poids apparents.

L'indice exact est $I = \frac{P_1 \Pi_1 \quad ..... + P_n \Pi_n}{\Pi_1 + ... + \Pi_n}$.

L'indice erroné est

$$I + \Delta I = \frac{P_1 (1+e_1) \Pi_1 (1+\varepsilon_1) + ... + P_n (1+e_n) \Pi_n (1+\varepsilon_n)}{\Pi_1 (1+\varepsilon_1) + ... + \Pi_n (1+\varepsilon_n)}.$$

Pour calculer l'erreur relative de l'indice, $\frac{\Delta I}{I}$ en fonction des erreurs e_i et ε_i, nous supposerons d'abord que les poids seuls sont erronés. Nous introduirons ensuite l'hypothèse que les prix relatifs sont erronés aussi.

I. On suppose que les prix relatifs sont connus exactement. Donc $e_1 = e_2 = \ldots\ldots = e_n = 0$.

a) Supposons en outre d'abord $\Pi_1 = \Pi_2 = \ldots\ldots = \Pi_n$

On a alors $I + \Delta I = \dfrac{P_1(1+\varepsilon_1) + \ldots\ldots + P_n(1+\varepsilon_n)}{1+\varepsilon_1 + \ldots\ldots + 1 + \varepsilon_n}$

$$I = \frac{P_1 + \ldots\ldots + P_n}{n}$$

D'où $\Delta I = \dfrac{P_1 + \ldots + P_n + P_1\varepsilon_1 + \ldots + P_n\varepsilon_n}{n + \varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_n} - \dfrac{P_1 + \ldots + P_n}{n}$

$$\Delta I = \frac{n\Sigma P + n(P_1\varepsilon_1 + \cdots + P_n\varepsilon_n) - n\Sigma P - (P_1 + \cdots + P_n)(\varepsilon_1 + \cdots \varepsilon_n)}{n^2}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{n(P_1\varepsilon_1 + \cdots + P_n\varepsilon_n) - (\varepsilon_1 + \cdots + \varepsilon_n)\Sigma P}{n\Sigma P}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{P_1}{\Sigma P} - \frac{1}{n}\right)\varepsilon_1 + \cdots + \left(\frac{P_i}{\Sigma P} - \frac{1}{n}\right)\varepsilon_i + \cdots + \left(\frac{P_n}{\Sigma P} - \frac{1}{n}\right)\varepsilon_n$$

Posons $\dfrac{P_i - \dfrac{\Sigma P}{n}}{\dfrac{\Sigma P}{n}} = D_i$. D_i représente la déviation relative du prix relatif P_i par rapport à la moyenne arithmétique des prix relatifs $\dfrac{\Sigma P}{n}$.

On a alors : $\dfrac{\Delta I}{I} = \dfrac{1}{n}(D_1\varepsilon_1 + \cdots + D_n\varepsilon_n)$ (1)

D'autre part on peut regarder les ε_i (erreurs relatives sur les poids) comme groupés au hasard autour de leur moyenne qui est 0.

Soit ε le module de la fluctuation des ε_i ($\varepsilon = \sqrt{\dfrac{2\,\Sigma\,\varepsilon_i^2}{n}}$).

On a : module de $D_1\varepsilon_1 + D_2\varepsilon_2 + \cdots = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + \ldots + D_n^2} \times \varepsilon$

D'où module de $\dfrac{\Delta I}{I} = \dfrac{1}{n}\sqrt{D_1^2 + \ldots + D_n^2} \times \varepsilon$

Soit D la déviation quadratique moyenne $\sqrt{\dfrac{\Sigma D_i^2}{n}}$

Il vient module de $\frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{\sqrt{n}} \times D \times \varepsilon$

b) Introduisons la circonstance que les poids réels et apparents sont différents de 1.

Dans cette nouvelle hypothèse, on a :

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\frac{\Sigma P_i \Pi_i (1+\varepsilon_i)}{\Sigma \Pi_i (1+\varepsilon_i)} - \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}} = \frac{\Sigma P_i \Pi_i (1+\varepsilon_i) \times \Sigma \Pi_i - \Sigma \Pi_i (1+\varepsilon_i) \times \Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i \times \Sigma P_i \Pi_i},$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \Sigma \varepsilon_i \cdot \left[\frac{P_i \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i} - \frac{\Pi_i}{\Sigma \Pi_i}\right] = \Sigma \varepsilon_i \times \frac{\Pi_i}{\Sigma \Pi_i} \left[\frac{P_i - \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}\right]$$

L'expression entre crochets n'est autre que la déviation relative D'_i du prix relatif P_i par rapport à la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs $\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}$

On a donc : module de $\frac{\Delta I}{I} = \Sigma \frac{\Pi_i}{\Sigma \Pi_i} \times D'_i \times \varepsilon_i$ (2)

Par la même transformation que pour l'équation (1), cette équation peut s'écrire :

module de $\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\frac{\Pi_1^2 D'^2_1 + \dots + \Pi_n^2 D'^2_n}{\Sigma \Pi_i}} \times \varepsilon.$

Exprimons les déviations D'_i en fonction des déviations D_i

Soit $P = \frac{\Sigma P_i}{n}$ On a $D'_i = \frac{P_i - \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}$ $D_i = \frac{P_i - P}{P}$

Soit v la différence entre la moyenne arithmétique simple et la moyenne arithmétique pondérée : $v = P - \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}$

Il vient $\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i} = P - v$. D'où $D'_i = \frac{P_i - P + v}{P - v} = \frac{P\, D_i + v}{P - v}$.

D'où $D'_i = \frac{D_i + \frac{v}{P}}{1 - \frac{v}{P}}$.

Dans l'expression de ν, remplaçons P_i par $P(1 + D_i)$. Il vient $\nu = \frac{\Sigma P(1+D_i)}{n} - \frac{\Sigma \Pi_i P(1+D_i)}{\Sigma \Pi_i} = P\left[\frac{\Sigma D_i}{n} - \frac{\Sigma \Pi_i D_i}{\Sigma \Pi_i}\right]$

D'où $\frac{\nu}{P} = \frac{1}{n} \Sigma D_i \left[\frac{\frac{\Sigma \Pi_i}{n} - \Pi_i}{\frac{\Sigma \Pi_i}{n}}\right]$

L'expression entre crochets n'est autre que la déviation relative δ_i des poids Π_i par rapport à leur moyenne arithmétique simple.

Donc $\frac{\nu}{P} = \frac{1}{n} \Sigma D_i \delta_i$

Mais on a comme ci-dessus, en posant : module de $\delta_i = \delta = \sqrt{\frac{2 \Sigma \delta_i^2}{n}}$, module de $\Sigma D_i \delta_i = \sqrt{\Sigma D_i^2} \times \delta$

D'où module de $\frac{\nu}{P} = \frac{1}{\sqrt{n}} . D . \delta$

Si nous élevons au carré les équations exprimant les D'_i en fonction des D_i, et additionnons, il vient (comme $\Sigma D_i = 0$).

$$\Sigma D'^2_i = \frac{\Sigma D_i^2 + n\left(\frac{\nu}{P}\right)^2}{\left(1 - \frac{\nu}{P}\right)^2}$$

$$\frac{\Sigma D'^2}{n} = \frac{D^2 + \left(\frac{\nu}{P}\right)^2}{\left(1 - \frac{\nu}{P}\right)^2} = \frac{D^2 + \frac{D^2 \delta^2}{n}}{\left(1 - \frac{D\delta}{\sqrt{n}}\right)^2}$$

On pourra donc écrire, si *n* est suffisamment grand, $\frac{\Sigma D'^2_i}{n} = D^2$ et par suite : module de $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\sqrt{\Sigma \Pi_i^2}}{\Sigma \Pi_i} \times D \times \varepsilon$.

Soit $\Pi = \frac{\Sigma \Pi_i}{n}$ la moyenne arithmétique simple des poids.

Nous avons posé $\delta_i = \frac{\Pi - \Pi_i}{\Pi}$. On en tire $\Pi_i = \Pi(\delta_i - 1)$. Elevons au carré et additionnons : $\Sigma \Pi_i^2 = \Pi^2 (\Sigma \delta_i^2 + n)$

D'où $\sqrt{\frac{\Sigma \Pi_i^2}{n}} = \frac{\Pi \sqrt{\Sigma \delta_i^2 + n}}{n \Pi}$. Posons $\sqrt{\frac{\Sigma \delta_i^2}{n}} = \Delta$

Il vient : module de $\frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{\sqrt{n}} \times \sqrt{1+\Delta^2} \times D \times \varepsilon$ (3)

II. Nous devons introduire maintenant la circonstance que chaque prix relatif P_i est sujet à une erreur $P_i e_i$. Par suite chaque élément d'erreur de la forme $A \varepsilon_i$ sera aggravé par un élément $B e_i$, et le module de l'erreur totale sera $\sqrt{A^2 \varepsilon^2 + B^2 e^2}$, où ε et e sont les modules pour les erreurs partielles commises indépendamment les unes des autres sur les poids et sur les prix relatifs respectivement : A est le coefficient de ε quand il n'y a pas d'erreur sur les prix; c'est donc, d'après l'équation (3) : $\sqrt{\frac{1+\Delta^2}{n}} \times D$

Cherchons la forme de B. On aura dans cette hypothèse ($\varepsilon_i \equiv O$)

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\frac{\Sigma P_i (1+e_i) \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i} - \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}} = \sum e_i \times \frac{P_i \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i}$$

On aura donc $B^2 = \frac{\Sigma P_i^2 \Pi_i^2}{(\Sigma P_i \Pi_i)^2}$

On peut démontrer qu'à des infiniment petits près d'ordre supérieur on peut remplacer $\frac{\Sigma P_i^2 \Pi_i^2}{(\Sigma P_i \Pi_i)^2}$ par l'expression :

$$\frac{1}{n}(1+D^2)(1+\Delta^2)$$

Le module $\frac{\Delta I}{I}$ devient alors $\sqrt{\frac{1}{n}(1+\Delta^2) D^2 \varepsilon^2 + \frac{1}{n}(1+\Delta^2)(1+D^2) e^2}$

ou encore $\frac{1}{\sqrt{n}} \times \sqrt{1+\Delta^2} \times \sqrt{D^2 \varepsilon^2 + (1+D^2) e^2}$ (4)

Il ne s'agit ici que du module μ_1 de l'erreur de l'indice due aux erreurs sur les données; il faudrait calculer aussi le module μ_2 de l'erreur due au fait que les données sont incomplètes, et le module μ de l'erreur totale serait $\mu=\sqrt{\mu_1^2+\mu_2^2}$

La formule (4), qui exprime l'erreur sur l'indice calculé comme une moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs, c'est-à-dire l'indice de forme générale $\frac{\Sigma P\Pi}{\Sigma\Pi}$. en fonction des erreurs commises sur les prix relatifs et sur les poids, et de la dispersion des mêmes grandeurs, conduit à elle seule à des conclusions théoriques extrêmement importantes. Rappelons que dans cette formule :

e représente les erreurs sur les prix relatifs (module des erreurs sur les prix relatifs).

ε représente les erreurs sur les poids (module des ε_i).

D représente la dispersion des prix relatifs (écart quadratique moyen des prix relatifs par rapport à leur moyenne arithmétique simple).

Δ représente la dispersion des poids (écart quadratique moyen des poids par rapport à leur moyenne arithmétique simple).

Or il résulte immédiatement de la forme même de l'expression de l'erreur relative sur l'indice que les erreurs relatives sur les prix relatifs influent plus sur cette erreur que les erreurs sur les poids, et que la dispersion des prix relatifs influe plus que la dispersion des poids, parce que les facteurs e^2, ε^2, Δ^2, D^2 sont petits par rapport à l'unité. Ce résultat est d'autant plus heureux que, comme nous l'avons vu, les poids ne sont jamais connus très exactement et peuvent être très dispersés.

La formule (4) ne doit être appliquée que dans le cas où l'on veut procéder à une évaluation générale de l'erreur commise sur l'indice en partant de données fixées a priori sur la dispersion et l'erreur des prix relatifs et des poids. Mais si l'on connaît tous les éléments de l'indice, on peut calculer directement l'erreur qu'il comporte en fonction des erreurs que comportent les prix relatifs et les poids qui ont servi au calcul de l'indice. Dans le cas de la moyenne arithmétique pondérée $I = \frac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}$, l'erreur relative sur l'indice, $\frac{\Delta I}{I}$, est égale à $\dfrac{\dfrac{\Sigma P_i(1+e_i)\Pi_i(1+\varepsilon_i)}{\Sigma \Pi_i(1+\varepsilon_i)} - \dfrac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}{\dfrac{\Sigma P_i \Pi_i}{\Sigma \Pi_i}}$

L'erreur élémentaire sera $\frac{P_i \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i} e_i + \left(\frac{P_i \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i} - \frac{\Pi_i}{\Sigma \Pi_i}\right)\varepsilon_i$, c'est-à-dire $\frac{P_i \Pi_i}{\Sigma P_i \Pi_i} e_i + \frac{\Pi_i (P_i - I)}{\Sigma P_i \Pi_i} \varepsilon_i$, ou en posant $P_i - I = \delta'_i$ et en désignant comme ci-dessus le module des e_i et des ε_i par e et ε, le module de $\frac{\Delta I}{I}$ sera $\frac{1}{\Sigma P_i \Pi_i} \sqrt{(\Sigma \Pi_i^2 \delta'^2_i)\,\varepsilon^2 + (\Sigma \Pi_i^2 P_i^2)\,e^2}$. (5)

Or les quantités P_i, Π_i, et δ_i sont connues, on peut donc calculer $\Sigma P_i \Pi_i$, $\Sigma \Pi_i^2 \delta'^2_i$ et $\Sigma P_i^2 \Pi_i^2$, et la formule (5) permettra de déterminer l'erreur sur l'indice en fonction des erreurs ε et e sur les données.

Le professeur Edgeworth a appliqué les formules précédentes aux chiffres fournis par Palgrave dans son appendice au 3e Rapport sur la Dépression du Commerce. Il a admis que l'erreur probable sur les prix relatifs et sur les poids était de 10 %. D'où par e et ε une valeur de $\frac{0,1}{0,477} = 0,21$.

Ceci étant, il a appliqué la formule (5) aux données de 1885 et il a trouvé pour l'erreur relative sur l'indice un module de 8 %. L'erreur relative sur le résultat est donc moindre que l'erreur relative commise sur les données. En supposant que les poids étaient seuls erronés ($e = 0$), il a trouvé pour module de l'erreur relative sur l'indice 2,5 %. On vérifie ainsi que l'erreur sur les prix a plus d'importance que l'erreur sur les poids.

D'autre part il a calculé la même erreur par la formule (4) en supposant $D = 0,05$, $\Delta = 1,38$, ces deux chiffres résultant d'un calcul fait sur les éléments de l'indice de l'Economist pour trois années successives. Avec ces valeurs ($e = \varepsilon = 0,21$; $D = 0,05$; $\Delta = 1,38$) le module de l'erreur relative sur l'indice est de 7,7 %, résultat voisin du précédent.

Ces calculs n'étaient qu'une application de formules théoriques. Le professeur Edgeworth est allé plus loin et s'est efforcé de les vérifier expérimentalement. Pour cela, il a par exemple considéré comme vrais les indices obtenus à partir des chiffres de Palgrave et formé des indices erronés en multipliant les prix relatifs et les poids par des chiffres pris au hasard dans une série de chiffres variant autour de 1 conformément à une loi de module égal à 0,21. On obtient une telle série en divisant par 90 des sommes de 20 chiffres pris au hasard. Les différences entre les indices exacts et les indices erronés ont été trouvées très voisines de l'erreur probable théorique. Il a comparé également une moyenne arithmétique simple et une moyenne arithmétique pondérée obtenue en prenant pour poids des sommes de 20 chiffres pris au hasard. Nous avons vu que le module théorique de l'erreur était dans le cas de la moyenne arithmétique simple $\frac{1}{\sqrt{n}} \times D \times \varepsilon$. Dans l'exemple du professeur Edgeworth on avait : $n=19$; $\Delta=0{,}08$; $\varepsilon=0{,}21$. D'où $\mu=0{,}014$ et une erreur probable théorique de 0,067. Or la moyenne pondérée a été trouvée en excès de 0,08 sur la moyenne simple; la concordance est très satisfaisante.

En admettant pour D une valeur de 5 % (valeur tirée des statistiques de l'Economist), le professeur Edgeworth est arrivé aux conclusions suivantes, concernant l'exactitude d'un indice calculé par la formule β appliquée à 27 éléments :

1. Si les poids seuls sont erronés, l'erreur moyenne sur le résultat est 20 fois plus petite que l'erreur à laquelle chaque poids est sujet.

2. Si les prix relatifs seuls sont erronés, l'erreur sur le résultat est d'environ 4 fois 1/2 plus petite que l'erreur à laquelle chaque prix relatif est sujet.

3. Si les poids et les prix relatifs sont erronés, et si l'erreur est la même pour chaque espèce de données, l'erreur sur le résultat est 4 fois 1/2 plus petite que l'erreur sur les

éléments. Si l'erreur sur les poids devient 2 fois plus grande que l'erreur sur les prix relatifs, l'erreur sur le résultat n'en est pas sensiblement accrue. Pour que l'erreur sur le résultat augmente de 50 %, il faut que l'erreur sur les poids soit 5 fois plus grande que l'erreur sur les prix relatifs (rendant ainsi l'erreur totale sur le résultat 3 fois plus petite que l'erreur sur les prix relatifs).

Aussi le professeur Edgeworth conclut-il : « Soignez plus les prix que les poids » (1).

Le professeur Irving Fisher a procédé de son côté à l'évaluation de l'erreur à laquelle sont sujets certains indices actuels. Il s'agit d'une évaluation a priori, qui doit toute sa valeur à la grande expérience de son auteur. Le professeur Irving Fisher évalue séparément les erreurs dues :

1. à la formule mathématique de l'indice
2. au choix des éléments
3. à leur nombre
4. aux erreurs sur les données.

I. Indice du War Industries Board :

Erreur n° 1	0,25 à 0,5 %	
2	moins de	1
3	—	0,5
4	—	0,1

erreur totale inférieure en général à 1 %.

II. Indice de Day :

Erreur n°	1	0,25 %
—	2	1 à 2
—	3	2
—	4	1

erreur totale de 3 à 4 %, peut-être de 5 à 6 %.

(1) Papers, p. 230.

III. Indice du Bureau of Labor Statistics :

Erreur n°	1	0,25 à 0,50 %
—	2	1
—	3	1
—	4	0,1

erreur totale de 1 à 2 %

IV. Indice du Statist :

Erreur n°	1	7,4 %
—	2	1
—	3	1 à 2
—	4	0,1

C'est dans le calcul de l'erreur n° 1 que le professeur Irving Fisher a commis l'erreur qui lui a été si vivement reprochée. Il avait, en effet, indiqué une déviation due au type de moyenne de 36 %, au lieu de 7,4 % pour l'indice de 1920 rapporté à 1867-1877 pour base.

CHAPITRE IX

LES INDICES DES PRIX DE DETAIL, DU COUT DE LA VIE ET DU MINIMUM D'EXISTENCE

Notions générales

Les différents types précédents de nombres indices des prix utilisaient les prix de gros des marchandises. Il existe une autre catégorie de nombres indices qui utilisent les prix de détail des marchandises et de quelques services. Il y a des liens évidents entre les prix de gros des marchandises et les prix de détail correspondants, de sorte qu'on peut se demander d'abord s'il ne serait pas possible de se contenter des indices des prix de gros et de déduire le mouvement des prix de détail de celui des prix de gros.

La nature générale des liens dont je viens de parler est bien connue : on a remarqué depuis longtemps que les prix de détail subissent les mêmes variations que les prix de gros correspondants, ce qui se comprend puisque le prix d'achat en gros est un des principaux éléments du prix de vente au détail, mais qu'ils ne subissent ces variations qu'avec un certain retard, et que leurs variations sont moins amples que celles des prix de gros. Est-il possible d'approfondir ces constatations et de déterminer d'une manière plus précise les liens entre prix de gros et prix de détail ? Les études sur ce sujet sont peu nombreuses. C'est en effet que le décalage dans le temps entre variations des prix de gros et variations des prix de détail est de l'ordre de quelques mois et que jusqu'à ces dernières années on ne disposait guère pour les prix de détail que de statistiques annuelles : il était donc impossible de faire apparaître le décalage en question.

Le Dr Elsass a montré que les deux principaux éléments qui concourent à la formation des prix de détail dans l'avenir immédiat sont d'une part les prix de détail actuels, qui résultent du coût de production du stock de marchandises déjà sur le marché, d'autre part les prix de gros actuels qui déterminent le coût de production du stock de marchandises en formation. Un indice des prix de détail futurs sera donc une fonction des prix de détail actuels et des prix de gros actuels. Le Dr Elsass s'est contenté d'une formule empirique et a posé comme règle que l'indice des prix de détail pour un mois donné est la racine cubique du produit de l'indice des prix de gros pour ce mois par le carré de la valeur qu'avait l'indice des prix de détail deux mois auparavant.

Le professeur Bowley a poussé cette étude plus loin (1). Il a calculé, pour une période de 37 mois se terminant en mai 1922, la corrélation entre l'indice officiel des prix de détail en Grande-Bretagne publié par la Labour Gazette et un indice des prix de gros des denrées alimentaires calculé à partir des éléments de l'indice des prix de gros de l'Economist. Il a fait varier le décalage entre les deux indices pour déterminer quel était le décalage qui donnait la plus forte corrélation et a trouvé un coefficient de corrélation de :

(1) Economica, octobre 1922, pp. 195-207.

0,955 entre l'indice des prix de détail et l'indice des prix de gros 2 mois auparavant
0,968 quand ce même décalage était de 3 mois
0,967 — 4
0,914 — 5

Il a calculé de même la corrélation entre l'indice des prix de détail et la valeur qu'avait ce même indice un certain nombre de mois auparavant et a trouvé un coefficient de corrélation de :

0,622 entre l'indice des prix de détail et sa valeur 1 mois plus tôt
0,907 d° 2
0,529 d° 3

La corrélation trouvée est nettement moins forte que dans le cas précédent.

En partant de ces coefficients et en écrivant que la somme des carrés des résidus est minimum, le professeur Bowley a déterminé, pour la prévision de l'indice des prix de détail à 2 mois, la formule :

$$\frac{3 \times \text{indice des prix de détail} + \text{indice des prix de gros}}{4}$$

La différence moyenne entre l'indice calculé par cette formule et l'indice effectif a été trouvée de 4 % (9 points).

Le professeur Bowley a encore employé une autre méthode : il a calculé la corrélation entre les différences des indices successifs des prix de détail, et les différences des indices successifs des prix de gros 1, 2, 3, ou 4 mois plus tôt, et a trouvé pour coefficient de corrélation 0,49 — 0.505 — 0.52 et 0.41. Il en a conclu que « la variation (en points) entre deux indices successifs des prix de détail est égale aux 3/8 de la variation (en points) de l'indice des prix de gros 3 mois plus tôt. Cette méthode ne donne la prévision que d'un mois sur l'autre, mais elle a l'avantage de ne dépendre que de chiffres récents.

Le professeur Bowley a comparé aussi l'indice des prix de gros du Statist à l'indice du coût de la vie, et trouvé des corrélations presque aussi fortes que pour les denrées alimentaires seules, et des différences moyennes plus faibles :

Coefficient de corrélation entre l'indice du coût de la vie et l'indice des prix de gros.	2	mois plus tôt	0,894
	3		0,938
	4		0,955
	5		0,940

La différence moyenne entre l'indice du coût de la vie et l'indice des prix de gros 4 mois plus tôt a été trouvée égale à 5,9 points (2 1/2 %), encore une partie en est-elle due à des circonstances anormales, et en éliminant les 8 mois anormaux la différence moyenne pour les 29 mois restants n'est-elle plus que de 3,6 points (1 1/2 à 2 %) et le coefficient de corrélation est égal à 0,991.

La formule est : coût de la vie au début d'un mois= 103,6 + 0,58 × indice du Statist 4 mois auparavant. Le professeur Bowley conclut : « cette formule n'exprime pas une loi naturelle ou économique, mais simplement une équation empirique dont les éléments numériques changeront graduellement, et apte à faillir s'il y a quelque perturbation temporaire dans le prix de détail d'une marchandise saisonnière ».

Au lieu de comparer le mouvement général des prix de détail au mouvement général des prix de gros, on peut se borner à comparer la moyenne des prix de détail d'un certain nombre de marchandises à la moyenne des prix de gros des mêmes marchandises. C'est ainsi que M. Dugé de Bernonville a comparé (1) l'indice officiel des prix de détail en France, qui porte sur 13 denrées alimentaires ou de première nécessité, à la moyenne arithmétique des prix de gros des mêmes denrées. Les courbes représentant les deux indices ont « des allures générales à très peu près concordantes, avec tendance à une stabilité un peu plus grande pour les prix

(1) S. S. P., 1924, pp. 275-277.

de détail que pour les prix de gros (1). De plus l'indice des prix de gros est constamment plus élevé que l'indice des prix de détail, et l'on n'observe pas un décalage régulier entre les maxima ou minima de l'une et l'autre courbe : le maximum absolu se place bien en octobre 1920 pour les prix de gros au lieu de novembre pour les prix de détail, on retrouve aussi un autre maximum des prix de gros en septembre 1921, précédant encore d'un mois celui des prix de détail, mais les autres maxima (mai 1922, juin 1923) coïncident, les minima des prix de gros se placent tantôt avant, tantôt après ceux des prix de détail, ou bien encore aux mêmes dates ». Encore M. de Bernonville entoure-t-il ces conclusions de réserves absolument justifiées : « Les conditions différentes dans lesquelles les marchandises sont présentées ou cotées, en gros et au détail, font qu'on éprouve souvent de grandes difficultés à mettre en regard l'un de l'autre des chiffres comparables ». Après avoir étudié en particulier le cas de la viande et du riz, il ajoute : « Ces exemples suffisent à montrer que, même en se limitant à des articles qui se retrouvent chez le détaillant à peu près dans le même état que sur les marchés de gros, c'est-à-dire sans transformations importantes, il est difficile, en raison même des conditions dans lesquelles les prix peuvent être relevés, d'assurer aux chiffres une comparabilité suffisante ».

Ces réserves s'appliquent avec beaucoup plus de force encore à la comparaison du mouvement général des prix de détail au mouvement général des prix de gros. S'il s'agit du mouvement des prix de gros exprimé par un indice pondéré, fût-ce même d'après la consommation — pour se placer dans l'hypothèse la plus favorable —, on verra plus loin que l'indice pondéré des prix de détail ne peut, par la force même des choses, exprimer qu'un phénomène très

(1) De même, dans l'étude précédente, le professeur Bowley avait trouvé que les oscillations des prix de détail des denrées alimentaires n'étaient que les 7/10 de celles des prix de gros correpondants.

particulier, qui n'est en rien comparable aux phénomènes qu'exprime et mesure l'indice des prix de gros. Mais, dira-t-on, n'est-il pas possible, aussi bien pour les prix de détail que pour les prix de gros, d'obtenir par l'effet de la loi des grands nombres la compensation des effets des causes de variation propres à chaque élément, de dégager ainsi l'effet de la tendance commune à tous les prix de gros d'une part, à tous les prix de détail d'autre part, et trouver une fonction simple qui relie les deux variables l'une à l'autre ? Il n'est déjà pas certain que l'on puisse mesurer grâce à la loi des grands nombres la tendance commune à tous les prix de gros. Quant aux prix de détail, il est absolument impossible de dégager de leurs variations une tendance commune grâce à la loi des grands nombres. Il est probable en effet que les causes de variation propres à chaque marchandise auront, par rapport à la cause commune, beaucoup plus d'importance que pour les prix de gros; ensuite il sera tout à fait impossible de réunir un nombre d'éléments suffisant pour que la loi des grands nombres puisse entrer en action. Les échanges dans le commerce de gros s'exercent en général sur un petit nombre de marchés importants et portent sur des marchandises qui sont susceptibles d'être définies et identifiées avec plus ou moins de précision. Au contraire les transactions dans le commerce de détail s'effectuent entre des échangistes beaucoup plus nombreux et beaucoup plus dispersés, et portent sur des marchandises de type et de qualité extrêmement différents. Dans un même lieu, une même marchandise mise en vente diffère complètement de qualité selon la nature de la clientèle à qui elle est destinée à être vendue : si l'on considère, par exemple, les chaussures mises en vente par les différentes maisons que possède dans Paris telle Société à succursales multiples, les chaussures offertes en vente dans les succursales des quartiers riches diffèrent de celles qui sont offertes en vente dans les succursales des quartiers ouvriers. De même les qualités d'un même article que l'on consomme dans les différentes régions de la France ne sont pas les mêmes, etc. Enfin la nature des marchandises échangées au détail varie dans le temps, d'abord parce que les besoins des consommateurs varient, ensuite en raion des phénomènes de mode. Il me paraît donc bien difficile d'établir un lien simple entre les variations générales des prix de gros et les variations générales des prix de détail, et par suite de déduire celles-ci de celles-là, comme le professeur Bowley a cherché à le faire, et c'est à l'aide d'indices appropriés que le mouvement des prix de détail doit être étudié.

On distingue assez souvent, parmi les indices qui utilisent les prix de détail, les indices des prix de détail proprement dits et les indices du coût de la vie. L'Institut International de Statistique a consacré, dans les résolutions qu'il a adoptées à sa session de 1923, un alinéa spécial à chacune de ces catégories d'indices, mais à vrai dire, la définition qu'il en donne ne fait pas ressortir bien clairement qu'il s'agisse d'indices de nature distincte.

Les prix de détail sont ceux qui concernent la consommation individuelle pour la satisfaction immédiate d'un besoin de l'organisme humain; s'ils intéressent chacun de nous, c'est en raison de leur répercussion directe sur nos dépenses, sur le budget de notre ménage. C'est évidemment à l'étude des variations de nos dépenses de consommation, des variations du « coût de la vie », selon l'expression usuelle, que les prix de détail peuvent être appliqués. La nature et la quantité des biens et services que consomment les différents individus sont extrêmement variables, mais les variations dans la consommation seront d'autant moins marquées que la marge qui existe pour l'individu considéré entre son revenu et la somme nécessaire à l'entretien de sa vie sera moins grande. De plus la principale application des indices des prix de détail est la régularisation du pouvoir d'achat du salaire nominal des ouvriers. Aussi la plupart des divers indices des prix de détail qui sont publiés ont-ils pour but l'étude des variations du coût de la vie pour la classe ouvrière. Ainsi les indices que nous allons étudier ont pour but de mesurer la répercussion des variations des prix de détail sur le pouvoir d'achat d'une certaine classe de la population (en général la classe ouvrière, quelquefois — mais très exceptionnellement — l'ensemble de la population) à l'égard des biens et services que consomment habituellement les individus ou les familles de cette catégorie de la population. Les indices en question se présenteront donc comme des moyennes des prix relatifs de détail pondérées d'après la valeur de la consommation ou comme des moyennes agrégatives des prix absolus de détail pondérées d'après les quantités consommées.

Parmi les besoins fondamentaux de l'homme, il en est un dont la satisfaction exige des dépenses beaucoup plus considérables que chacun des autres, souvent même plus considérables que l'ensemble des autres besoins n'en exige, c'est le besoin de nourriture. C'est donc le plus important pour la mesure que nous cherchons à effectuer. Il se trouve aussi — et fort heureusement — que la dépense correspondante est celle dont il est le moins difficile de mesurer les variations. Aussi a-t-on souvent mis au premier plan la mesure de ces variations et a-t-on donné l'appellation beaucoup trop large d' « indice des prix de détail » à un indice des variations de la dépense pour l'alimentation, indice qui n'utilisait donc que les prix de détail d'un certain nombre de denrées alimentaires. A ces denrées alimentaires se trouvaient parfois ajoutés quelques combustibles et produits d'éclairage (charbon, coke, bois, gaz) et quelques produits de nettoyage (savon, amidon, etc.). Même avec cette adjonction, les dits indices ne méritaient nullement l'appellation d'indices des prix de détail; on pourrait plutôt les appeler des indices incomplets du coût de la vie.

Ce n'est que depuis peu d'années que l'on calcule et publie régulièrement des séries d'indices des prix de détail des denrées alimentaires et de première nécessité, et du coût de la vie. Avant la guerre de 1914-1918 il n'en était encore publié qu'un très petit nombre : les quatre plus anciennes de ces séries étaient l'indice officiel anglais, alors annuel et ne portant que sur les denrées alimentaires, l'indice australien, également annuel, et comprenant, en dehors des denrées alimentaires, quelques articles d'épicerie, l'indice américain du Bureau of Labor Statistics, qui était mensuel et ne portait que sur des denrées alimentaires, l'indice officiel canadien, mensuel, portant sur des denrées alimentaires, des articles de nettoyage, le charbon, le bois et le loyer. A la fin de 1914, le Board of Trade rendit son indice mensuel et en juin 1916 commença la publication d'un indice du coût de la vie. De même aux Etats-Unis, les conventions passées en 1917 entre les Unions des Constructions navales et l'Emergency Fleet Corporation, qui prévoyaient la revision des salaires en cas de hausse du coût de la vie, provoquèrent la publication d'indices du coût de la vie. Depuis la guerre le nombre de ces séries s'est multiplié et tous les pays de quelque importance publient des indices des prix de détail des denrées alimentaires, et souvent aussi un indice du coût de la vie.

En raison de leur importance spéciale, j'étudierai d'abord les indices des prix de détail des denrées alimentaires.

CHAPITRE X

LES INDICES DES PRIX DE DÉTAIL DES DENRÉES ALIMENTAIRES

SECTION I

Détermination du régime-type

a) *Méthode de la consommation globale*

L'idée la plus naturelle, quant à la détermination du système de pondération des indices des prix de détail, est de procéder exactement comme on l'a fait pour les indices des prix de gros. Un indice des prix de détail des denrées alimentaires, dans lequel les poids doivent logiquement être proportionnels aux quantités consommées ou à leur valeur, n'est-il pas en effet assimilable à l'indice des prix de gros dont la pondération serait également basée sur la consommation, comme c'est le cas de nombreux indices des prix de gros ? La seule différence est que, tandis que dans les indices des prix de gros on considère la consommation industrielle ou commerciale, dans les indices des prix de détail on considérera la consommation individuelle ou familiale, celle du « dernier consommateur », qui a pour objet immédiat la satisfaction directe d'un besoin humain.

Nous avons vu que par suite de l'insuffisance ou même de l'absence des statistiques de consommation, on se servait habituellement pour déterminer la pondération des indices des prix de gros pondérés d'après la consommation, des statistique de la production nationale et du commerce extérieur, et l'on retenait comme quantité consommée de chacun des éléments de l'indice la quantité produite, à laquelle on ajoutait la quantité importée et de laquelle on retranchait la quantité exportée. En principe rien ne s'oppose à ce qu'on applique la même méthode aux indices des prix de détail des denrées alimentaires : les quantités de denrées alimentaires importées et exportées nous sont connues par les statistiques du commerce extérieur. Si nous disposons de statistiques de la production, nous pourrons déterminer les quantités de denrées alimentaires consommées. Il y a cependant deux réserves à faire immédiatement : nous avons déjà vu la première à propos des indices des prix de gros, c'est que cette méthode néglige la variation des stocks; il ne semble pas que l'objection soit bien grave; la seconde est que les statistiques de production ne tiennent souvent pas compte des quantités consommées sur place; or ces quantités, comme ce serait le cas en France pour les denrées alimentaires, peuvent être importantes. Si la proportion de ce qui est consommé au lieu de production était la même pour toutes les denrées alimentaires, l'inconvénient en question n'existerait pas, mais il n'en va naturellement jamais ainsi; en France notamment, certaines denrées alimentaires importantes proviennent entièrement de l'extérieur, comme le café, le cacao, donc ne sont pas consommées au lieu de production. En outre, il faudrait déduire des chiffres trouvés les quantités non employées à la satisfaction immédiate d'un besoin humain.

Cette méthode de détermination des poids pour les indices des prix de détail est souvent appelée « méthode de la consommation globale », parce qu'elle est basée sur la détermination statistique de la consommation globale de la population habitant le territoire sur lequel portent les statistiques. Elle suppose essentiellement qu'il existe, sinon des statistiques de consommation, du moins des statistiques de production des denrées alimentaires; encore les données de ces statistiques ne peuvent-elles pas être utilisées directement, même dans les hypothèses les plus favorables : si la statistique d'importation du café nous renseigne immédiatement sur la consommation du café (réserve faite de la variation des stocks), la statistique d'importation du cacao ne nous indique pas immédiatement la quantité de chocolat consommée, les statistiques de production et d'importation du blé nous renseignent encore beaucoup moins exactement sur la quantité globale de pain consommée. Supposons même que ces difficultés soient surmontées et que nous puissions calculer avec une exactitude suffisante la consommation globale de la population envisagée. Nous en déduirons la consommation moyenne par tête, d'où, par application des quantités ainsi trouvées aux prix de détail, un indice des prix de détail. Mais une moyenne — il ne faut pas se lasser de le répéter — n'a de valeur que si les données qu'elle est censée représenter ne sont pas trop dispersées : le chiffre de la consommation moyenne, déduit brutalement des statistiques de la production et du commerce extérieur, risque fort de n'avoir aucune valeur représentative dans un pays dont les habitants, par suite de l'étendue géographique du territoire, de la diversité de son climat, etc., consomment des quantités très variables de chaque denrée alimentaire. Nous aurons peut-être un chiffre très exact, mais nous aurons un chiffre dénué d'intérêt, parce que non représentatif et non susceptible d'applications pratiques.

Une variante de la méthode de la consommation globale consiste à évaluer les quantités de chaque denrée vendues par les commerçants les plus importants ou la valeur totale des ventes, pendant une période suffisamment longue. Les chiffres que l'on obtiendrait ainsi seraient sans doute assez représentatifs, mais il semble difficile de procéder avec quelque exactitude à l'évaluation indiquée.

La méthode de la consommation globale a cependant été appliquée aux Indes anglaises, à Bombay, où l'indice des prix de détail était pondéré d'après la valeur de la consommation globale moyenne pour les cinq années qui ont précédé la guerre; elle est encore appliquée en Nouvelle-Zélande, où l'on a pris pour base la consommation globale moyenne des années 1909-1913, et en Afrique du Sud où l'on utilise la consommation globale moyenne des années 1917-1919. Notons que dans ce dernier pays, la méthode de la consommation globale a été substituée à la méthode des enquêtes budgétaires, que je considère pour ma part comme bien préférable en principe.

Il est cependant un cas où la méthode de la consommation globale doit être appliquée, c'est quand toutes les denrées alimentaires sont rationnées, quand la consommation par tête est fixée par voie d'autorité pour chaque denrée. Les quantités ainsi fixées doivent être substituées aux quantités réellement consommées antérieurement au rationnement, telles qu'elles ont pu être déterminées par des enquêtes. Mais il n'y a en général que certaines denrées de rationnées; dans ce cas, l'opportunité d'appliquer la méthode de la consommation globale dépend de la différence qui existe entre les consommations entièrement libres d'avant le rationnement, et les consommations mi-libres, mi-imposées.

Le Ministère anglais de l'Alimentation a appliqué la méthode de la consommation globale en 1919, à une époque de resctriction où elle était en effet susceptible de donner des résultats intéressants. Le Ministry of Food a évalué la consommation totale de la population civile en mars 1919 pour les denrées suivantes : viande, bacon, thé, sucre, beurre, margarine, fromage, œufs, et divisé cette consommation par la population évaluée (1). On estime que la valeur de la consommation de ces denrées représentait les 2/3 de la dépense globale pour l'alimentation. Les chiffres ainsi déterminés ont été appliqués aux prix de détail au 1er mars et au 1er avril 1919, de manière à obtenir l'augmentation de la dépense pour l'alimentation par rapport à l'avant-guerre.

b) *Enquêtes budgétaires*

La meilleure méthode pour déterminer les quantités de denrées alimentaires consommées est de procéder à des enquêtes spécialement instituées à cet effet (2). Mais ici encore tout le problème est dominé par la question de la dispersion des données. L'expérience montre en effet que la quantité de denrées alimentaires consommées varie considérablement d'un individu ou d'un ménage à l'autre. Cette variabilité est telle, selon la classe sociale à laquelle appartient le consommateur, que sans même faire de calculs à ce sujet, on n'a jamais fait porter les enquêtes que sur les classes les moins aisées : ouvriers de l'industrie, travailleurs agricoles, employés, petits fonctionnaires, et quelquefois, mais rarement, petits bourgeois. On a fait observer à juste titre qu'il existe, dans un état donné de la civilisation, un certain nombre de besoins dont la satisfaction est considérée comme indispensable pour l'entretien de la vie, et que la nature et la quantité des articles consommés seront d'autant moins variables que la différence entre le revenu de l'individu ou du ménage considéré et la dépense nécessaire à la satisfaction des dits besoins sera plus faible. On éliminera ainsi une forte part de l'hétérogénéité des données en limitant le but de l'indice à exprimer la variation des prix des denrées alimentaires con-

(1) Bowley, R. S. S., 1919, p. 352.

(2) La plus ancienne étude de cette nature est l'enquête effectuée en 1854, en Belgique ; l'enquête porta sur 85 travailleurs urbains et 104 ouvriers agricoles.

sommées par la classe ouvrière, les petits employés (1), etc. De tels indices permettront la régularisation des salaires réels, réels, ce qui est bien le principal but qu'on puisse assigner aux indices de cette nature.

Même en limitant comme il vient d'être dit la portée des enquêtes budgétaires, on constate que la nature des denrées alimentaires consommées et surtout la quantité consommée de chacune d'elles sont encore très variables. Les causes de cette variation peuvent être rangées en trois groupes :

1. Composition de la famille.
2. Classe sociale ou revenu de la famille.
3. Situation géographique du domicile de la famille.

Il est évident que la quantité des denrées alimentaires consommées variera avec la composition de la famille, c'est-à-dire avec le nombre et l'âge des enfants. Les quantités consommées augmenteront avec le nombre des membres de la famille, mais non pas proportionnellement à ce nombre. On s'est donc efforcé de déterminer l'influence de la composition de la famille sur la dépense pour l'alimentation et l'on a appliqué à cet effet la méthode suivante qui comporte pratiquement deux variantes et qui est fondée sur l'évaluation des besoins en calories, selon le sexe et l'âge des individus.

Les physiologistes ont calculé des coefficients qui expriment le rapport du nombre des calories nécessaires à la femme et aux enfants des différents âges au nombre des calories nécessaires à l'homme adulte exerçant un métier manuel que l'on a pris pour unité. Les jeux de coefficients que l'on a effectivement appliqués sont assez nombreux et parfois assez différents.

(1) L'enquête belge de 1921 a porté en dehors de 1125 ménages d'ouvriers. sur 375 ménages de petits bourgeois et l'on a considéré comme tels : 1° les employés, fonctionnaires, sous-officiers et officiers ayant un revenu annuel inférieur à 10.000 francs ; 2° les détaillants n'ayant pas plus de 5 salariés ; 3° les patrons n'ayant pas plus de 10 ouvriers.

Citons les coefficients d'Atwater, dont on s'est souvent servi :

Homme au-dessus de 15 ans	1,00
Femme au-dessus de 15 ans	0,80
Enfant de 10 à 15 ans	0,70
Enfant au-dessous de 10 ans	0,50

les coefficients appliqués aux résultats de l'enquête ouverte en 1904 en Grande-Bretagne par le Board of Trade :

Homme au-dessus de 14 ans	1,00
Femme au-dessus de 14 ans	0,83
Enfant de 10 à 14 ans	0,73
Enfant de 6 à 10 ans	0,70
Enfant au-dessous de 6 ans	0,50

les coefficients de Zuntz :

Homme adulte	1,00
Femme adulte	0,80
Enfant de 12 ans	0,75
Enfant de 7 ans	0,50
Enfant de 1 an 1/2	0,30

enfin les coefficients adoptés par Silbergleit pour le calcul de son indice du minimum d'existence :

Homme adulte	1,00
Femme adulte	0,80
Enfant de 7 à 12 ans	0,50 .

On peut inversement, comme l'a fait Quételet, prendre pour unité le nombre des calories nécessaires à l'enfant nouveau-né, c'est-à-dire ce qu'on appelle le quet (du nom de Quételet) et évaluer en quets le nombre des calories nécessaires aux enfants plus âgés et aux adultes des deux sexes. D'après Engel, les besoins alimentaires augmentent de façon continue jusqu'à 20 ans pour les femmes, 25 ans pour les hommes, à raison de 0,1 quet par an et restent constants ensuite. La capacité de consommation des adultes serait alors de 3,5 quets pour l'homme, 3 pour la femme.

Certaines applications de la valeur calorifique des aliments, qui ont été faites dans le domaine des nombres indices des prix, soulèvent, comme on le verra, de sérieuses objections, mais ici cet emploi me semble tout à fait légitime, car il ne s'agit que de rendre comparables les dépenses alimentaires faites par les familles de composition différente, en ramenant ces dépenses à ce qu'elles seraient si cette composition était uniforme, et les différences entre les divers jeux de coefficients proposés ne sont pas très fortes. Si l'on considère les coefficients de réduction comme bien établis, on pourra faire porter l'enquête sur des familles de composition quelconque; si au contraire on a quelque doute sur leur valeur, il sera préférable de ne faire porter l'enquête que sur des familles de composition peu différente de la composition-type, en éliminant toutes les familles dont la composition s'en éloigne sensiblement. En tout cas il vaudra mieux éliminer les familles où certains enfants ont des gains personnels par leur travail, pour éviter les complications tenant à l'augmentation du revenu et à son influence sur la consommation, et ne retenir que les familles dans lesquelles les enfants sont tous d'âge inférieur à la limite fixée par la loi pour l'admission au travail.

Les coefficients de réduction étant fixés, on arrêtera une composition-type de la famille et on corrigera la dépense trouvée pour les diverses familles dont on possède le budget, de manière à les ramener toutes fictivement à la composition-type. Ainsi en Grande-Bretagne, lors de l'enquête de 1904, la famille-type choisie comprenait 4,57 unités. Pour une famille de 4,39 unités, on multipliait sa dépense par $\frac{4,57}{4,39}$; on l'augmentait donc de 4,1 %; pour une famille de 5 unités, on multipliait sa dépense par $\frac{4,57}{5}$, c'est-à-dire qu'on diminuait de 8,6 % les quantités indiquées comme consommées. La composition-type est en général déterminée en prenant la composition moyenne de toutes les familles qui ont répondu à l'enquête, ou la composition dominante.

Il existe une variante de la méthode précédente, qui conduit à des résultats plus abstraits, mais se prête peut-être mieux aux comparaisons : elle consiste à diviser la dépense de chaque ménage par le nombre d'unités composant le ménage. On a ainsi ce qu'on appelle la dépense par homme équivalent.

On peut encore appliquer la méthode de la corrélation partielle à la standardisation des familles. Utilisant les chiffres réunis par le Comité Sumner, le professeur Bowley s'est servi de cette méthode pour étudier la dépense alimentaire des 390 familles d'ouvriers qualifiés qui comprenaient au moins deux enfants de moins de 14 ans et il est parvenu à l'équation :

Dépense alimentaire (en shillings) = 14,5 + 9,4 × nombre de personnes de plus de 14 ans + 3,7 × nombre d'enfants au-dessous de 14 ans.

Comparons les résultats théoriques aux résultats effectivement trouvés.

DÉPENSE FAMILIALE EN ALIMENTS
(en shillings)

Nombre total d'enfants au dessus de 14 ans	d'après a formule				d'après les résultats effectifs			
	nombre total d'enfants				nombre total d'enfants			
	2	3	4	5	2 (a)	3 (a)	4 (a)	5 (a)
2	40,7	44,1	48,1	51,8	40,5 (74)	45,2 (74	47,1 (53	52,9 (25)
3	50,1	53,8	57,5	61,2	54,8 (21)	51,2 (17)	58,2 (16)	64,9 (17)
4	59,5	63,2	66,9	70,6	58,0 (19)	60,2 (13)	78,1 (6)	»

(a). — Les chiffres entre parenthèses représentent le nombre des cas correspondants.

Il y a une concordance aussi grande qu'on pouvait l'espérer entre l'expérience et la formule, étant donné l'écart quadratique moyen très élevé et le nombre relativement petit des cas.

Ainsi dans les familles de travailleurs qualifiés, chaque personne supplémentaire de plus de 14 ans entraîne une augmentation de 9 sh. 5 d. de la dépense hebdomadaire et chaque enfant supplémentaire une dépense supplémentaire de 3 sh. 8 d. Comment varie la dépense par homme équivalent quand le nombre des membres de la famille varie ? Supposons qu'il s'agisse d'une famille composée du père, de la mère et de deux à cinq enfants, puis d'une famille composée du père, de la mère, d'un autre homme adulte et d'enfants, enfin d'une famille composée des parents, de deux hommes adultes et d'enfants :

	NOMBRE D'ENFANTS			
	2	3	4	5
Parents	12,6	11,3	10,4	9,7
Parents plus 1 adulte	11,8	10,9	10,2	9,6
Parents plus 2 adultes	11,4	10,6	10,2	9,6

On voit que lorsque le nombre des membres de la famille augmente, la dépense par homme équivalent diminue, mais elle diminue sensiblement plus vite si le membre supplémentaire est un enfant, que si c'est un adulte. Ainsi ce tableau montre que la nourriture risque de devenir insuffisante quand le nombre des enfants augmente.

La nature et la quantité des denrées alimentaires consommées varient également selon la situation sociale et professionnelle des chefs de famille considérés. Il est conforme à la nature des choses qu'un ouvrier manuel qui se livre à des travaux de force n'ait pas le même régime alimentaire qu'un employé de bureau. En outre ce régime varie assez fréquemment avec le revenu de la famille. Aussi peut-il être opportun, pour obtenir des indices représentatifs, d'établir des budgets distincts selon la profession du chef de la famille ou le revenu de la famille. C'est ainsi que l'enquête effectuée en 1912 par le Secrétariat des travailleurs suisses, et qui a porté sur 785 budgets, a conduit à calculer des indices séparés pour les ouvriers qualifiés, pour les manœuvres et pour les employés et fonctionnaires; de même dans l'enquête faite en 1918 en Grande-Bretagne par le Comité du coût de la vie, dit Comité Sumner, qui a porté sur 970 budgets de travailleurs urbains, on a distingué les ouvriers qualifiés, demi-qualifiés et non qualifiés. D'autre part le Ministère du Travail belge publiait des indices séparés pour les ménages ayant un revenu journalier inférieur à 5 fr. lors de l'enquête de 1910, les ménages ayant un revenu compris entre 5 fr. et 8 fr. et les ménages ayant un revenu journalier supérieur à 8 francs.

Enfin le régime alimentaire varie suivant les régions d'un même pays lorsque celui-ci est un peu étendu : il est évident que la nature et la quantité des denrées alimentaires consommées par un ouvrier d'une usine de Roubaix, de la région parisienne, ou de Marseille différeront considérablement les unes des autres. De plus, dans une même région, le régime variera selon qu'il s'agit d'un ouvrier urbain ou d'un travailleur rural. Mais dans le cas de la France, il semble que les travailleurs agricoles salariés soient trop peu nombreux, trop dispersés et trop souvent payés en partie en nature, pour qu'il soit possible de calculer un indice des prix des denrées alimentaires qu'ils consomment; cet indice n'aurait d'ailleurs pas grand intérêt pratique. Nous admettrons que les enquêtes ne porteront que sur les travailleurs urbains.

En limitant ainsi le champ de nos enquêtes, celles-ci nous donneront encore pour les différents ménages soumis à l'enquête des listes très variables d'articles consommés et pour les articles communs aux diverses listes des quantités consommées très variables. Nous réduirons d'abord en partie cette variabilité en ramenant toutes les familles à un type unique, ou en évaluant les quantités consommées par homme équivalent ou par quet. Cela fait, nous resterons en présence de trois causes de divergence : la situation sociale, la situation géographique, les goûts et habitudes de chaque ménage considéré. Peut-on prendre purement et simplement pour régime-type la moyenne des régimes de consommation des familles standardisées, et calculer un indice unique ? Faut-il au contraire établir un certain nombre de régimes-types particuliers, propres à telle ou telle classe sociale ou à telle ou telle région, et calculer autant d'indices qu'il y aura de régimes-types ? Il est impossible de donner à cette question une réponse générale. Tout dépend des résultats de l'enquête, mais on voit immédiatement que, pour que ces résultats soient utilisables, il faut qu'ils soient très nombreux. On devra donc soumettre à l'enquête un nombre élevé de ménages, mais il faut noter ici qu'une enquête de grande envergure sur les budgets de ménage est difficile et coûteuse à faire d'abord, à dépouiller ensuite. On n'obtient pas facilement de ménages ouvriers l'inscription fidèle, régulière et complète de leurs dépenses (1); d'ailleurs il ne faut pas se dissimuler que les ménages qui acceptent de tenir une telle comptabilité ne peuvent être considérés comme exactement représentatifs de l'ensemble de la classe ouvrière. La tenue de comptes indique des individus intelligents, aimant l'ordre, ayant une existence assez stable et des revenus assez réguliers. De même que le concours des organismes collectifs d'industriels et de commerçants est extrêmement utile, sinon même nécessaire, pour la détermination des éléments numériques des indices des prix de gros, de même le concours des syndicats ouvriers et leur collaboration aux enquêtes nécessaires seraient très utiles pour la détermination de la consommation de la classe ouvrière. De même que les patrons ont intérêt à avoir un nombre indice du mouvement des prix de gros qui exprime ce mouvement aussi exactement que possible, de même les ouvriers ont intérêt à avoir un nombre indice du mouvement des prix de détail qui exprime ce mouvement aussi exactement que possible. Si le Gouvernement français, se confor-

(1) Dans l'enquête belge de 1921, il avait été remis 1.500 cartes d'inventaire ; il n'en fut rempli que 1.047 et 848 seulement étaient utilisables.

mant au vœu émis par la deuxième Conférence internationale des statisticiens du travail, entreprend d'ici peu une grande enquête pour déterminer la consommation-type de la classe ouvrière, il est vivement à souhaiter que les syndicats ouvriers insistent auprès de leurs membres pour qu'ils répondent aussi nombreux que possible à cette enquête.

Le professeur Bowley a examiné, au point de vue de la dispersion et de la distribution des données, les résultats de l'enquête du Comité Sumner.

Il a comparé la distribution des dépenses alimentaires hebdomadaires par homme équivalent, pour les 970 familles de travailleurs urbains, à la deuxième approximation d'Edgeworth à la loi des grands nombres et au type III de Pearson.

DÉPENSE	Nombre de cas	Loi des grands nombres	Type III de Pearson
Inférieure à 5,5 *sh.*	18	22 ± 5	7 ± 3
de 5,5 à 7,5 *sh.*	107	123 ± 10	122 ± 10
de 7,5 à 9,5 *sh.*	255	233 ± 13	252 ± 14
de 9,5 à 11,5 *sh.*	245	248 ± 14	250 ± 14
de 11,5 à 13,5 *sh.*	173	168 ± 12	172 ± 12
de 13,5 à 15,5 *sh.*	101	87 ± 9	95 ± 9
de 15,5 à 17,5 *sh.*	38	51 ± 7	45 ± 7
de 17,5 à 19,5 *sh.*	17	22 ± 5	19 ± 4
de 19,5 à 21,5 *sh.*	9	11 ± 3	7 ± 3
supérieure à 21,5 *sh.*	7	1	1

La concordance est remarquable; il n'y a de différence sensible que pour les sept familles de gros mangeurs, et, en ce qui concerne le type III de Pearson, pour les dix-huit familles de revenu très faible.

Si la distribution de ces dépenses est voisine de la normale, leur dispersion est très forte : pour les 13 groupes entre lesquels il avait réparti les 970 observations, le professeur Bowley a trouvé pour le coefficient de variation de l'écart quadratique moyen de chaque groupe les valeurs suivantes :

	Ouvriers qualifiés	Ouvriers 1/2 qualifiés	Ouvriers non qualifiés	ensemble des ouvriers
Ecosse	26	»	36	29
Nord	30	36	30	33
Midlands	34	21	27	31
Londres	21	»	26	24
Est et Sud-Est	30	»	»	33
Sud-Ouest	29	»	»	28
Pays de Galles	30	»	»	30
Grande-Bretagne	31	29	31	32

On trouve donc un coefficient de variation voisin de 30 %, et la dispersion varie peu d'un district à l'autre ou d'une classe d'ouvriers à l'autre. Le professeur Bowley a calculé de même le coefficient de variation interquartile et l'a trouvé égal à 22 % environ. Il a refait le même calcul sur les budgets de familles non ramenées à la composition-type et a trouvé pour les quartiles et la médiane : 36/3, 54/9 et 47/3, d'où un coefficient de variation interquartile d'environ 20 %, chiffre très voisin de celui qui a été trouvé pour les familles de type unifié.

La dispersion des quantités consommées pour chacune des denrées alimentaires figurant dans les divers budgets est encore plus forte : par exemple pour 410 budgets des Midlands, le coefficient de variation interquartile des quantités achetées par ménage a été trouvé de 33 % pour le pain, 37 % pour la viande, 33 % pour le bacon. L'enquête suisse de 1912 a fait ressortir également une forte dispersion des observations.

Quand la consommation est de caractère aussi variable, on est alors placé dans l'alternative suivante : ou bien calculer un seul indice, n'utiliser que les denrées dont la consommation est très générale et varie peu d'un ménage à l'autre, et n'obtenir qu'un chiffre très médiocrement représentatif — ou bien calculer plusieurs indices, par régions ou par groupes sociaux ayant une consommation suffisamment uniforme, et obtenir ainsi des chiffres bien représentatifs, mais non comparables les uns aux autres. C'est la première solution qu'a adoptée la Statistique générale de la France pour le calcul de son indice des prix de détail, en ne faisant porter cet indice que sur 13 denrées alimentaires et de première nécessité, consommées dans toute la classe ouvrière française (et ne comprenant par exemple aucune boisson, bien que les enquêtes des Commissions régionales du coût de la vie aient fait ressortir, en 1920, que la dépense pour la boisson est de 10 à 20 % de la dépense totale pour l'alimentation). Aucune des deux solutions ne peut être considérée comme supérieure à l'autre dans tous les cas. Pour la France, je crois que la seconde solution est la meilleure, notamment en vue de l'adaptation des salaires au coût de la vie. En Grande-Bretagne, il n'est calculé qu'un indice officiel national, mais le professeur Bowley est d'avis (1) qu'il faudrait calculer des indices séparés pour toutes les régions nettement différenciées (Londres, districts miniers, régions agricoles, etc.), encore que les salaires soient souvent calculés sur une base nationale.

L'enquête est généralement faite en remettant aux intéressés, soit des listes de denrées pour lesquelles ils doivent inscrire les quantités consommées pendant une période fixée, soit des livrets de ménage dans lesquels ils inscriront toutes leurs dépenses pendant la période fixée. Cette période devrait théoriquement être d'au moins une année, puisque certains articles dont la consommation est importante sont saisonniers, comme les fruits, les légumes et en particulier les pommes de terre. Pratiquement, étant donnée la difficulté

(1) Times, 17 janvier 1923.

qu'il y a à faire tenir régulièrement des comptes par les ménages ouvriers, on se contente en général de périodes bien moins étendues. La Belgique, par exemple, s'est contentée de 15 jours dans son enquête de 1921 ; cela paraît insuffisant. Il semble qu'une bonne solution serait de relever la consommation pendant 15 jours par trimestre, ou à la rigueur par semestre.

c) *Méthode du budget théorique*

Les deux méthodes précédentes sont basées sur la consommation réelle des individus ou des familles, sur ce que les économistes de langue allemande appellent l' « Ist-Konsum », mais on peut déterminer le régime-type a priori, d'après non pas ce que les individus consomment mais ce qu'ils *doivent* consommer, d'après le « Soll-Konsum ». Une telle méthode est particulièrement à recommander pour le calcul d'un indice particulier que nous examinerons plus loin, l'indice du minimum d'existence.

Comment déterminer les denrées alimentaires qu'un individu doit consommer ? Ce ne peut être que d'après les règles de la physiologie, et plus précisément, puisque la meilleure mesure de la qualité physiologique des aliments consiste en leur valeur calorifique, c'est d'après cette valeur calorifique que nous déterminerons le budget théorique destiné à servir de base au calcul de l'indice des prix de détail des denrées alimentaires. Mais quelles données nous fournira la physiologie ? tout au plus le nombre des calories nécessaires à chaque individu selon son sexe et son âge, la répartition optimum de ces calories entre les trois grands groupes de substances alimentaires : albumine, graisses, hydrates de carbone, et la valeur calorifique des différents aliments. On voit immédiatement que ces données ne suffisent pas à permettre l'établissement du budget théorique, car il y a une infinité de régimes qui pourront fournir les n_1 calories à provenir des substances azotées, les n_2 calories à provenir des corps gras et les n_3 calories à provenir des hydrates de carbone, qu'exigent les physiologistes. Comment choisir entre tous ces budgets ? La méthode du budget théorique ne se suffit donc pas à elle-même. Tous les auteurs qui en ont recommandé l'application, en particulier le D[r] Gigon, qui lui a consacré, en collaboration avec M. Mangold, une importante étude (1), ont reconnu la nécessité d'adjoindre un autre principe aux règles de la physiologie alimentaire, pour la formation du budget théorique. Cet autre principe, c'est de choisir des aliments se rapprochant le plus possible, en nature et en quantité, de la consommation réelle des individus considérés.

La méthode du budget théorique consistera donc à établir un régime-type aussi voisin que possible du régime réel, et donnant le nombre de calories reconnu nécessaire par les physiologistes, ces calories étant réparties entre les trois grandes catégories de substances alimentaires suivant une proportion fixée à l'avance. Le régime réel ne pouvant être connu que par une enquête plus ou moins approfondie, il s'agit en réalité d'une méthode mixte, comportant à la fois des chiffres résultant d'une enquête et des chiffres fixés a priori.

Même ainsi conçue, la méthode du budget-type prête à bien des objections. D'abord les physiologistes ne sont d'accord, ni sur la valeur calorifique des divers aliments, ni sur le nombre des calories nécessaires à chacun, ni sur la répartition de ces calories entre les trois groupes de substances alimentaires.

Nous avons déjà vu que les physiologistes ne sont pas d'accord sur les besoins relatifs des femmes et des enfants par rapport à ceux de l'homme adulte. Ils ne sont même pas d'accord sur les calories nécessaires à celui-ci. Cependant la plupart d'entre eux concluent qu'un ouvrier adulte pesant

(1) J. S. S., 1921.

70 kilos et d'une capacité de travail moyenne doit recevoir 3000 calories par jour, à provenir de 100 grammes d'albumine, 60 grammes de graisses et 500 grammes d'hydrates de carbone. Mais plusieurs physiologistes estiment que le régime ci-dessus contient notablement trop d'albumine. Le Dr Gigon, qui a étudié cette question d'une manière approfondie, et d'ailleurs dans le but spécial de calculer un nombre indice des prix, arrive à des conclusions passablement différentes et adopte le régime théorique minimum suivant :

		Albumine	Graisse	Hydrates de carbone	Calories produites
A. homme	*gr.*	95,9	87,3	369,6	2716
B. femme (qui travaille)	»	75,0	62,0	368,0	2397
C. enfant de 8 à 15 ans	»	58,45	45,38	297,2	1879
D. enfant de 2 à 7 ans	»	31,85	36,75	148,3	1010
E. nourrisson jusqu'à 1 an		1 litre de lait, soit 1033 grammes par jour.			692

Remarquons que les divergences d'opinion entre physiologistes sur la valeur calorifique des aliments et sur le nombre des calories nécessaires à chaque individu ont beaucoup plus d'importance dans le présent problème que dans le problème précédent où l'on n'avait besoin que de chiffres relatifs et non de chiffres absolus.

On a critiqué d'autre part l'emploi des calories comme critère de la valeur physiologique des aliments. Même au point de vue de la physiologie, a-t-on dit — d'ailleurs avec raison —, la valeur calorifique des aliments n'est pas tout. Il faut tenir compte de leur aptitude à satisfaire aux goûts des consommateurs, de leur facilité d'assimilation, qui varie selon les organismes, le climat, le genre de vie, etc. Il est essentiel surtout de tenir compte de la présence ou de l'absence des vitamines, que l'organisme humain est dans l'obligation de recevoir sous peine de dépérir : il est bien établi aujourd'hui que les jeunes enfants, qui sont nourris uniquement de lait stérilisé, même en quantité suffisante, finissent par être atteints de troubles graves, tels que le scorbut, de même qu'au temps de la navigation à voiles les marins étaient souvent frappés de scorbut à la fin des longues traversées pour n'avoir consommé que des conserves. Il ne faut pas s'exagérer la gravité de ces objections, car quelle que soit l'importance des vitamines — et peut-être a-t-on surestimé celle-ci par réaction contre l'abus des calculs calorifiques en physiologie alimentaire —, la caractéristique essentielle de l'utilité des diverses denrées pour la satisfaction des besoins de l'organisme humain reste bien la quantité de calories qu'elles sont susceptibles de fournir à cet organisme; en tout cas les calories sont certainement le meilleur élément de comparaison entre des marchandises aussi différentes que celles qui entrent dans l'alimentation de l'homme.

On a fait observer enfin que le coût d'une calorie varie beaucoup selon l'aliment auquel on la demande et que les ménagères ne tiennent aucun compte de la valeur calorifique des aliments pour le choix des denrées à acheter. En admettant que l'homme adulte ait besoin de deux fois plus de calories que l'enfant de 5 ans, comme le disent les physiologistes, rien ne permet de croire que la ration journalière de l'homme adulte coûtera deux fois plus que celle de l'enfant, si l'un se nourrit de pain, de viande et de pommes de terre, et l'autre de lait, de pain, de farine et de sucre. La difficulté n'est pas contestable, mais on en atténue la gravité en construisant les détails du budget-type d'après la consommation réelle, révélée par des enquêtes, dans le cadre général tracé par les physiologistes. Il n'en reste pas moins que ce cadre lui-même n'est certainement pas respecté dans la réalité.

L'indice des prix de détail des denrées alimentaires calculé par combinaison des règles de la physiologie alimentaire avec les données de l'expérience journalière conserve inévitablement un caractère théorique et risquera de ne pas représenter exactement la variation des dépenses alimentaires des milieux sociaux considérés. En temps normal il est donc préférable de s'en tenir à la détermination du régime type par voie d'enquêtes. Mais à des époques anormales, lorsque la consommation est de nature à varier beaucoup d'un ménage à un autre, même dans les milieux homogènes à tous égards, et que les prix relatifs sont très dispersés, l'application de la méthode du budget théorique est parfaitement justifiée. C'est avec raison que les Etats de l'Europe centrale, et en première ligne l'Allemagne, ont fait usage de cette méthode pour la détermination de leurs indices des prix de détail. L'Office Statistique du Reich a fixé a priori, mais en s'inspirant des données de l'expérience, le besoin normal pour 4 semaines d'une famille composée de 2 adultes et de 3 enfants, de 1 1/2, 7 et 12 ans. Le calcul a montré que le régime ainsi fixé correspondait à 11490 calories, alors que le besoin normal d'après les principes de la physiologie n'était de 10000 calories, si l'on admet avec Zuntz qu'il fallait 3000 calories pour l'homme, 2400 pour la femme, 2250, 1500 et 900 pour chacun des trois enfants. M. Meerwarth a fait observer (1) que cet excès de valeur calorifique du budget fixé provenait surtout de la trop grande quantité de pain incluse dans le budget.

On peut rattacher à la méthode du budget théorique la tentative de détermination d'un indice des prix de détail des denrées alimentaires en Allemagne commencée en 1898 par Jastrow dans la revue « der Arbeitsmarkt » et poursuivie dans la suite par Calwer. Jastrow, puis Calwer sont partis d'un budget réel, la ration hebdomadaire du soldat de marine allemand dans les ports allemands, et ils ont admis a priori que la capacité de travail d'un ouvrier étant comparable à celle d'un soldat de marine, on pouvait prendre, comme dépense hebdomadaire d'une famille ouvrière composée de

(1) Schmoller's Jahrbuch, 1921, p. 750.

2 adultes, et de 2 enfants, le triple de la ration hebdomadaire du soldat de marine. On a objecté à juste titre que cette ration contient plus de viande, donc plus d'albumine et de graisse que celle de la moyenne des ouvriers. La valeur calorifique de cette ration se trouve alors être trop forte (elle correspond en effet à 4018 calories par jour pour l'homme adulte, provenant de 125 gr. d'albumine, 104 gr. de graisse et 614 gr. d'hydrates de carbone, au lieu de 3000, 100, 60 et 500, chiffres habituellement admis). La viande a une influence trop grande, et il manque au contraire des denrées effectivement importantes, telles que les légumes verts et le poisson. Le Dr Calwer a reconnu lui-même le défaut de sa méthode et depuis mai 1921 il calcule le coût d'une ration réduite ne correspondant plus qu'à 2245 calories par homme équivalent et par jour (provenant de 45 gr. d'albumine, 33 gr. de graisse et 430 gr. d'hydrates de carbone).

d) *Comparaison des résultats donnés par les différentes méthodes de détermination des poids*

Les cas où il est possible de comparer les résultats donnés par les différentes méthodes de détermination des poids dans les indices des prix de détail des denrées alimentaires sont peu nombreux, parce qu'en général les auteurs de ces indices n'ont pas eu le choix entre plusieurs méthodes. Je n'ai trouvé que les exemples suivants où la comparaison soit possible.

L'Union Sud-Africaine a remplacé à partir de janvier 1921 un budget familial établi à la suite d'une enquête sur les dépenses de 326 employés de chemin de fer, ayant un salaire annuel de 240 à 300 £, par un budget calculé par la méthode de la consommation globale jugée plus exacte (1).

(1) Social Statistics, n° 3, p. 11.

Pour vérifier que le changement de méthode ne rendrait pas inutilisables les indices sur lesquels les salaires de l'Union reposaient dans une très large mesure, on calcula les indices par les deux méthodes pour les trois derniers mois de 1920 :

	1910	1920 Octobre	1920 Novembre	1920 Décembre
Budget familial.	1.000	1.771	1.769	1.722
Consommation globale.	1.000	1.759	1.753	1.697

De même à Bombay, malgré des divergences considérables entre les poids des différents éléments dans les deux méthodes, on constate que les nombres indices ne diffèrent pas dans une mesure appréciable :

(1914 = 100)	1919		1920		1921		1922	
	juin	déc.	juin	déc.	juin	déc.	juin	déc.
Budget familial.	172	169	174	180	176	180	165	164
Consommation globale.	174	174	180	181	173	179	163	162

Le Comité Sumner a calculé de même l'indice des prix de détail des denrées alimentaires en Grande-Bretagne pour juin 1918 en prenant pour base les prix de juillet 1914, et en appliquant les chiffres correspondant soit à la consommation de juillet 1914 (formule β) soit à la consommation de juin 1918 (formule γ), ces quantités étant déterminées successivement par voie d'enquête ou par la méthode de la consommation globale (appliquée par le Food Ministry à quelques denrées importantes seulement). Les indices trouvés sont les suivants :

D'après les quantités consommées en	Méthode des enquêtes budgétaires	Méthode de la consommation globale
juillet 1914	212	218
juin 1918	202	208

La comparaison ne peut conduire à des conclusions bien nettes, car les éléments ne sont pas exactement les mêmes dans les deux méthodes.

Il eût été intéressant d'autre part de comparer, sinon les résultats de la méthode du budget théorique, qui ne peut être appliquée seule, du moins les résultats donnés par la méthode mixte, aux résultats donnés par la méthode des enquêtes budgétaires, mais il ne semble pas que ces deux méthodes aient été appliquées parallèlement. On peut tout au plus comparer la méthode mixte telle qu'elle est appliquée par le Reich à la méthode de Jastrow-Calwer. L'indice du Reich contenait, il est vrai, dès le début de sa publication, quelques articles de chauffage et d'éclairage et le loyer d'un logement de deux pièces et d'une cuisine, en dehors des denrées alimentaires, mais M. Meerwarth l'a recalculé, ainsi que l'indice de Calwer, de manière qu'ils représentent tous deux les variations du coût de l'alimentation pour une famille de 5 personnes à Berlin. Les deux séries sont alors directement comparables.

		Reich	Calwer
1920	juillet	100	100
»	août	87,45	100,34
»	septembre	87,03	96,24
»	octobre	97,03	109,47
»	novembre	95,85	110,45
»	décembre	104,56	133,47
1921	janvier	101,80	139,50
»	février	95,93	129,99
»	mars	95,45	137,55
»	avril	93,08	135,04
»	mai	89,99	138,12
»	juin	90,57	136,47
»	juillet	104,33	135,70

Si l'on prenait pour base la moyenne juillet 1920-janvier 1921, l'indice pour juillet 1921 serait : 108,41 pour l'indice officiel et 120,32 pour l'indice de Calwer.

On voit que les divergences sont beaucoup plus considérables que dans les exemples précédents.

Nous pouvons donc conclure que les trois méthodes de détermination du budget-type peuvent conduire à des résultats peu différents les uns des autres, mais que les divergences peuvent devenir considérables si les quantités consommées et les prix relatifs sont assez dispersés. On n'est pas en droit de regarder les trois méthodes comme équivalentes. La meilleure méthode est certainement dans le cas général la méthode des enquêtes sur les budgets de ménage, mais ces enquêtes devront porter sur des ménages très nombreux; les dépenses des différents ménages qui répondront à l'enquête seront rendues indépendantes de la composition de chaque ménage par l'emploi de coefficients déduits de la physiologie alimentaire, puis on examinera la dispersion et la distribution des consommations pour déterminer si un indice unique sera suffisamment représentatif pour être susceptible d'applications pratiques, ou s'il est préférable de calculer un certain nombre d'indices différents, soit pour des régions différentes, soit pour des classes sociales différentes. Si l'on est en période anormale comportant de très fortes dispersions des quantités consommées et des prix relatifs, on pourra fixer a priori, d'après les règles de la physiologie alimentaire, les quantités de chacune des trois grandes catégories de substances alimentaires, et répartir ces quantités entre les divers aliments en s'inspirant le plus possible des habitudes des consommateurs. Enfin si l'on ne peut appliquer ni l'une ni l'autre de ces méthodes et si l'on dispose de statistiques de consommation ou de production offrant quelques garanties d'exactitude, on pourra appliquer la méthode de la consommation globale.

SECTION 2

Choix de la formule des indices des prix de détail des denrées alimentaires

L'indice des prix de détail des denrées alimentaires doit être conçu, ainsi que nous l'avons vu, comme un indice de dépense. La formule la plus simple sera donc $\frac{\Sigma p_i q_j}{\Sigma p_m q_n}$ où p et q représentent les prix et les quantités consommées des marchandises considérées, i, j, m et n désignant soit l'époque (ou le lieu) de base, soit l'époque (ou le lieu) considérée. Les indices les plus simples que l'on puisse former résulteront donc de la comparaison de deux des quatre expressions :

$$\Sigma p_0 q_0$$
$$\Sigma p_1 q_1$$
$$\Sigma p_0 q_1$$
$$\Sigma p_1 q_0$$

De ces quatre expressions, les deux dernières paraissent purement artificielles : l'expression $\Sigma p_1 q_0$ représente ce que dépenserait à l'époque t_1 l'individu considéré s'il consommait les mêmes quantités qu'à l'époque t_0 ; l'expression $\Sigma p_0 q_1$

représente ce qu'il aurait dépensé à l'époque t_0 s'il avait consommé les mêmes quantités qu'à l'époque t_1. Au contraire les expressions $\Sigma p_0 q_0$ et $\Sigma p_1 q_1$ représentent ce qu'il a effectivement dépensé à l'époque t_0 et à l'époque t_1. Mais ce n'est là qu'une apparence, car il ne s'agit que d'un individu-type et de consommations-types (les prix p_0, p_1, eux-mêmes ne sont pas des prix réels non plus, à moins qu'il ne s'agisse d'une marchandise bien définie dont le prix ait été uniforme pour toute la région et pendant toute la durée considérées; néanmoins ils sont tirés directement de données réelles et sont plus proches de la réalité que les quantités qui entrent dans le calcul de l'indice). Les deux groupes d'expressions $\Sigma p_0 q_0$, $\Sigma p_1 q_1$ d'une part, $\Sigma p_0 q_1$, $\Sigma p_1 q_0$ d'autre part, correspondent tous deux à des dépenses théoriques. On dira seulement que $\Sigma p_0 q_1$ et $\Sigma p_1 q_0$ représentent des dépenses fictives, $\Sigma p_0 q_0$ et $\Sigma p_1 q_1$ des dépenses-types réelles.

A l'aide des quatre expressions précédentes, on peut former 12 formules élémentaires, qui sont deux à deux inverses l'une de l'autre. En éliminant les rapports qui ne contiennent que les dépenses fictives et les rapports dans lesquels l'élément du dénominateur qui est variable ne se rapporte pas à l'époque de base, nous restons en présence de 5 formules élémentaires intéressantes :

1. $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ exprime le rapport de la dépense à l'époque t_1 à la dépense à l'époque de base. Cet indice tient compte à la fois des changements dans les prix et des changements dans les quantités consommées entre l'époque de base et l'époque considérée. Nous l'appellerons indice α.

2. $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ exprime ce que devient la dépense lorsque les prix varient, mais que les quantités consommées restent constamment ce qu'elles étaient à l'époque de base. C'est la formule bien connue que dans l'étude des indices des prix de gros j'ai appelée β.

3. $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ exprime le rapport de la dépense-type réelle à l'époque t_1 à ce qu'elle aurait été à l'époque de base si à cette époque les quantités consommées avaient été égales à ce qu'elles ont été à l'époque t_1. C'est la formule que j'ai désignée par γ.

Dans les indices β et γ, seuls les prix varient; les quantités restent fixes : dans l'indice β on admet qu'elles sont constamment égales à ce qu'elles étaient à l'époque de base; dans l'indice γ on admet qu'elles sont constamment égales à ce qu'elles sont à l'époque t_1.

Inversement dans les indices $\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ et $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0}$ les prix restent constants et ce sont les quantités qui varient. On peut donc les considérer comme des indices du niveau de vie. Ils expriment en effet les changements de dépense dûs aux changements dans le niveau de vie.

4. L'indice $b = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ exprime le rapport entre ce qu'aurait été la dépense à l'époque de base si les quantités consommées avaient été égales à ce qu'elles sont devenues à l'époque t_1 (c'est-à-dire si le niveau de vie avait été celui de l'époque t_1) et ce que cette dépense a été réellement. Il exprime donc ce qu'aurait été l'influence du changement du niveau de vie sur la dépense à l'époque de base.

5. L'indice $c = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0}$ exprime le rapport de la dépense à l'époque t_1 à ce que cette dépense aurait été si les quantités consommées étaient restées égales à ce qu'elles étaient à l'époque de base, c'est-à-dire si le niveau de vie était resté celui de l'époque de base. Il exprime ainsi l'influence du changement de niveau de vie sur la dépense à l'époque t_1.

Le professeur Bowley a donné (1) un exemple de détermi-

(1) R. S. S., 1919, pp. 344-345.

nation de ces divers indices, à partir des données recueillies par le Comité du coût de la vie, dit Comité Sumner du nom de son président, dont le rapport sur les travailleurs urbains date d'octobre 1918, et par le Comité des salaires agricoles dont le rapport sur les travailleurs ruraux date de mars 1919.

Dans le premier de ces rapports, on comparait les dépenses d'une famille-type de travailleurs urbains en juin 1918 et en 1914 pour 17 denrées alimentaires, pour lesquelles l'enquête avait déterminé les quantités-types consommées par semaine et les prix aux deux époques comparées. On avait trouvé, l'époque de base t_0 étant 1914, l'époque considérée t_1 juin 1918 :

$$\Sigma p_0 q_0 = 246{,}5 \text{ deniers} \qquad \Sigma p_1 q_1 = 455{,}5 \text{ deniers}$$
$$\Sigma p_1 q_0 = 521{,}6 \text{ deniers} \qquad \Sigma p_0 q_1 = 225{,}5 \text{ deniers}$$

Les indices que nous avons énumérés se trouvaient donc avoir pour valeur :

$$\alpha = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = 190, \qquad \beta = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = 212, \qquad \gamma = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} = 202$$

$$b = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = 91, \qquad c = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0} = 87$$

De même pour les travailleurs agricoles on avait pris en considération 17 denrées alimentaires (dont quelques-unes différaient des denrées consommées par les travailleurs urbains) et l'on avait trouvé, l'époque de base étant 1912, l'époque considérée mars-juin 1918 :

$$\Sigma p_0 q_0 = 190{,}1 \text{ deniers} \qquad \Sigma p_1 q_1 = 347{,}5 \text{ deniers}$$
$$\Sigma p_1 q_0 = 388{,}2 \text{ deniers} \qquad \Sigma p_0 q_1 = 173{,}6 \text{ deniers}$$

D'où les indices suivants :

$$\alpha = 184 \qquad \beta = 204{,}2 \qquad \gamma = 200{,}2$$
$$b = 91{,}3 \qquad c = 93{,}6$$

Les indices calculés à l'aide de la consommation globale déterminée par le Ministry of Food étaient les suivants (époque de base : juillet 1914) :

	β	γ
juin 1918	118	108
mars 1919	124	110
avril 1919	117	103

Pour l'indice suisse du Dr Lorenz, calculé à l'aide des prix de l'Union des coopératives de consommation pour 38 articles, l'indice au 1er septembre 1917, rapporté au 1er juin 1914 pour base, est de 192,0 en partant des quantités déterminées par l'enquête de 1912 (formule β) et de 156,5 seulement en partant de la consommation évaluée pour 1917 (formule γ).

L'indice allemand du Dr Kuczynski, dont il sera parlé plus loin, rapporté à mai 1913 pour base, est de 1.600 par la formule β et de 1.300 seulement par la formule γ.

Ainsi les diverses formules entre lesquelles on peut hésiter pour la mesure du mouvement des prix de détail des denrées alimentaires donnent des résultats assez différents les uns des autres, la différence étant d'ailleurs toujours de même sens pour la période considérée. Quelle est celle de ces formules qu'il convient d'adopter ? Remarquons que la formule $\alpha = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ comporte variation des deux éléments prix et quantités; ses variations expriment donc à la fois l'effet des variations dans les prix et dans les quantités, sans qu'il soit possible de distinguer dans ces variations ce qui provient des variations des éléments prix et ce qui provient des variations des éléments quantités. En vérité, il est un cas où cette discrimination peut être faite, c'est quand toutes les denrées comprises dans le calcul de l'indice sont rationnées et taxées : la dépense est alors limitée à une somme fixe. Mais dans aucun pays, pendant la guerre, toutes les denrées n'ont été rationnées et taxées. Sauf en Allemagne, le nombre de ces denrées a été relativement assez faible.

Le Dr Jenny a invoqué en faveur de l'indice α l'argument suivant : il se produit, dit-il, une adaptation constante des consommations aux possibilités, la ménagère répartit sa dépense hebdomadaire de manière à obtenir un ensemble de satisfactions au moins égales à celles qu'elle obtenait à l'époque de base. Il n'y a donc changement dans le niveau de vie qu'en apparence, et en réalité l'indice α ne mesure que l'influence du changement des prix sur la dépense, il mesure le renchérissement effectif, tandis que l'indice β ne mesurerait que le renchérissement nominal. Le raisonnement du Dr Jenny ne s'applique qu'aux époques de hausse des prix et de rationnement, mais même dans cette hypothèse très spéciale, rien ne dit qu'il soit possible, grâce à l'adaptation dont parle le Dr Jenny, de réaliser cette équivalence de la satisfaction totale, cette constance du niveau de vie, qui pourrait seule justifier l'emploi de la formule α. En outre, on ne saurait faire reposer la justification d'une formule sur l'appréciation subjective de la satisfaction par les ménagères. On doit considérer que l'indice α comporte toujours à la fois variation des prix et variation du niveau de vie. Or, ce que nous cherchons à mesurer, c'est la variation des prix. Nous sommes donc logiquement conduits à rejeter la formule α et à nous en tenir aux formules qui expriment la variation de dépense causée par la variation des prix pour une même consommation aux deux époques comparées, ce qui revient à admettre l'égalité du niveau de vie à ces deux époques. Nous n'avons ainsi à choisir qu'entre les deux formules β et γ ou leurs croisements. Presque tous les auteurs sont d'accord sur ce point, au moins en ce qui concerne les époques normales, les périodes de liberté économique. L'Institut International de Statistique, dans sa session de 1923, la deuxième Conférence Internationale des Statisticiens du Travail tenue à Genève en 1925, considèrent comme nécessaire l'égalité du niveau de vie aux deux époques comparées.

Faut-il adopter β ou γ ? Il n'existe aucune raison théorique de choisir une formule plutôt que l'autre; le choix entre ces deux formules est, comme l'a dit très justement M. Meerwarth (1), une pure question de « politique sociale ». En réalité on n'aura que dans des cas très exceptionnels la liberté du choix. Ce que nous avons vu, à propos des nombres indices des prix de gros, au sujet de la difficulté de déterminer les quantités q_1, est encore beaucoup plus vrai en ce qui concerne les indices des prix de détail, où la fixation des quantités exige des enquêtes spéciales, très étendues, très longues, très difficiles et très coûteuses. En pratique donc on appliquera la formule β, ou plus exactement un agrégat à poids constants s'en rapprochant beaucoup. Il arrivera en effet très rarement que l'enquête ait déterminé les consommations, juste pour la période qui sert de base au calcul des prix relatifs. C'est ainsi que la deuxième Conférence des Statisticiens du travail a recommandé l'institution dans tous les pays d'enquêtes nouvelles sur les budgets ménagers, et l'application de leurs résultats au calcul de nouvelles séries d'indices des prix de détail et du coût de la vie. Elle a recommandé, en outre, pour faciliter les comparaisons internationales, de prendre uniformément pour base les prix de 1930. Mais supposons que l'enquête sur les consommations soit faite en 1930. Les résultats n'en seront pas immédiatement disponibles; leur dépouillement et leur étude exigeront de longs mois pendant lesquels il sera impossible de calculer l'indice. Or, comme on peut le prévoir et comme nous allons le montrer plus précisément, le régime-type ne varie que lentement. D'autre part, ainsi que le professeur Edgeworth l'a prouvé, une variation relative des poids dans les formules β et γ n'entraîne qu'une variation relative bien moindre de l'indice. Il n'y a donc aucun inconvénient à adopter la recommandation de la Conférence, qui consiste à faire les enquêtes budgétaires en 1928, de manière que leurs résultats soient disponibles en 1930, époque de base pour les prix, mais si l'on peut prévoir que les indices ainsi calculés

(1) Loc. cit., p. 772.

ne différeront pas pratiquement de ce qu'ils eussent été si l'on avait appliqué strictement la formule β, il n'en reste pas moins que ces indices ne seront pas, théoriquement parlant, calculés par la formule β, puisque pour les prix la période de base sera 1930 et pour les quantités 1928.

L'application de la formule β a cependant soulevé à un moment donné de véhémentes critiques. Au lendemain de la guerre, le professeur Bowley a stigmatisé (1) l' « absence marquée d'initiative des statisticiens officiels de plusieurs pays » qui ont continué à appliquer un régime-type établi avant la guerre et que les circonstances rendaient inapplicable, en raison de la disparition de nombreuses marchandises du marché, ou du rationnement de certaines autres, etc. Les critiques du professeur Bowley s'adressaient notamment au Board of Trade qui appliquait une moyenne arithmétique des prix relatifs, pondérée d'après la dépense pour l'année de base. « Or le chiffre ainsi obtenu est interprété par les leaders ouvriers comme mesurant la hausse des salaires, nécessaire pour maintenir le niveau de vie d'avant-guerre dans sa complète intégrité. Mais à cause de la limitation des offres, il était, et il est manifestement impossible de maintenir le niveau de vie sans modification; cette mesure devenait donc purement académique... Le chiffre obtenu est communément cité par la presse comme mesurant la hausse du coût de la vie, et ne paraît pas être contesté par le Gouvernement quand il alloue des salaires, et il forme une partie de la base qui sert à fixer les salaires des cheminots depuis septembre 1918. Un dommage énorme a été ainsi causé par l'emploi inconsidéré de cette formule. Une hausse de 4 points de l'indice entraîne en effet une augmentation annuelle de plus d'un milliard de livres pour les salaires des seuls cheminots. » Le professeur Bowley rappelait en effet que d'après les travaux du Comité Sumner, la dépense en aliments n'avait

(1) R. S. S., 1919, p. 347.

réellement augmenté que de 90 %, alors que l'indice officiel indiquait pour juin 1918 une hausse de 108 %.

Ces critiques furent aussitôt relevées. Dans la discussion qui suivit la communication du professeur Bowley à la Royal Statistical Society, M. Gonner et sir Leo Chiozza Money s'efforcèrent de justifier l'emploi de la formule β. M. Gonner d'abord fit observer qu'il eût été pratiquement impossible de remplacer l'indice β par une nouvelle formule qui aurait donné des résultats inférieurs, sans inspirer aux ouvriers le soupçon que le changement de formule n'avait eu pour but que de restreindre les augmentations de salaires et en particulier de ménager les finances de l'Etat. De son côté, sir Leo Chiozza Money examina la question au point de vue théorique et tint le raisonnement suivant : « Poussons les choses à l'absurde et supposons que l'Allemagne ait réussi en 1917 à affamer l'Angleterre. Les quantités consommées auraient tendu vers zéro, donc le coût de la vie aurait tendu vers zéro, donc les salaires auraient dû tendre vers zéro. Voilà à quoi aboutit le raisonnement du Comité Sumner. » En réalité l'argument ne porte pas, car dans l'étude des nombres indices des prix, il faut évidemment exclure a priori le cas où la quantité totale de denrées alimentaires disponibles est insuffisante pour la nourriture de la nation. Dans l'hypothèse de la famine, aucune formule d'indice n'est applicable. Mais sir Leo Chiozza Money poursuit, et cette fois son raisonnement me paraît absolument juste : « Le mineur était habitué avant la guerre à manger, sur le lieu de son travail, un peu de fromage. Vint le temps où il n'y avait plus de fromage. « Bien, dit la méthode Sumner, vous n'avez donc plus be- « soin d'argent pour en acheter. » Ainsi le Comité Sumner mesure le coût de la vie par la dépense actuelle des familles ouvrières. Comme le fromage disparaît de la liste d'achat, il disparaît du budget examiné. Donc, d'après la théorie Sumner, le coût d'achat de ce fromage disparaîtrait, bien que le fromage ait beaucoup augmenté de prix. Ainsi, d'après cette théorie sur la fixation des salaires, le mineur n'aurait pas la garantie du Gouvernement ou de son patron qu'il recevra autant d'argent qu'il serait nécessaire pour payer le coût accru du fromage, parce que le fromage n'était pas nécessaire. Elle refuserait donc à la famille du mineur une somme supplémentaire qui pourrait être consacrée à quelque autre achat, par exemple d'une boîte de saumon, afin de procurer à l'homme qui remonte de la mine cette satisfaction et cette nourriture qui lui ont manqué du fait qu'il a travaillé sans fromage ». Il faut tenir compte en effet de ce que les indices ne s'appliquent jamais qu'à un nombre restreint de marchandises, et quand on se trouve dans une période de rationnement il faut envisager les substitutions possibles de nouveaux aliments à ceux qui peuvent avoir disparu, ou l'addition d'aliments aux aliments rationnés, en vue de compléter un bilan déficitaire. L'indice β, tout en correspondant moins exactement à la réalité qu'en temps normal, n'est pas à rejeter en période de rationnement, car il permet ces opérations de substitution (1).

On a adressé à cet indice un autre reproche, en partant d'une considération absolument opposée. Le professeur Bowley lui reprochait, au cours de la période de rationnement et de hausse des prix qui a suivi l'armistice, de laisser supposer que la dépense de la famille-type avait plus augmenté qu'elle ne l'avait fait en réalité. Le professeur Aldo Contento (2) lui a reproché au contraire de donner des indications trop faibles qui, si on les applique à la fixation des salaires, entravent le progrès naturel et désirable dans les conditions de vie de la classe ouvrière. Le professeur Contento croit en effet à l'existence « d'une tendance logique à un perfectionnement progressif de l'existence individuelle et sociale des travailleurs ». Il estime donc qu'il ne faut plus « prendre pour base

(1) Le professeur Bowley a d'ailleurs reconnu (Times, 17 janvier 1923, p. 11) que les arguments par lesquels on avait attaqué l'indice officiel (anglais, calculé par la formule β) en 1920, avaient perdu une grande partie de leur force en 1922.

(2) Giornale, 1921, p. 15.

de comparaison un bilan, c'est-à-dire un ensemble de consommations et de satisfactions, qu'il faut tenir désormais pour dépassé et capable de perfectionnements infinis ». Mais il ne faut pas vouloir faire jouer à un nombre indice des prix de détail un rôle qu'il n'est pas apte à jouer. On peut légitimement l'utiliser (ou de préférence un indice du coût de la vie) à la fixation des salaires, mais il est chimérique de lui demander de permettre la participation des ouvriers au progrès social. Ainsi MM. Bowley et Contento, pensant tous deux à l'application possible des indices en question à la fixation des salaires, ont reproché à la formule β de donner l'un des résultats trop forts qui conduisaient à accorder aux ouvriers des salaires qui excédaient ce qu'ils devaient normalement recevoir eu égard aux restrictions de l'époque, l'autre des résultats trop faibles qui conduisaient à leur accorder des salaires qui n'étaient pas en accord avec la tendance normale à l'amélioration des conditions de vie de la classe ouvrière. Ces deux reproches opposés ne sont pas fondés, étant entendu qu'il faudra se garder d'attribuer à l'indice β en période de rationnement le sens et la portée qu'on lui donne en période de liberté économique.

Plusieurs auteurs cependant, tenant compte des changements inévitables dans le niveau de vie de la classe ouvrière, changements qui rendent impossible l'application prolongée de la formule β sans des modifications qui risquent d'altérer la validité des indices, ont cherché une formule d'indice telle que les deux régimes comparés assurent à la famille-type la même quantité de satisfactions, nutritives ou autres. Mais que faut-il entendre par « satisfaction » ? En supposant même que la satisfaction causée par un aliment puisse être mesurée, comme on l'a souvent proposé, par sa valeur calorifique (ce qui n'est pas sans soulever de sérieuses objections), nous avons vu que la condition de donner un pouvoir calorifique constant ne peut permettre à elle seule de fixer un régime-type. Le professeur Bowley a envisagé une autre méthode. D'après les chiffres précédemment cités, une famille-type qui aurait vécu en 1914 selon le régime réellement pratiqué en 1918, aurait dépensé 225,5 d. par semaine, tandis qu'en réalité elle avait dépensé 246,5 d. La perte de satisfaction causée à la famille-type par le changement de régime, dit le professeur Bowley, peut être considérée comme à peu près la même que si le chef de famille avait dû ramener sa dépense alimentaire de 246,5 à 225,5 d. Ainsi le professeur Bowley propose de prendre pour mesure de la perte de satisfaction l'indice $b = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$. Reprenant les chiffres du Comité Sumner, il conclut que le travailleur urbain dépensait 90 % de plus pour sa nourriture en 1918 qu'en 1914 et recevait en retour 9 % de satisfaction en moins. Supposons alors que ce travailleur augmente de 9 % les quantités de chaque denrée qu'il consommait en 1918 : on peut estimer que de cette façon il compense la perte de satisfaction que lui aurait causée le changement de régime. En comparant la dépense ainsi obtenue en 1918 avec le nouveau régime, à la dépense de 1914, on aura donc un excellent indice qui mesurera l'influence sur le coût de la vie des changements dans les prix, pour un régime qui assure à l'individu une satisfaction constante. Mais le nouvel indice ainsi proposé s'écrit $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} = \gamma$ et n'est donc autre que l'indice γ. Le niveau de vie existant à l'époque considérée fournit ainsi, selon le professeur Bowley, « une méthode de pondération plus saine que le niveau à l'époque de base ». Mais quelque intéressant que soit l'indice *b* comme expression numérique du changement dans le niveau de vie, on ne saurait dire qu'il mesure la perte de satisfaction causée par le changement de régime. De plus dans l'hypothèse même du professeur Bowley, c'est-à-dire dans le cas d'une période de rationnement et de hausse des prix, il n'aurait peut-être pas été possible de pratiquer un régime dans lequel les quantités q_1 auraient été multipliées par 1/b. Donc en admettant même que le régime $\frac{R_1}{b}$ puisse produire la même satisfaction que le régime R_0, il n'est pas démontré qu'en raison du rationnement et des restrictions en vigueur, le régime $\frac{R_1}{b}$ eût été effectivement praticable. On ne voit ainsi aucune raison de préférer théoriquement dans n'importe quel cas la formule γ à la formule β, qui est pratiquement la seule que nous puissions employer.

On a parfois proposé d'employer des formules croisées $\frac{\beta+\gamma}{2}$, $\sqrt{\beta.\gamma}$ ou des formules à budgets croisés $\frac{\Sigma p_1 (q_0+q_1)}{\Sigma p_0 (q_0+q_1)}$, $\frac{\Sigma p_1 \sqrt{q_0 . q_1}}{\Sigma p_0 \sqrt{q_0 . q_1}}$, mais outre qu'en pratique il est impossible de les appliquer d'une manière continue, ces formules ont l'inconvénient théorique de ne correspondre à aucune conception simple. Je citerai cependant un exemple très connu d'application de la formule $\frac{\beta+\gamma}{2}$. Désirant comparer le coût de la vie dans différents pays pour la période 1905-1909, le Board of Trade a calculé qu'un ouvrier anglais allant en Allemagne et conservant son genre de vie habituel aurait dépensé pour l'alimentation et le chauffage 18 % de plus que s'il était resté en Angleterre; puis il a calculé ce que dépenserait en Angleterre un ouvrier allemand conservant son genre de vie, et a trouvé qu'il dépenserait 7,4 % de moins qu'en Allemagne. Il a pris alors comme indice des prix en Allemagne, les prix en Angleterre servant de base, la moyenne entre 118 et $100 \times \frac{100}{92,6} = 108$, soit 113.

Pour les raisons qui viennent d'être exposées, nous prendrons donc comme formule des séries d'indices des prix de détail ou du coût de la vie la formule β $(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0})$ ou les agrégats à poids constants $\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}$ analogues à la formule β (les q étant les quantités déterminées pour une époque voisine de l'époque de base, et restant constantes pendant toute la durée d'application de l'indice).

Ce régime-type, qu'on suppose correspondre à la consommation de l'époque de base ou d'une époque voisine, devient de plus en plus éloigné de la réalité à mesure que l'on s'éloigne de l'époque à laquelle il a été déterminé. Pourrons-nous cependant le maintenir un certain temps, et combien de temps ?

M. Knibbs a étudié les effets sur un indice des prix de détail en Australie d'un changement progressif du régime-type. Deux régimes-types A et F avaient été établis, l'un pour l'année 1908, l'autre pour l'année 1913. Chacun de ces régimes comprenait sept denrées que l'autre ne comprenait pas ; les quantités du régime F étaient calculées de manière que le coût total du régime en 1913 fût égal au coût total du régime A à la même époque, ceci afin d'assurer la pseudo-continuité. Pour les années intermédiaires on avait fixé les quantités de manière à faire varier les régimes en progression arithmétique de A à F. Les régimes A, B, C, D, E et F se trouvaient ainsi être les suivants :

Articles	Unités	Rég. A 1908	Rég. B. 1909	Rég. C. 1910	Rég. D. 1911	Rég. E. 1912	Rég. F. 1913
Pain	lb	»	167	334	501	668	836
Farine	d°	300	242	184	126	68	10
Thé	d°	»	6	12	18	24	30
Café	d°	30	24	18	12	6	»
Sucre	d°	300	320	340	360	380	400
Riz	d°	50	40	30	20	10	»
Sagou	d°	8	6	5	3	2	»
Confitures	d°	»	15	29	44	59	73
Farine d'avoine	d°	35	28	21	14	7	»
Raisins	d°	»	3	6	9	12	14
d°	d°	14	12	9	6	3	»
Bougie	d°	30	24	18	12	6	»
Savon	d°	50	53	56	59	62	64
Pommes de terre	d°	1.000	897	794	691	589	487
Lait	(quarters)	400	360	320	280	240	200

Beurre	lb	»	11	22	33	44	55
Fromage	d°	»	3	6	9	12	15
Œufs	douz.	9	11	13	15	16	18
Bacon	lb	20	24	28	32	36	40
Bœuf	d°	»	70	140	210	280	350
Mouton	d°	750	600	450	300	150	»

Examinons pour chacune des cinq années considérées quelle eût été la dépense si l'on avait adopté l'un ou l'autre des cinq régimes.

COUT RELATIF DE CHAQUE RÉGIME

(*le coût du régime A étant pris pour unité*)

Régime	1908	1909	1910	1911	1912	1913	moyenne
A	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
B	9.994	10.012	9.983	9.989	9.973	10.006	9.921
C	9.983	10.019	9.961	9.979	9.941	10.025	9.981
D	9.972	10.027	9.941	9.968	9.910	10.009	9.966
E	9.953	10.026	9.910	9.957	9.871	10.005	9.945
F	9.935	10.026	9.882	9.847	9.834	10.000	9.926
Moyenne	9.973	10.016	9.946	9.968	9.921	10.007	9.968

Ainsi, pour une même annéée, le régime influe peu sur la dépense. La différence maximum par rapport au régime A choisi comme point de comparaison est de 0,66 %. Que seraient les indices pour les diverses années selon le régime adopté ?

INDICES DES PRIX POUR LES DIVERS RÉGIMES

(1908 = 10.000)

Régime	1908	1909	1910	1911	1912	1913
A	10.000	9 748	10.378	10.683	11.560	11 530
B	10 000	9.766	10.367	10.671	11.536	11.543
C	10.000	9.784	10.356	10.660	11 512	11.5[illegible]9
D	10.000	9.802	10.345	10 649	11.488	11 573
E	10 000	9 820	10.333	10 637	11.465	11.590
F	10,000	9.838	10 322	10.626	11 442	10 605

Les différences sont si faibles qu'on peut admettre qu'on obtiendrait un résultat exact en adoptant pour toute la période un régime unique, par exemple $\frac{A+B}{2}$, ou $\frac{C+D}{2}$ ce qui revient au même. Dans cet exemple un régime une fois adopté peut être conservé pendant cinq ans sans inconvénient.

Lorsque le Board of Trade a revisé en 1914 son indice des prix de détail, établi à la suite d'une enquête faite en 1904 sur 1944 budgets de famille, il a reconnu qu'à part une légère retouche pour introduire la margarine, il n'y avait aucune modification à apporter au budget-type établi 10 ans auparavant. De même le professeur Bowley a montré (1) que même si la margarine avait remplacé le beurre dans une forte proportion et la viande importée la viande indigène, et si les quantités de sucre et d'œufs consommées avaient été réduites, l'indice des prix de détail qui était alors de 178 avec l'ancien régime serait encore resté supérieur à 170.

D'une manière générale un régime-type peut donc être conservé pendant un certain nombre d'années, variable selon que les prix relatifs sont plus ou moins dispersés et que les habitudes des consommateurs sont établies d'une façon plus ou moins fixe. S'il vient à être démontré que des changements substantiels se sont produits dans la nature et la quantité des denrées consommées, il faudra adopter un nouveau régime-type et former une nouvelle série d'indices d'après le nouveau régime. Il est préférable, pour laisser aux indices une signification nette, de ne pas croiser les deux régimes. Il sera bon en général de calculer à la fois les deux indices d'après chacun des régimes-types pendant quelques périodes avant et après le changement de régime.

On assure une pseudo-continuité des deux séries en multipliant les quantités du nouveau régime par un facteur tel que l'indice de l'époque du changement de régime soit le même dans les deux systèmes : précisons que la continuité

(1) Times, 17 janvier 1923.

obtenue n'est qu'apparente et que les deux séries ne peuvent être comparées correctement l'une à l'autre. C'est ainsi qu'aux Etats-Unis, à partir du 1er janvier 1921, le nombre des denrées alimentaires utilisées fut porté de 22 à 43, la pondération fut changée d'après les résultats d'une enquête effectuée en 1918; le Bureau of Labor Statistics continua la publication de l'ancienne série, mais en outre, pour rattacher la nouvelle série à l'ancienne, on calcula le pourcentage de variation pour les 43 articles de décembre 1920 à janvier 1921, et on obtint l'indice de janvier 1921 servant de point de départ à la nouvelle série en appliquant ce pourcentage à l'indice de décembre 1920 de l'ancienne série.

Une méthode analogue fut appliquée à Amsterdam : jusqu'en 1920, le budget-type était calculé en combinant la consommation d'avant et d'après la guerre; puis une nouvelle série fut établie d'après les résultats d'une enquête faite en mars 1920 et l'on prit pour nouvelle base l'indice de mars 1920 dans l'ancienne série .

Section 3

Calcul proprement dit des indices des prix de détail

Quelles sont les denrées que l'on peut utiliser au calcul d'un indice des prix de détail ? Si l'on examine les séries d'indices des prix de détail qui sont actuellement publiées, on est aussitôt frappé par le petit nombre des éléments qu'elles comprennent. La plupart d'entre elles ne comprennent que de 10 à 30 denrées alimentaires, très rarement plus de 50; quelquefois on ajoute aux denrées alimentaires un petit nombre d'articles de chauffage et d'éclairage (alcool, pétrole, charbon, coke, bois) et de nettoyage (savon, amidon, etc.). En France, l'indice des prix de détail ne porte que sur 13 denrées alimentaires et de première nécessité, parce qu'on voulait un indice unique pour toute la France;

on était donc obligé de se limiter aux articles d'une consommation tout à fait générale. Comme pour les indices des prix de gros, les éléments choisis doivent avoir des variations de prix en corrélation aussi faible que possible entre elles et aussi forte que possible avec celles des éléments négligés. A la différence de ce que nous verrons pour les indices du minimum d'existence, il n'est nullement nécessaire de prendre en considération tous les éléments de la dépense des intéressés, pourvu que la corrélation indiquée existe.

Le Dr Mangold a soutenu (1) qu'on peut sans inconvénient diminuer beaucoup le nombre des éléments des indices des prix de détail et qu'en particulier on pourrait réduire les 42 éléments de l'indice basé sur les prix de l'Union suisse des coopératives de consommation à 18 ou même 15, sans en changer la variation. Cette conclusion a été vivement combattue par M. Brüschweiler (2) qui a contesté qu'on puisse trouver un petit choix de marchandises qui varie comme l'ensemble des marchandises. Tout dépend, comme nous l'avons vu pour les indices des prix de gros, de la corrélation qui existe entre les variations de prix des différentes denrées alimentaires.

Comme dans toute comparaison, il est indispensable que les éléments soient susceptibles d'être définis et identifiés avec précision, et que leur identité se maintienne pendant toute la durée d'application de l'indice. A vrai dire, ici plus encore que pour les indices des prix de gros, ce n'est pas l'identité physique, mais l'identité économique qui importe. Si deux articles analogues, mais non physiquement identiques, se sont remplacés mutuellement dans la consommation, il n'y a pas à se préoccuper de cette substitution. Quand une loi vient prescrire par exemple qu'au lieu de pain de pure farine de blé, il ne pourra plus être mis en vente que du pain contenant une proportion donnée de farines de suc-

(1) J. S. S., 1922, p. 245.
(2) J. S. S., 1923.

cédanés, cette substitution d'une denrée à une denrée un peu différente peut être entièrement négligée dans le calcul d'un indice des prix de détail des denrées alimentaires. L'indice du Bureau of Labor Statistics est remarquable par le soin avec lequel on a assuré l'identité et l'homogénéité des éléments prix; pour la viande notamment, on a établi des schémas de découpage, pour bien fixer la nature des morceaux cotés; pour le pain, on distingue selon que les prix sont donnés par 16 onces de pâte ou à la livre cuite (ce qu'on a trouvé correspondre à 18 onces de pâte), etc.

Quelles sont les sources auxquelles on peut demander les prix de détail dont on a besoin pour le calcul de l'indice ? D'abord les commerçants détaillants dont la clientèle se recrute dans la classe sociale à laquelle se réfère l'indice : cette condition peut cesser à un moment donné d'être satisfaite, si par exemple les quartiers ouvriers d'une ville se déplacent; dans ce cas il faut avoir soin, comme le fait le Bureau of Labor Statistics américain, de déplacer ses sources d'information. Le Bureau prend soin également de se procurer des cours dans les magasins de tous les types existants (magasins vendant à crédit ou non, livrant à domicile ou non, etc.). Dans certains pays les commerçants détaillants ont l'obligation légale de répondre aux questionnaires qui leur sont adressés en vue du calcul des nombres indices des prix. On peut aussi questionner les coopératives de consommation, organismes dont la clientèle est bien en général celle que concernent les indices calculés. En Suisse par exemple les prix de l'Union des coopératives de consommation ont servi d'excellente base au calcul d'un indice des prix de détail. En France, la Statistique générale de la France publie, parallèlement à son indice ordinaire des prix de détail calculé à l'aide des prix fournis par les maires des villes de plus de 10.000 habitants, une série d'indices calculés à l'aide des prix indiqués par un certain nombre (d'ailleurs variable de mois en mois) de coopératives de consommation Les deux séries d'indices montrent des variations tout à fait analogues. Le prix servant au calcul de l'indice peut être soit une moyenne arithmétique simple des prix recueillis dans le milieu auquel se réfère l'indice, soit une moyenne arithmétique pondérée par exemple d'après l'importance de la clientèle des divers commerçants qui ont indiqué des prix ou d'après le nombre des adhérents des coopératives, soit encore le prix dominant. La centralisation et l'élaboration des données relatives aux prix peuvent être faites ou par les autorités locales (comme dans l'indice officiel français des prix de détail) ou par des agents locaux des autorités centrales : les autorités locales, mieux au courant des conditions économiques locales, sont souvent plus compétentes pour ce travail que les agents de l'autorité centrale, mais la seconde solution permet d'assurer plus d'uniformité dans le calcul. Le choix entre les deux méthodes est une question d'espèce.

Le choix des méthodes de constatation des prix et des sources auxquelles ces prix sont demandés peut cependant parfois avoir une grande influence sur la valeur des indices. C'est ainsi que les modifications apportées par l'Office statistique du Reich en mars 1922 au mode de relevé des prix et au nombre des villes où s'effectuait ce relevé ont obligé à recalculer les indices antérieurs, tellement les différences entre les indices calculés par les deux méthodes étaient considérables :
(les indices ci-dessous comprennent outre des denrées alimentaires, quelques articles de chauffage et d'éclairage et le loyer)

(1913-1914 = 100)

	1920			1921		1922		
	févr.	juin	déc.	juin	déc.	févr.	avril	mai
ancienne série	635	845	934	896	1.550	1.989	2.804	3 048
nouvelle série	706	953	1.047	1.048	1.746	2.209	3.175	3.462

Quant aux poids, nous avons vu comment on les calculait. Il importe toutefois de rappeler ici que ces poids n'ont pas à être déterminés avec beaucoup de précision. En effet le régime-type est conditionné en grande partie par des nécessités physiologiques. Or il subsiste toujours une certaine équivalence entre les dépenses que peuvent causer les diverses manières de satisfaire à ces nécessités. Ce n'est que quand les conditions de vie de deux collectivités sont très différentes qu'il devient impossible de les comparer valablement. Il serait vain par exemple de comparer deux régimes dont l'un consisterait surtout en viande, pain, beurre et café, et l'autre en riz, poisson, sucre et thé. Néanmoins des différences très considérables dans le régime-type de consommation ne produisent très souvent que des différences insignifiantes dans les indices correspondants. M. Knibbs (1) a comparé par exemple le coût, d'après les prix en Australie, des régimes suivants : I. Régime du Bureau de recensement et de statistique de la Confédération australienne. II. Régime de l'enquête anglaise du Board of Trade en 1904. III. Régime résultant d'une enquête effectuée dans le Nord de l'Australie et s'appliquant à une famille ouvrière de deux adultes et deux enfants. IV. Régime diététique de Richard Arthur.

		I	II	III	IV			I	II	III	IV
pain	lb	21,1	22 0	18,0	20,0	pommes					
farine	d°	6,7	10,0	1,0	0,5	de terre	lb	20,2	17,0	7,0	14,0
thé	d°	0,7	0,6	1,0	0,5	oignons	d°	1,5	»	5,0	»
café	d°	0,05	»	»	»	lait	qt	6,8	5	6	7
sucre	d°	10,4	5,33	6,0	4,0	fromage	lb	0,3	0,75	»	»
riz	d°	1,1	»	3,0	2,0	beurre	d°	2,1	2,0	1,5	2,0
sagou	d°	0,2	»			œufs	n.	4,9	12,0	15,0	»
confit.	d°	1,6	»	2,0	1,0	jambon	lb	1,0	1,5	»	»
farine	d°					bœuf	d°	8,7			
d'avoine	d°	0,8	»	»	3,3	mouton	d°	7,5	6,5	15,0	16,0
raisins	d°					porc	d°	0,8			
secs	d°	0,6	»	»	1,0						

On voit combien ces régimes diffèrent. Or l'indice pour l'année 1915, l'année 1912 étant prise pour base, est :

(1) Rapport n° 9, p. 190.

Régime I		125,5	Régime II : 123,2
d°	moins les œufs	125,5	
d°	moins le beurre	125,4	Régime III : 124,3
d°	en réduisant la viande des 2/3 et augmentant le pain de 1/3	122,8	Régime VI : 128,8
d°	en réduisant seulement la viande des 2/3	122,3	

Moyenne des huit régimes : 124,7

Les différences sont faibles, et même insignifiantes en ce qui concerne les trois premiers régimes. Mais ces différences augmenteraient avec la dispersion des prix.

Si les différences entre les résultats donnés par les formules β (régime de l'époque de base) et γ (régime de l'époque considérée) ont été assez fortes pour les années de guerre ou d'après-guerre, c'est surtout parce que des mesures de rationnement ou de restriction venaient entraver le libre choix des individus. En Allemagne par exemple de très fortes divergences ont été relevées entre des indices partant de régimes-types différents. C'est que pour certaines denrées il existait des prix maxima : pour celles-là le prix relatif était relativement bas. Au contraire pour les denrées qu'il fallait se procurer dans le commerce libre, les prix relatifs étaient particulièrement élevés. On comprend que selon que les divers régimes contenaient plus ou moins de denrées à prix limités, ou de denrées à prix non contrôlés, les indices correspondants pouvaient présenter de fortes différences. En Grande-Bretagne, la différence entre les indices α et β s'est notablement atténuée vers le milieu de 1918, parce que le bacon n'était pas rationné et que les consommateurs comblaient en bacon les insuffisances de leur consommation en denrées rationnées (1).

Il reste un dernier point à examiner, et qui, tout particulier qu'il est, a une assez grande importance, je veux parler de l'inclusion des denrées saisonnières dans la compo-

(1) Bowley, R. S. S., 1919, p. 350

sition des indices. Il est certain d'une part que les denrées saisonnières (fruits et légumes et dans une certaine mesure œufs) jouent un rôle très important dans l'alimentation (diverses évaluations concordantes fixent à 1/4 de la dépense alimentaire totale la dépense en denrées saisonnières), d'autre part que ces denrées n'ont pas varié de prix par rapport à l'avant-guerre dans les mêmes proportions que les autres denrées alimentaires. Donc si on ne les comprend pas dans le calcul de l'indice, on fausse celui-ci : en Suisse, par exemple, le Dr Mangold estimait en 1922 que l'indice utilisant les prix de l'Union des coopératives était rendu trop fort de 15 à 22 points par l'absence des denrées saisonnières. Et pourtant presque aucun indice ne les comprend dans son régime-type : la Labour Gazette, décrivant l'indice officiel anglais des prix de détail, écrit (1) : « Le seul article important omis dans la composition de l'indice, ce sont les fruits et les légumes autres que les pommes de terre; on a dû renoncer à les inclure à cause des larges variations de qualité, des variations saisonnières de l'offre et de la demande et de l'impossibilité résultante d'obtenir des valeurs continues et comparables des prix. » (2) Il est incontestable que la difficulté est sérieuse : les fruits et les légumes sont souvent cotés à la pièce, à la botte, au panier, à la corbeille, etc. Le qualités mises en vente sont très diverses et difficiles à fixer d'une manière précise, les prix subissent des variations notables et brusques, ils diffèrent selon qu'il s'agit de denrées mises en vente sur les marchés ou en boutique,

(1) Mars 1920, p. 118.

(2) De même M. Royal Meeker, commissaire de l'U. S. Bureau of Labor Statistics, a insisté dans une communication au 31e Congrès de l'American Economic Association sur « le caractère profondément décevant de la pomme de terre... invention diabolique si impopulaire chez les auteurs de nombres indices du coût de la vie », et il proposait avec humour de nommer un Comité mixte de l'American Economic Association et de l'American Statistical Association pour étudier les pommes de terre et déterminer quand une pomme de terre nouvelle devient ce qu'on peut appeler une pomme de terre de table et quand une vieille pomme de terre cesse d'être une pomme de terre !

etc. D'autre part il n'est pas possible de les remplacer par des denrées de valeur calorifique totale équivalente puisqu'on a tout lieu de croire que le prix de ces denrées a une allure de variation propre. Même si l'on arrivait à déterminer le prix de ces denrées, leur inclusion soulèverait encore une difficulté : il est impossible en effet de les faire figurer dans le régime-type pour la quantité qui en est consommée en moyenne dans l'année, puisque les quantités qui en sont consommées chaque mois sont très variables. Ce n'est donc pas la consommation annuelle, ou la consommation moyenne qu'il faut considérer, mais, comme l'a fait remarquer M. Mangold (1), la quantité qui en est effectivement achetée dans le mois considéré. On serait amené ainsi à former 12 budgets mensuels distincts, comprenant des quantités différentes de denrées saisonnières, et à rapporter les prix de chaque mois à ceux du mois correspondant de la période de base. Quelque difficile que soit la question, elle est trop importante pour qu'on la néglige, et il faut s'efforcer d'introduire les denrées saisonnières dans le calcul des indices des prix de détail des denrées alimentaires; on ne aurait malheureusement donner à ce sujet des indications générales. La plupart des indices de cette nature comprennent les pommes de terre, mais M. Mangold a fait observer que certains consommateurs, même peu aisés, achètent leur provision annuelle de pommes de terre en une seule fois, à l'automne, et bénéficient de prix de demi-gros, tandis que d'autres les achètent au fur et à mesure de leurs besoins et les paient au détail à des prix plus élevés et qui vont en augmentant jusqu'au début de l'été. Selon les habitudes du milieu auquel se réfère l'indice, et sur lequel aura porté l'enquête, il pourra y avoir lieu d'établir le régime-type en tenant compte de l'un ou l'autre des deux modes d'achat des pommes de terre.

(1) J. S. S., 1922, p. 245.

CHAPITRE XI

LES INDICES DU COUT DE LA VIE

Les indices des prix de détail des denrées alimentaires ne pourraient prétendre exprimer la variation générale du coût de la vie pour les milieux auxquels ils se réfèrent — même si on adjoint aux denrées alimentaires quelques denrées de première nécessité — que s'il était établi que ces articles varient dans l'ensemble comme le reste des biens et services que consomment les dits milieux pour la satisfaction de leurs besoins. Or l'expérience prouve qu'il n'en est nullement ainsi; dans les pays qui publient une série de nombres indices du coût de la vie, on publie en général parallèlement des indices des prix de détail des denrées alimentaires, et les deux séries non seulement n'ont pas les mêmes valeurs, mais encore ne varient pas de la même manière. La chose s'explique aisément et pouvait être prévue en ce qui concerne le coût du logement. Chez la plupart des belligérants européens et même chez certains neutres, les loyers ont été réglementés et leur valeur contenue dans certaines limites. Les prix des articles d'habillement présentent également des variations ayant une allure propre. On a eu de ce fait une illustration saisissante en Allemagne : quand l'Office Statistique introduisit les articles d'habillement en 1922 dans l'indice officiel du coût de la vie, celui-ci subit une modification considérable.

(1913-1914 = 100)	1922 mai	1922 juin
habillement.	5 667	6. 605
coût de la vie, habillement non compris	3.462	3. 779
coût de la vie, y compris habillement	3.751	4. 156

On pourrait objecter, il est vrai, que la dépense pour l'alimentation est beaucoup plus considérable que les dépenses nécessitées par chacun des autres besoins de l'organisme humain, et même souvent plus considérable que l'ensemble de ces dernières dépenses. Dans ces conditions, les variations des dépenses pour l'alimentation pourraient dominer les variations de l'indice général du coût de la vie, mais l'expérience montre que la prépondérance des dépenses pour l'alimentation n'est pas telle que la différence d'allure entre les variations des prix des denrées alimentaires et celles des articles d'habillement, du logement, etc., puisse être négligée.

Il est donc indispensable, si l'on veut mesurer les variations du coût de la vie, de prendre en considération les dépenses de toute nature, et non pas seulement les dépenses pour l'alimentation. Or il va de soi que la mesure des variations du coût de la vie offre beaucoup plus d'intérêt, notamment pour la régularisation des salaires réels, que la mesure des seules variations des dépenses pour l'alimentation. Si l'on s'est contenté d'abord dans beaucoup de pays de calculer un indice des prix de détail des denrées alimentaires, c'est que le calcul de ce dernier indice, tout en offrant des difficultés assez sérieuses et en ne donnant que des résultats assez approximatifs, est cependant, comme nous allons le voir, bien plus facile et donne des résultats plus exacts que celui des indices du coût de la vie.

On a l'habitude de répartir les différentes dépenses en cinq groupes

1. Alimentation
2. Eclairage et chauffage
3. Habillement
4. Logement
5. Divers

Cette classification a été notamment conseillée par l'Institut International de Statistique et par la Conférence Internationale des Statisticiens du Travail. Il n'y a d'ailleurs rien à y redire. Mais si cette répartition des dépenses se justifie économiquement, puisqu'elle correspond à des différences dans la nature des besoins de l'organisme humain à satisfaire, il n'en résulte pas immédiatement qu'elle soit justifiée du point de vue de la statistique. Comme nous l'avons vu pour les indices des prix de gros, une telle décomposition en groupes n'est justifiée que si chacun des groupes a une allure de variations dans les prix qui lui soit propre. En fait il y a tellement de différence a priori entre le prix des articles d'habillement et les loyers, par exemple, qu'on peut présumer qu'il est nécessaire de calculer séparément un indice du coût de l'habillement et un indice du coût du logement. Il y a cependant là un point qui, pour certains groupes de dépenses, mérite d'être examiné attentivement.

Dans beaucoup de séries d'indices du coût de la vie, il n'est tenu compte qu'en apparence dans le calcul de l'indice général de l'existence de groupes parmi les biens et services considérés. En effet on calcule bien des indices de groupes de la forme $\frac{\Sigma p_1 q}{\Sigma p_0 q}$, mais pour calculer l'indice général on se borne à former Σpq pour *tous* les éléments sans distinction, c'est-à-dire à calculer la dépense globale pour les deux époques et à en prendre le rapport. C'est ce que M. Barnett (1) appelle la méthode agrégative de formation

(1) Q. J. E., 1921.

de l'indice général. Avant de montrer que cette méthode ne tient pas compte de l'existence de groupes d'éléments ayant une allure de variation propre, remarquons que même si l'on admet qu'il n'y a pas à se préoccuper des groupes, la moyenne agrégative pondérée des prix absolus n'est pas en général identique à la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs, contrairement à ce qui se passe pour les indices des prix de gros. C'est que le plus souvent, comme nous l'avons vu pour les indices des prix de détail des denrées alimentaires, la pondération résulte d'une enquête qui ne porte pas sur la période servant de base au calcul des prix relatifs. Si *a* est l'époque à laquelle se rapporte l'enquête, la moyenne agrégative pondérée des prix absolus est $\frac{\Sigma p_1 q_a}{\Sigma p_0 q_a}$, et la moyenne arithmétique pondérée des prix relatifs est $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_a q_a}{\Sigma p_a q_a}$. Ces deux expressions ne sont pas identiques l'une à l'autre; leur différence varie avec la dispersion des indices de groupe et avec le poids accordé aux groupes très divergents par rapport à la moyenne. C'est ainsi qu'aux Etats-Unis, l'indice du coût de l'alimentation pour 1917, avec 1914 pour base, était sensiblement plus élevé que les indices des autres groupes : en prenant pour base la répartition des dépenses de 1917 au lieu de prendre celle de 1914, on exagérait l'augmentation du coût de la vie. M. Barnett a calculé l'indice pour Philadelphie par les deux méthodes et a trouvé 143,8 et 140; la différence n'est pas négligeable.

La méthode agrégative de formation de l'indice général a évidemment un avantage, c'est sa simplicité. On détermine un régime-type, c'est-à-dire qu'on choisit pour l'alimentation, le chauffage, l'habillement, etc., un certain nombre de biens ou de services, on fixe une quantité pour chacun d'eux, on multiplie cette quantité par le prix correspondant à l'époque de base et à l'époque considérée et le quotient des deux agrégats est l'indice cherché. C'est le rapport des dépenses aux deux époques pour tous les articles pris en considération, le niveau de vie étant supposé le même. Mais cette méthode simple est incorrecte s'il existe des groupes d'éléments dont les variations de prix ont une allure propre. Elle ne donnerait de résultats exacts que si chacun des groupes était également bien représenté, mais il n'en est pas ainsi.

Le nombre des articles pris en considération dans chaque groupe est très variable selon les pays. D'après la documentation du Bureau International du Travail (1), le nombre des denrées alimentaires va de 16 (Vienne) à 55 (Pays-Bas), celui des articles d'habillement de 0 ou 3 (Autriche) à 54 ou 57 (Etats-Unis); le nombre des articles divers est encore beaucoup plus variable (0 dans certains pays, 65 aux Etats-Unis, dont 22 articles d'ameublement et articles de ménage), mais le nombre des articles n'a pas grand intérêt, parce que souvent un même article est représenté par un grand nombre de qualités ou variétés différentes (en Australie, sur 41 denrées alimentaires, il y a 10 qualités de viande de bœuf et 7 de viande de mouton). Ce qui importe, c'est la proportion dans chaque groupe entre les dépenses correspondant aux articles représentés dans l'indice et les dépenses correspondant aux articles non représentés. Or cette proportion, de même et plus encore que pour les nombres indices des prix de gros, est très variable selon les groupes. Pour le groupe du logement, par exemple, cette proportion est 0 ou 100 % : ou on néglige la variation du coût du logement, ou on en tient compte; dans ce dernier cas, le groupe ne contient qu'un élément, le coût du logement d'importance moyenne pour le milieu auquel se réfère l'indice. Dans le groupe de l'alimentation, il est possible d'obtenir une assez bonne représentation de l'ensemble des dépenses. Pour l'indice des Eats-Unis, la dépense correspondant aux denrées prises en considération représente plus des 2/3 du budget

(1) Etudes et Documents, série N, n° 6, 1925.

alimentaire total d'une famille ouvrière moyenne, en Grande-Bretagne cette même dépense représente environ les 3/4 de la dépense alimentaire totale (soit 45 % du budget total), en Suisse environ les 4/5, en Belgique 88,3 % etc. Pour le groupe de l'éclairage et du chauffage on peut aussi en général assurer une assez bonne représentation, mais pour le groupe des articles d'habillement et surtout pour celui des articles divers, il est souvent très difficile, comme on le verra plus loin, de trouver des articles qui offrent les qualités que doivent posséder les éléments d'un indice.

Dans ces conditions il est nécessaire d'appliquer la même règle que pour les indices des prix de gros, c'est-à-dire calculer d'abord des indices de groupe, puis calculer l'indice général en pondérant les indices de groupe proportionnellement à l'importance du groupe, c'est-à-dire à la dépense pour l'ensemble du groupe.

Pour le calcul des indices de groupes, une première question se pose : faut-il ou non pondérer les prix des différents éléments pris en considération dans le groupe ? Il n'y a évidemment aucune raison théorique de ne pas tenir compte de l'importance relative que peuvent avoir les divers éléments de chaque groupe, et l'on doit en principe pondérer tous les groupes comme on pondère le groupe de l'alimentation. Des trois méthodes que nous avons étudiées pour les indices des prix des denrées alimentaires, l'une est évidemment inapplicable, la méthode du budget théorique, du « Soll-Konsum ». On a pu plus ou moins déterminer a priori la quantité d'aliments que « doit » consommer un individu, en se basant sur la valeur calorifique des aliments et sur le nombre des calories nécessaires à l'individu, mais en admettant qu'on puisse, pour un climat donné, déterminer a priori quelques règles sur les moyens à mettre en œuvre pour éviter la dissipation de l'énergie calorifique produite par la combustion des aliments (et ce serait sans doute tout un ordre de recherches à instituer), on ne voit pas comment ces règles permettraient de répartir ces moyens entre le groupe des combustibles et celui des vêtements (l'un et l'autre étant capables de se remplacer mutuellement dans une certaine mesure); on ne voit pas davantage comment déterminer la quantité d'articles d'éclairage, ni a fortiori la quantité d'articles divers (objets d'ameublement, ustensiles de ménage, frais de transport, d'instruction, etc). qu'un individu « doit » consommer.

La méthode de la consommation globale pourrait être appliquée à tous les groupes comme elle l'est au groupe des denrées alimentaires, mais pratiquement si l'on peut concevoir une évaluation de la somme payée en loyers pour l'ensemble de la propriété bâtie d'un territoire, d'où la consommation globale de l'article « logement », il semble bien difficile d'obtenir au moyen de statistiques générales la consommation en articles d'habillement, d'ameublement, etc. Si même on pouvait obtenir la valeur globale de la consommation, le chiffre obtenu pour la consommation par tête en divisant la consommation totale par le nombre des membres du milieu étudié serait dépourvu de toute valeur représentative.

C'est donc en général par voie d'enquête que l'on déterminera la quantité de combustibles, d'articles d'éclairage, de vêtements, etc., qui est consommée par une famille-type pendant une certaine période de temps, ainsi que les sommes dépensées pendant la même période pour le logement, les transports, les plaisirs, l'instruction, etc. Pour l'étude des quantités de denrées alimentaires consommées, on a vu qu'en raison de l'importance des denrées saisonnières il était indispensable théoriquement de faire porter l'enquête sur une année au moins. Ici il faudrait faire porter l'enquête sur des périodes beaucoup plus étendues, puisque les achats de certains articles ne se reproduisent qu'à des intervalles très éloignés. Pratiquement comme il est impossible de faire porter sur de longues périodes des enquêtes sur les dépenses ménagères, on en est réduit à procéder à des évaluations assez grossières appuyées sur les réponses aux questionnaires adressés aux intéressés. Il ne faut même pas hésiter à renoncer à comprendre dans le calcul les articles dont la consommation est répartie sur de trop longues périodes, par exemple le mobilier : le coût d'une chaise de cuisine ordinaire, par exemple, est évidemment à négliger, bien que ce soit un élément du coût de la vie, parce que la dépense théorique mensuelle correspondant à l'amortissement de la chaise est trop faible. Mais il n'en est pas de même pour les vêtements, qui doivent être renouvelés tous les ans par exemple ou tous les deux ans. Dans beaucoup d'indices on ne pondère pas l'indice du coût de l'habillement. Il serait cependant préférable de le pondérer, car il n'est nullement impossible de déterminer avec une approximation suffisante la consommation en vêtements, linge, etc. Cela est fait d'ailleurs dans certains indices ,qui accordent par exemple pour deux ans : un complet, un manteau, deux paires de souliers, deux chapeaux, quatre chemises, quatre caleçons, six cols, six paires de chaussettes, six mouchoirs, deux cravates par adulte (ou trois fois ces quantités pour une famille de quatre personnes) (1). Les indices américains du Bureau of Labor Statistics et du National Industrial Conference Board comportent pour le groupe « habillement » une pondération très détaillée et très soigneusement étudiée. Il est également désirable et possible de pondérer le groupe « divers », en déterminant par une enquête la somme dépensée pendant une période donnée pour chacun des éléments du groupe. Pour calculer les poids du groupe « éclairage », si l'on était appelé à utiliser des statistiques d'avant-guerre, il pourrait être opportun de tenir compte de la diminution de consommation due à l'institution de l'heure d'été.

Si l'on renonce à pondérer les indices de groupe, soit que cela paraisse inutile, soit qu'il soit impossible de déterminer les poids même approximativement, il faut tenir soigneuse-

(1) Pondération de la Commission statistique centrale de Vienne.

ment compte des hypothèses que comporte implicitement l'emploi des formes simples de moyennes, et choisir la forme correspondant à l'hypothèse qu'on juge la moins éloignée de la réalité. Si l'on a des raisons d'estimer que la dépense à l'époque de base était sensiblement la même pour tous les éléments du groupe, on prendra la moyenne arithmétique simple des prix relatifs de ces éléments $(\frac{1}{n}\Sigma\frac{p_1}{p_0})$; si au contraire on a des raisons de croire qu'à l'époque de base les intéressés achetaient un même nombre de chacun des éléments, on prendra la moyenne agrégative des prix absolus $(\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0})$.

Le choix des éléments à prendre en considération est dicté par les mêmes règles que pour les autres indices : on doit retenir des articles aussi peu corrélés que possible entre eux et aussi fortement corrélés que possible avec ceux qu'on néglige. A cet égard certaines recherches ont abouti à des constatations curieuses. On a reconnu par exemple aux Etats-Unis que les prix des vêtements d'enfants ont des variations moins amples que ceux des vêtements d'adultes (1).

		vêtements				vêtements	
		d'adultes	d'enfants			d'adultes	d'enfants
1920	Juin	100	100	1923	Mars	59	62
	Décembre	89	91		Juin	59	63
1921	Mai	76	78		Septembre	60	63
	Septembre	65	69		Décembre	60	63
	Décembre	62	66	1924	Mars	60	63
1922	Mars	59	63		Juin	59	63
	Juin	58	62				
	Septembre	58	61				
	Décembre	58	61				

La différence n'est évidemment pas très considérable (environ 6 % en moyenne), mais elle est toujours de même

(1) Carr, A. S. A., 1924, p. 501.

signe. On aurait donc tort de considérer les variations de prix des vêtements d'adultes comme représentatives des variations de prix des vêtements d'enfants. Il convient de même de tenir compte, comme le fait le Bureau of Labor Statistics, des articles d'été et des vêtements d'hiver.

Les prix destinés à servir au calcul des indices de groupe seront demandés, comme pour les indices des prix de détail des denrées alimentaires, aux commerçants ayant une clientèle recrutée dans le milieu auquel se réfère l'indice, ou aux Sociétés et Compagnies intéressées quand il s'agit de denrées tarifées (frais de transport, gaz, électricité, etc.). La difficulté est, plus encore que pour les denrées alimentaires, d'assurer l'identité et l'homogénéité dans l'espace et dans le temps des cotations utilisées, parce que les articles sont souvent malaisés à définir avec précision. C'est l'identité économique et non l'identité physique qu'il faut respecter. Si les données sont obtenues des commerçants au moyen de questionnaires, la précaution habituelle, pour être certain que les cours qu'ils indiquent pour les périodes successives se rapportent bien à la même marchandise, est de les prier de donner en même temps que le cours de la période considérée celui de la période précédente; la comparaison des réponses successives permet de dépister les erreurs. Si la marchandise a disparu du marché, on invite le détaillant à lui substituer la qualité la plus voisine, en indiquant le rapport des qualités de l'ancien et du nouvel article. A vrai dire cette méthode des questionnaires repose sur les estimations d'un nombre plus ou moins grand de commerçants dispersés à travers la région sur laquelle porte l'indice et risque de conduire à certaines erreurs. Il est évidemment bien préférable de faire relever les prix chez les commerçants par des agents spéciaux. Le contact direct, personnel et fréquent des commerçants avec des fonctionnaires spécialisés, bien au courant des conditions à observer, des difficultés éventuelles à surmonter, donne certainement de meilleurs résultats, mais c'est une méthode très onéreuse qui n'est à la portée que de

Services statistiques richement dotés, comme le Bureau of Labor Statistics.

La forme suivant laquelle les prix sont relevés peut conduire à des erreurs systématiques. C'est ainsi qu'on a expliqué une divergence systématique entre les indices américains du Bureau of Labor Statistics et du National Industrial Conference Board pour le logement, par le fait que le Board obtenait l'indice du logement en questionnant des agents de propriétés auxquels il demandait le pourcentage moyen de variation des loyers; questionné sous cette forme, l'agent se trouvait inconsciemment poussé à ne tenir compte que des loyers qui avaient varié (en l'espèce augmenté) et à négliger tous les loyers qui, n'ayant pas varié, n'attiraient pas son attention; il était ainsi conduit à donner un prix relatif systématiquement trop fort.

Le prix servant au calcul de l'indice est obtenu à partir des renseignements donnés par les diverses personnes questionnées, en prenant la moyenne simple ou pondérée, ou la dominante, comme pour les indices des prix de détail des denrées alimentaires. Pour les articles dont la définition précise est particulièrement difficile à donner, il est prudent de renoncer à demander aux commerçants d'indiquer le prix absolu de l'article. Il vaut mieux, comme on le fait pour l'indice officiel anglais, se faire indiquer un pourcentage de variation et on prendra la moyenne ou la dominante des pourcentages indiqués par les diverses sources. Les conditions de centralisation et d'élaboration des données relatives aux prix sont les mêmes que pour les indices des prix de détail. En Allemagne, la centralisation est faite par les municipalités, sauf pour les articles d'habillement pour lesquels le calcul est fait par l'autorité centrale.

Certains articles d'habillement peuvent être achetés tout faits ou être confectionnés dans le ménage. Dans cette dernière hypothèse, on n'a à se préoccuper que des matières premières servant à la confection de ces articles, ce qui permet d'arriver à des résultats plus précis, parce qu'il est bien plus facile d'obtenir des chiffres comparables, dans tout le champ de l'indice et pour toute la période étudiée, pour les matières premières que pour les articles confectionnés, mais dans la première hypothèse il est nécessaire de prendre en considération le prix des articles tout faits, parce que le coût de la confection ne varie pas de la même manière que le prix des matières premières.

L'indice du groupe « divers » est celui qu'il est le plus difficile de déterminer, parce que les articles correspondants sont malaisés à définir avec précision, que les prix et les poids ne sont connus que très approximativement. Parmi les éléments qui figurent dans les séries actuellement publiées, citons : dans l'indice officiel anglais, les articles de nettoyage, les journaux, les frais de transport, le tabac; dans l'indice de Vienne, les savons, les frais de coiffeur et de bains, de transport, les journaux; dans l'indice de Cologne, le savon, la lessive, les impôts, les assurances maladie et invalidité, les journaux; dans l'indice officiel allemand, le savon, la soude, les serviettes, les crayons, les journaux, les frais de coiffeur, de transport, de cinéma, etc.; dans l'indice du Bureau of Labor Statistics (qui comprend en outre un groupe « mobilier et articles de ménage »), les frais de tramways, journaux, frais médicaux et pharmaceutiques, les articles de nettoyage et de toilette, les frais de coiffeur, de téléphone, les spectacles, le tabac; dans l'indice du National Industrial Conference Board, les frais de tramway, de médecin, de lecture, de téléphone, d'assurance, de récréation, les articles de ménage, les frais religieux et les aumônes, les cotisations, les sucreries, le tabac. On conçoit que les prix et les poids correspondant à ces articles si variés ne soient pas toujours connus très exactement. Fort heureusement, comme on va le voir, le poids accordé à cet indice de groupe dans l'indice général n'est jamais très considérable.

L'un des articles que je viens d'énumérer soulève un problème spécial. On a vivement discuté, notamment à la 2e Conférence des Statisticiens du travail, l'opportunité de comprendre les impôts dans le groupe « divers ». Naturellement il ne s'agit ici que des impôts directs, car les impôts indirects sont incorporés dans le prix d'achat des marchandises ou des services qu'ils frappent. Si le champ de l'indice du coût de la vie est limité, comme c'est le cas habituel, à la classe ouvrière, le problème ne se pose que si les impôts directs qui frappent la classe ouvrière sont assez élevés. On sait que ce n'est pas le cas en France, mais, au point de vue théorique le problème mérite d'être signalé. La dépense correspondant aux impôts a ceci de particulier qu'elle ne dépend pas du libre choix de l'individu, mais qu'elle est fixée par la législation en vigueur et est obligatoire. Son montant est indépendant de toute loi de l'offre et de la demande, en général il varie avec le revenu de l'individu, ce qui peut conduire à calculer différents indices en répartissant les individus, auxquels se rapporte l'indice, par catégories de revenu. Mais il y a une difficulté spéciale, c'est que l'impôt n'est pas, en général, dans les systèmes fiscaux modernes, proportionnel au revenu, mais bien progressif, de sorte qu'il ne suffit pas de tenir compte des variations des tarifs fiscaux, mais qu'il faut aussi prendre garde aux changements dans le revenu de l'individu qui peuvent l'avoir fait passer d'une catégorie dans une autre. Il est naturellement indispensable de supposer que les services rendus par l'Etat sont les mêmes aux deux époques comparées. C'est ainsi que si l'on voulait comparer en France les impôts payés après la Séparation des Eglises et de l'Etat aux impôts payés avant la Séparation par les fidèles des divers cultes antérieurement reconnus par l'Etat, il faudrait ajouter aux impôts payés après la Séparation les sommes versées par ces fidèles aux ministres de leur culte pour l'entretien de ce culte.

Les indices de groupe étant calculés, l'indice général est obtenu en pondérant ces indices proportionnellement à la dépense consacrée à chaque groupe, telle que l'enquête l'a révélée. C'est la même règle que pour les indices des prix de gros. On trouvera ci-dessous l'importance accordée dans l'indice général à chaque groupe de dépenses dans les pricipales séries d'indices du coût de la vie actuellement publiées, sans distinguer s'il s'agit de l'importance de fait (ce qui est le cas des indices généraux calculés par la méthode globale) ou de l'importance réelle (poids de groupe dans les indices généraux calculés comme moyennes pondérées des indices de groupe). Une enquête effectuée en 1924 a fait ressortir des modifications importantes dans les proportions relatives au loyer par rapport aux chiffres que comporte le tableau ci-dessous.

	Date d'enquête	Aliment.	Loyer	Ch. éc.	Habill.	Divers
Autriche (Vienne)	1921	65	1,6	14,4	19,0	»
Belgique cl. ouvr. gr. 1 selon revenu	d°	68,13	7,68 (1)	6,70	11,84	5,65
Belgique cl. ouvr. gr. 2 selon revenu	d°	66,80	7,76 (1)	6,08	13,41	5,95
Belgique cl. ouvr. gr. 3 selon revenu	d°	63,94	6,20 (1)	5,03	14,57	10,26
Belgique cl. ouvr. gr. 4 selon revenu	d°	60,68	4,77 (1)	4,09	18,83	11,63
Belgique cl. moyenne inf.	d°	64	9,65 (1)	4,62	13,81	7.72
Canada	1913	52,6	33,9	13,6	»	»
Danemark	1922	41,8	12,4	4,0	11,3	30,5
Egypte (le Caire)	1920	51,9	11,7	»	16,7	19,7
Etat libre d'Irlande	1922	57,1	5,4	7,0	17,5	13,0
Etats-Unis	1918	38,2	13,4	5,3	16,6	26,4
Finlande	1908-09	55	11,8	4,1	11,6	17,5
France (Paris)	1914	60	12	5	15	8
Grande-Bretagne	1904 et 1912	60	16	8	12	4
Inde anglaise Bombay cl. ouvr.	1909-14	81,7	9,1	4,9	4,3	»
Inde anglaise Bombay cl. eur.	1923	11,3	18,5	4,3	6,8	59,1
Italie (Milan)	1913	62,09	11,4	4,51	12	10
Norvège	1913-14	47,9	15,65	5,2	12,65	18,55
Pays-Bas (Amsterdam)	1920	49,4	7,5	4,4	17,9	20,8
Pologne (Varsovie)	apr. G.	50,5	6,1	8,7	20,2	14,6
Suède	1913-14	43	15	4	12	26 (2)
Suisse	1912	45 8		22,4	12,0	19,8

(1) Y compris ameublement. — (2) Y compris impôts.

Ces chiffres sont très divergents, mais on ne saurait en conclure que le genre d'existence est très différent selon les pays. En effet les chiffres indiqués ne sont guère comparables: certains ne sont pas des poids de groupe et ne traduisent que la facilité plus ou moins grande qu'on a eue à trouver des articles dans les divers groupes. Parmi les poids de groupe eux-mêmes, les uns se rapportent à des répartitions de dépenses d'avant-guerre, les autres résultent d'enquêtes faites après la guerre, or on peut présumer que la répartition des dépenses n'est plus la même depuis la guerre. En outre les enquêtes n'ont pas porté partout sur les mêmes classes sociales et la répartition des dépenses varie dans un même pays selon la classe sociale considérée. Cependant certaines divergences traduisent des différences réelles et que l'on pouvait prévoir : il est naturel par exemple que le poids du groupe des combustibles et articles d'éclairage augmente avec la latitude et en particulier soit plus élevé pour la Grande-Bretagne que pour l'Italie.

Nous avons vu à propos des indices des prix de détail des denrées alimentaires que la proportion des dépenses pour l'alimentation varie assez sensiblement avec la composition de la famille considérée : elle augmente avec le nombre des enfants; celle des dépenses pour le logement, le chauffage et l'éclairage varie également avec la composition de la famille, mais en sens inverse. Comme il est impossible de trouver des coefficients de réduction analogues à ceux que l'on emploie pour les dépenses d'alimentation, il est désirable de ne faire porter les enquêtes budgétaires destinées à servir de base au calcul d'un indice du coût de la vie que sur des familles de composition peu différente de la composition-type adoptée, plutôt que de calculer plusieurs séries différentes selon la composition de la famille.

De même que pour les pays de quelque étendue il est opportun de publier plusieurs séries d'indices des prix de détail des denrées alimentaires, à cause du caractère variable selon les régions de la nature et des quantités des denrées consommées, de même et pour la même raison il est opportun de calculer des indices régionaux pour le chauffage, l'éclairage et l'habillement. Par suite il convient de calculer des indices régionaux du coût de la vie. On peut ensuite calculer un indice national en pondérant les indices régionaux d'après l'importance de la population à laquelle ils s'appliquent. Il est bon de ne pas négliger les petites agglomérations où les prix ne varient souvent pas de la même manière que dans les grandes villes. L'indice national n'aura de valeur représentative que si le régime de consommation ne varie pas trop suivant les régions. En Grande-Bretagne l'indice national est obtenu en prenant la moyenne arithmétique simple de deux indices relatifs l'un aux villes de plus de 50.000 habitants, l'autre aux petites villes et bourgs. Aux Etats-Unis les indices du coût de la vie sont en partie nationaux en partie locaux : les prix et les poids de groupe sont locaux, mais sauf pour les denrées alimentaires les poids à l'intérieur des groupes sont nationaux, malgré la grande variabilité de la consommation relative de certains éléments, comme le gaz, le pétrole, le bois, etc., selon les régions.

Quant à la périodicité à adopter pour le calcul de l'indice, elle dépend des conditions économiques. Si celles-ci sont très instables, comme c'était le cas par exemple en Allemagne pendant la période d'inflation, il est bon de calculer un indice par semaine; si elles sont plus stables, un indice mensuel suffit; en temps normal, étant donné le manque de précision des indices du coût de la vie, il suffit de les calculer une fois par trimestre.

CHAPITRE XII

LES INDICES DU MINIMUM D'EXISTENCE

On peut utiliser les prix de détail des marchandises au calcul de la dépense minimum nécessaire à l'entretien de la vie de l'individu. Ce calcul est susceptible d'applications nombreuses : la notion du minimum d'existence a pris une place croissante dans la législation financière et dans la législation sociale. En France par exemple le système des impôts directs, impôts cédulaires et impôt global sur le revenu, comporte une déduction à la base, qui est considérée comme correspondant au minimum d'existence. Or ce dégrèvement, tel qu'il avait été fixé initialement, est vite devenu insuffisant en raison de la hausse des prix. On pourrait concevoir un système dans lequel la loi annuelle de finances fixerait le minimum exempt d'impôts d'après un nombre indice du minimum d'existence. De même les indemnités de chômage, les allocations d'assistance, etc., pourraient être fixées de manière que chaque chômeur, chaque assisté reçoive exactement la somme qui est nécessaire à l'entretien de la vie pour lui et sa famille. On voit donc qu'un indice qui montrerait les variations de cette somme serait susceptible de nombreuses applications pratiques.

Pour le calculer, nous devrons d'abord déterminer les quantités de chaque marchandise ou service qui sont nécessaires à l'entretien de la vie, puis nous multiplierons à chaque instant ces quantités par les prix correspondants et nous aurons ainsi le coût du minimum d'existence. L'indice du minimum d'existence exprimera la variation de ce coût. On voit que le problème ne diffère du problème des indices du coût de la vie que sur un point, la fixation des quantités. Comment déterminer les quantités minima, nécessaires et suffisantes pour l'entretien de la vie ?

Pour ce qui est de l'alimentation, une seule méthode s'offre à nous, qui n'est évidemment pas parfaite, mais qui a d'indéniables avantages, c'est de recourir aux données de la physiologie, exactement comme nous l'avons fait pour déterminer théoriquement et a priori le régime-type des indices des prix de détail des denrées alimentaires. Nous évaluerons donc d'abord le nombre des calories nécessaires à chaque individu suivant son sexe et son âge. Les chiffres que nous avons cités antérieurement ont justement été présentés par leurs auteurs comme des chiffres minima. C'est donc l'un d'eux que nous pourrons adopter pour base du régime alimentaire-type minimum, par exemple 3000 calories par jour pour le travailleur adulte moyen, provenant de 100 grammes d'albumine, 60 de graisses et 500 d'hydrates de carbone. Divers physiologistes ont considéré le chiffre de 3000 calories, et surtout celui de 100 grammes d'albumine, comme nettement trop forts. Le Dr Gigon d'ailleurs n'exige que 2.716 calories provenant de 95,9 gr. d'albumine, 87,3 gr. de graisses et 369,6 gr. d'hydrates de carbone. Certains auteurs vont jusqu'à considérer la présence de viande dans l'alimentation comme un luxe et sont d'avis que dans un régime *minimum* on peut sans aucun inconvénient supprimer la viande. Je n'insiste pas sur ces questions, car il ne s'agit ici que de méthode.

On choisit donc une famille-type, ayant soit la composition moyenne pour la population envisagée, soit la composition dominante, telle que les recensements nous l'indiquent, et l'on calcule d'après les données précédentes le poids minimum d'albumine, de graisse et d'hydrates de carbone qui lui est nécessaire. Tout cela est analogue à la détermination du budget théorique des nombres indices des prix de détail des denrées alimentaires, mais ici nous allons nous en éloigner. Nous avons dit qu'il existe une infinité de régimes pouvant donner ces poids d'albumine, etc. Dans la détermination du régime-type des indices des prix de détail des denrées alimentaires nous choisissions entre tous ces régimes en nous inspirant des régimes réellement pratiqués, et une fois le régime choisi nous le conservions invariable pendant toute la durée d'application de l'indice. Dans l'indice du minimum d'existence il n'en va pas de même : en tenant compte de ce que coûte une calorie selon la marchandise dont elle provient, nous choisirons parmi tous les régimes possibles *celui qui coûte le moins*, et ceci à *chaque période* de calcul de l'indice. Dans l'indice du minimum d'existence, le régime varie donc constamment. Si par exemple le pain vient à renchérir beaucoup à un moment donné, plus que les pommes de terre notamment, la population le remplacera peut-être partiellement en augmentant sa consommation de pommes de terre : un indice des prix de détail des denrées alimentaires n'en tiendra pas compte, un indice du minimum d'existence devra en tenir compte.

Dans l'indice des prix de détail des denrées alimentaires, avec budget théorique, le régime-type doit satisfaire aux conditions suivantes : fournir n_1 grammes d'albumine, n_2 grammes de graisses, n_3 grammes d'hydrates de carbone — être aussi voisin que possible des régimes réels — ne pas varier. Dans l'indice du minimum d'existence, le régime-type doit satisfaire aux conditions suivantes : fournir n_1 grammes d'albumine, etc. — coûter à chaque instant le moins cher possible. Ces deux conditions laissent encore une certaine liberté de choix à l'auteur de l'indice.

La part d'arbitraire sera encore plus grande pour les dépenses autres que les dépenses d'alimentation, car pour ces dépenses, il n'existe aucun critère objectif permettant de fixer les biens et services à prendre en considération et les quantités à retenir. La seule condition à satisfaire est que la dépense totale soit minimum. Il est fort à présumer que, comme l'a fait remarquer le Dr Klezl (1), l'on jugera de « ce qui devrait être » par « ce qui est ». « Dans les pays dont la pauvreté économique oblige la majeure partie de la population à se contenter d'une mesure de riz ou de maïs comme nourriture journalière, le minimum d'existence sera naturellement fixé très bas : dans ceux au contraire qui jouissent d'une grande richesse économique et où l'alimentation des classes ouvrières est par conséquent abondante et variée, le minimum d'existence sera automatiquement relevé. Entre « niveau de vie effectif » et « minimum d'existence » il n'y a donc pas d'opposition de principe, car l'expérience a montré qu'on considère toujours à un moment donné comme minimum nécessaire le niveau prévalant au même moment. »

L'indice du minimum d'existence comporte donc une telle part d'arbitraire qu'il ne saurait être question de l'appliquer automatiquement, obligatoirement, au calcul des dégrèvements fiscaux, des indemnités de chômage, etc. Ce ne pourra être qu'un guide qu'on suivra avec prudence.

Le seul indice du minimum d'existence, à ma connaissance, qui s'applique aux cinq grands groupes de dépenses, est l'indice préparé en 1920 par le Bureau of Labor Statistics. Malgré le soin apporté à la détermination du budget minimum, en s'inspirant à la fois des nécessités physiologiques et sociales et de la consommation réelle de la classe ouvrière, cet indice a soulevé d'assez sérieuses critiques (2).

L'indice du minimum d'existence présente encore une particularité intéressante qui le distingue de l'indice du coût

(1) R. I. T., 1925, p. 505.
(2) Monthly Labor Review, 1920.

de la vie. Comme le régime correspondant doit satisfaire à la condition que son coût *absolu* total soit minimum, et que l'on ne s'intéresse pas seulement à la variation du coût minimum de l'existence, mais aussi à ce coût lui-même, il est indispensable que le régime comprenne *tous* les éléments indispensables à l'entretien de la vie, tandis que dans l'indice du coût de la vie, il nous suffit de choisir des éléments représentatifs. Il en résulte que le coût total des éléments servant au calcul de l'indice du coût de la vie pourra parfaitement être inférieur au coût du budget minimum. Il en résulte également que dans un indice du minimum d'existence, si nous ne pouvons parvenir à déterminer le coût d'un certain nombre de dépenses, et ce sera souvent le cas des dépenses minima du groupe « divers », et si nous nous estimons en droit d'admettre que ce groupe varie comme l'ensemble des autres, nous devrons introduire ce groupe en majorant dans une proportion donnée le coût du reste des éléments. Nous ne changerons pas ainsi la valeur de *l'indice* du minimum d'existence, puisque la formule appliquée satisfait à la condition dite d'addition d'un élément, mais nous augmenterons la valeur *absolue* du coût minimum de l'existence. Dans le cas de l'indice du coût de la vie, comme on ne s'intéresse qu'à la variation de ce coût, il est tout à fait inutile de se préoccuper d'un tel groupe, puisque son introduction dans le calcul ne changerait pas la valeur de l'indice.

Les exemples les plus connus d'indices du minimum d'existence sont les indices calculés pour Berlin par le Dr Silbergleit et par le Dr Kuczynski. Le premier ne porte que sur des denrées alimentaires, le second sur l'ensemble des dépenses. M. Meerwarth les a comparés à l'indice officiel et à l'indice de Calwer, après les avoir ramenés à représenter les variations du coût, réel ou minimum, de l'alimentation pour une famille de 5 personnes.

	Officiel	Silbergleit	Kuczynski	Calwer
1920 Juillet	100	100	100	100
Août	87,45	94,93	97,30	100,34
Septembre	87,03	96,06	90,52	96,24
Octobre	97,03	104,30	100,44	109,47
Novembre	95,85	105,55	99,69	110,45
Décembre	104,58	112,58	105,81	133,47
1921 Janvier	101,81	112,79	102,09	139,50
Février	95,93	107,68	97,98	129,99
Mars	95,45	104,89	95,08	137,55
Avril	93,08	101,66	88,63	135,04
Mai	89,99	101,65	89,31	138,12
Juin	90,57	103,85	103,05	136,47
Juillet	104,35	107,85	110,20	135,70
En prenant pour base la moyenne juillet 1920-janvier 1921, on aura				
1921 Juillet	108,41	104,03	110,86	120,32

Non seulement les valeurs de l'indice de Silbergleit diffèrent de celles de l'indice des prix de détail des denrées alimentaires de Calwer, et celles de l'indice de Kuczynski de celles de l'indice officiel du coût de la vie, mais les valeurs des deux indices du minimum d'existence diffèrent assez sensiblement l'une de l'autre.

D'après le Bureau International du Travail, la Lithuanie calculerait aussi un indice du minimum d'existence.

CHAPITRE XIII

L'ADAPTATION DES SALAIRES AU COUT DE LA VIE

L'application la plus importante qui ait été faite depuis quelques années des indices du coût de la vie est l'ajustement des salaires au coût de la vie. En vérité il y a fort longtemps que l'augmentation du coût de la vie est implicitement à la base de la plupart des demandes d'augmentation de salaires qui étaient présentées par les ouvriers, mais ce n'est que depuis la guerre qu'on a établi une relation explicite et numérique entre la variation du coût de la vie et celle des salaires. Cependant dès 1873, Châtelanat, statisticien du canton de Berne, avait proposé l'adaptation des salaires au coût de la vie. En 1909, Adolf Braun soutenait que l'ouvrier doit être complètement à l'abri des modifications des prix et de son salaire nominal, les risques inhérents à ces modifications étant à la charge de l'employeur; l'ouvrier devra bénéficier d'un salaire minimum dont 1/3 sera fixe et 2/3 varieront en proportion des modifications du prix des denrées alimentaires et de première nécessité. Par la suite, de nombreux économistes, notamment le professeur Irving Fisher (1), se prononcèrent en faveur de l'adaptation des salaires au coût de la vie.

(1) Monthly Labor Review, 1918.

Je n'examinerai pas ici la question de savoir si, pourquoi et dans quelle mesure il doit être tenu compte du coût de la vie dans la fixation des salaires. Ce n'est pas en effet un problème de statistique, mais un problème de politique sociale, qui est en dehors du champ de notre étude. Je me bornerai à constater qu'en fait le principe de cette adaptation a été admis pendant et depuis la guerre de 1914-1918 dans tous les grands pays industriels (1), et en particulier dans tous les pays qui ont souffert d'une dépréciation importante et rapide de leur monnaie.

Quelle doit être la base de cette adaptation ? Dans certains pays, en particulier en Grande-Bretagne et aux Etats-Unis, notamment dans l'industrie houillère, le salaire était fixé d'après la valeur du produit. Ce n'est pas de cette adaptation qu'il s'agit ici. Dans les pays où la hausse du coût de la vie résultait de la dépréciation de la monnaie, on a souvent proposé de prendre pour base de l'adaptation le prix de l'or ou d'une monnaie-or comme le dollar. C'était par exemple la thèse soutenue en général en 1922-1923 par les industriels allemands. Mais le Reich, dans ses directives de juillet 1923, fit observer très justement que c'était par l'augmentation du coût de la vie que la dépréciation monétaire atteignait l'ouvrier, et que les prix de l'or ou du dollar subissaient l'action de facteurs incalculables ou spéculatifs et constituait par suite une base incertaine. Quelle que soit la cause des variations du coût de la vie, c'est de ces variations qu'il faut tenir compte dans la fixation des salaires nominaux. C'est donc d'un indice du coût de la vie qu'il faudra se servir.

Cette application des indices du coût de la vie entraîne certaines conséquences quant aux conditions de leur calcul. Dans beaucoup de pays de formation nouvelle, les services

---

(1) Pour les Etats-Unis, des renseignements détaillés sont donnés dans le volumineux travail d'Elma B. Carr : The use of cost of living figures in wage adjustments (B. L. B., n° 369, mai 1925, 506 pp.).

officiels de statistique n'existaient encore qu'à l'état embryonnaire au moment où a commencé la dépréciation de leur monnaie, de sorte que la nécessité d'adapter les salaires au coût de la vie a apparu alors qu'il n'y avait encore aucune mesure officielle de ce coût. Les deux groupes d'intéressés se sont mis alors à calculer des indices du coût de la vie, mais naturellement les indices calculés par les employeurs étaient plus faibles que les indices calculés par les ouvriers. C'est ce qui s'est produit par exemple en Hongrie, où d'après l'indice de M. Dalnoki-Kovats, secrétaire de l'Association industrielle nationale, le salaire réel était à la fin de 1923 de 86 % du salaire réel de juillet 1914, tandis que d'après l'indice de M. Gal, secrétaire de la Fédération syndicale hongroise, il n'était que de 62 % pour les ouvriers et de 42 % pour les employés. Plutôt que de prendre pour base une moyenne des indices calculés par les employeurs et par les salariés, solution médiocre qui a été cependant assez souvent appliquée en Hongrie, on a préféré dans la plupart des pays faire établir les indices par des Commissions mixtes, comprenant en général des fonctionnaires et un nombre égal de patrons et d'ouvriers.

Cette méthode représente déjà un certain progrès, mais elle ne fait pas disparaître toute possibilité de conflit. C'est ainsi qu'en Pologne les Commissions paritaires chargées d'établir les indices du coût de la vie, et composées de six fonctionnaires, six patrons et six ouvriers, jouissaient du droit de modifier, à la majorité, les prix des mercuriales dressées par les municipalités. La Commission de Varsovie ayant décidé, en 1922, de majorer les chiffres de la municipalité, les patrons refusèrent de se soumettre à cette décision et il s'ensuivit un sérieux conflit. En France également le fonctionnement des Commissions régionales du coût de la vie (1) a donné lieu à de nombreuses et graves critiques. Les

(1) Sur les premiers travaux de ces commissions, voir : Commission Centrale d'études relatives au coût de la vie. Compte rendu des travaux au cours de l'année 1920, pp. 5-12.

Commissions ont reçu simplement de l'autorité centrale des directives générales destinées à assurer une certaine uniformité de leurs méthodes de calcul, mais elles restent entièrement libres dans le choix de ces méthodes. Or le patronat accuse, non sans quelque apparence de raison, certaines de ces Commissions d'être surtout préoccupées de préparer par avance des changements de salaires au lieu de chercher objectivement à enregistrer les variations des prix (1).

Les incidents qui ont reçu le plus de publicité sont ceux qui se sont produits à la Commission du département du Nord : ceux-ci commencèrent dès la constitution de la Commission, en 1920; on ne put arrêter des bases solides de calcul, et en novembre 1921 les patrons se retirèrent de la Commission; pendant un an aucune réunion ne fut tenue, mais comme les prix étaient en baisse, les ouvriers ne protestèrent pas. Au début de 1923, comme les prix augmentaient, les syndicats ouvriers demandèrent que la Commission se réunît; une réunion eut lieu en mars 1923, bien que les patrons eussent refusé d'y participer : la Commission adopta 4,09 comme coefficient d'augmentation du coût de la vie par rapport à l'avant-guerre. Or l'indice de la Statistique générale de la France pour Roubaix-Tourcoing (indice des 13 denrées) était de 3,33 pour le 1er trimestre 1923, de 3,39 pour le 2e trimestre. Les ouvriers basèrent une demande d'augmentation de salaires sur le chiffre de la Commission; naturellement les patrons refusèrent d'admettre ce chiffre. Le Conseil Général du département intervint dans la question et émit le vœu, le 27 avril 1923, que la Commission fût composée d'experts compétents pris en dehors des organisations ouvrières et patronales. Une nouvelle Commission fut constituée, mais sa composition ne répondait pas entièrement au vœu précédent, car ses membres étaient des fonctionnaires, des représentants des coopératives et des syndicats libres ou

(1) Société d'études et d'informations économiques, Bulletin quotidien, 27 mai 1925.

chrétiens, et des commerçants dont la plupart avaient peut-être une tendance naturelle à exagérer la hausse des prix dans l'espoir d'augmenter le pouvoir d'achat de leur clientèle). L'indice de la Commission est plus élevé, non seulement que l'indice calculé par la Commission intersyndicale patronale de Roubaix-Tourcoing (qui comprend des denrées alimentaires et des articles d'entretien), mais encore que l'indice de la Statistique générale de la France (13 denrées). Ce qui rend encore plus suspect l'indice de la Commission, c'est que celle-ci ne publie pas ses méthodes de calcul.

	Commission régionale	patrons	S. G. F.
Octobre 1923	446	384	364
Avril 1924	466	438	406
Octobre 1924	473	419	411
Avril 1925	503	446	458

A la fin de 1923, la Confédération Générale de la Production a émis le vœu que les Commissions régionales du coût de la vie fussent composées seulement de techniciens; leurs méthodes de travail devraient toujours être publiées, ainsi que les bases de leur calcul et la source de leurs renseignements; il serait désirable que les principes appliqués fussent uniformisés et que leur fonctionnement fût contrôlé par l'Administration centrale.

Je me rallie entièrement, pour ma part, à ce vœu, mais étant donné que les indices du coût de la vie touchent, par leur application à la fixation des salaires, à des intérêts privés considérables, il ne suffit pas que l'indice soit calculé dans les conditions indiquées, il faut encore qu'il présente certaines garanties d'exactitude, et à cet égard il est vraiment désirable qu'il repose sur les résultats d'une enquête approfondie sur la consommation de la classe ouvrière.

Nous supposerons donc désormais que nous disposons d'un bon indice du coût de la vie. Comment l'appliquerons-nous à la fixation des salaires ? On peut d'abord, au cours d'une discussion isolée entre patrons et ouvriers, fixer les salaires de base à un taux qui corresponde par rapport à une date antérieure, par exemple par rapport à l'avant-guerre, à la variation du coût de la vie entre l'époque antérieure considérée à l'époque de la fixation du salaire. Tout à l'inverse, on peut convenir que jusqu'à nouvel ordre, ou tout au moins pour une longue période, le salaire nominal sera lié au coût de la vie par une formule mathématique donnée. C'est ce qu'on appelle en général l'adaptation *automatique* des salaires au coût de la vie, et c'est ce mode d'adaptation que les ouvriers ont habituellement réclamé. Mais les patrons ont montré une très vive répugnance à adopter une telle méthode, qui a le grave défaut de ne pas permettre de tenir compte de la situation économique générale et de la situation spéciale de l'industrie en cause. Aussi cette méthode n'a-t-elle été que très rarement appliquée. En particulier elle a été formellement rejetée par le Reich dans ses directives de juillet 1923. La méthode la plus fréquemment adoptée est celle qui a été préconisée par le Reich dans les dites directives, et à laquelle les organisations syndicales centrales allemandes s'étaient ralliées dans leurs directives du 1er septembre 1923 ; le principe en est le suivant : procéder à des négociations entre patrons et ouvriers à des intervalles fréquents, par exemple toutes les quatre ou huit semaines; au cours des négociations on fixera le salaire de base d'après le coût de la vie *et* d'après la situation économique, puis dans l'intervalle des négociations le salaire sera adapté automatiquement au coût de la vie selon une règle fixée. C'est donc une combinaison de la méthode des négociations libres et de l'adaptation automatique des salaires au coût de la vie. Les inconvénients de l'automaticité de l'adaptation sont réduits puisqu'ils ne jouent que pendant des périodes de courte durée. L'adaptation automatique a cependant été adoptée dans plusieurs pays pour la fixation des salaires des ouvriers agricoles (notamment en Pologne pour le calcul des députats, partie des salaires qui est versée en espèces), mais dans ce cas on prenait en général pour base le prix d'un ou de plusieurs produits agricoles, et non le coût de la vie. D'après le Dr Fritz Sitzler (1), les résultats de la méthode mixte d'adaptation en Allemagne n'ont pas différé sensiblement de ce qu'aurait donné l'adaptation automatique.

Qu'elle soit automatique ou résulte d'un accord isolé, l'adaptation peut être totale ou partielle, c'est-à-dire que la totalité du salaire peut être rendue proportionnelle au coût de la vie, ou bien une partie seulement. Là encore le choix entre les deux solutions n'est pas une question de méthode statistique, mais de politique sociale. Dans le système de l'adaptation partielle, on peut, ou bien n'adapter complètement qu'une partie du salaire et ne faire varier le reste du salaire que dans une moindre proportion, ou bien ne tenir compte que partiellement des variations du coût de la vie supérieures à un certain pourcentage. Le chancelier d'Autriche avait suggéré, à cet égard, pour éviter la course sans fin des salaires et des prix, de rendre seulement la partie du salaire qui correspond au minimum d'existence proportionnelle au coût de la vie; une telle solution entraînerait la conséquence fâcheuse que l'avantage des ouvriers qualifiés tendrait rapidement vers zéro en cas de hausse rapide du coût de la vie. Un exemple de la seconde sorte de limitation de l'adaptation est celui de l'industrie polonaise de la broderie, pour laquelle la convention de novembre 1922 prévoyait que dans l'adaptation des salaires il ne serait tenu compte que de la moitié du pourcentage d'augmentation du coût de la vie au-dessus de 10 %. D'autre part le Reich a préconisé dans ses directives l'application d'une clause de sauvegarde, en vertu de laquelle l'adaptation des salaires serait réduite si cette adaptation risque de porter les prix intérieurs au-dessus de la parité mondiale; celle clause ne paraît pas bien utile si

(1) R. I. T., 1924, p. 691.

la revision des conditions de l'adaptation est pratiquée à des intervalles rapprochés comme le recommandait le Reich. Enfin on peut limiter l'adaptation d'une autre manière et décider que seules les variations du coût de la vie supérieures à un pourcentage donné entraîneront revision des salaires. Une telle solution a l'avantage de diminuer l'instabilité dans les conditions de la production. En outre les indices du coût de la vie ne sont jamais d'une précision telle que l'on puisse affirmer qu'une variation de 5 % par exemple de la valeur de l'indice correspond à une variation réelle du coût de la vie.

Quant à la méthode d'adaptation, quel que soit le principe choisi pour cette adaptation, adaptation automatique ou non, intégrale ou partielle, limitée ou non, la question paraît simple. Le salaire (ou la partie du salaire qu'il s'agit d'adapter) étant S et le coût de la vie C à un instant donné, qui sert de point de départ à l'adaptation, il s'agit de rendre constant le salaire réel, c'est-à-dire le rapport $\frac{S}{C}$; le coût de la vie à l'instant où l'on veut réaliser l'adaptation étant C′, le salaire à cet instant devra être $S \times \frac{C'}{C}$. En fait le problème est extrêmement complexe, mais il a fallu l'allure vertigineuse qu'a prise la dépréciation de certaines monnaies pour qu'on aperçoive toutes les difficultés qu'il présente.

La méthode la plus courante et la plus simple est la suivante : si les indices du coût de la vie sont calculés par mois, ce qui est aujourd'hui le cas le plus général, et que les ouvriers soient payés chaque semaine, le salaire est calculé, pour toutes les paies qui ont lieu au cours d'un mois donné, en majorant le salaire de base du mois précédent proportionnellement à la variation du coût de la vie au cours du mois précédent par rapport au mois antérieur. Cette méthode est très satisfaisante quand la variation du coût de la vie n'est pas très rapide. Dans le cas contraire, elle peut entraîner une variation considérable du salaire réel. Il est facile de le voir sans avoir recours à des exemples extrêmes.

Supposons qu'on prenne pour base le coût de la vie et le salaire au 1er janvier. Au début de février on calcule l'indice du coût de la vie fin janvier, et on le trouve égal à 115. Mais pendant tout le mois de janvier le salaire a continué à être payé sur la même base qu'au début du mois. Le salaire réel, qui était de 100 % au début de janvier, n'est donc plus fin janvier que de $\frac{100}{115}$, soit de 87 %; d'où une dépréciation de 13 %. En février le salaire sera majoré de 15 %, mais si l'indice du coût de la vie fin février, qui est publié au début de mars, est par exemple de 143, le salaire réel fin février sera de $\frac{115}{143}$ soit de 80 %. Ainsi quand la hausse du coût de la vie va en s'accélérant, la dépréciation du salaire réel va aussi en s'accélérant, et M. Szturm de Sztrem, auteur d'une étude très intéressante sur la question des salaires en Pologne (1), a montré que cette méthode d'adaptation avait entraîné dans ce pays en 1922-1923 une diminution importante des salaires réels, qui n'étaient plus à la fin de 1923 que de 38 % de leur valeur au début de 1922.

Pour remédier à cette diminution du salaire réel, on a proposé de substituer à cette méthode la méthode suivante : le salaire nominal est décomposé en deux parties, un salaire de base qui est adapté au coût de la vie d'après la méthode précédente, et une indemnité spéciale qui a pour but de compenser la perte de salaire réel due à la hausse du coût de la vie pendant la période précédente. Pour calculer cette indemnité il faut faire une hypothèse sur la loi de variation du coût de la vie dans les intervalles de calcul de l'indice : le plus simple est de supposer que le coût de la vie a varié en progression arithmétique. Voyons ce que donnerait cette méthode dans l'exemple précédent. Pendant tout le mois de janvier, l'ouvrier a touché un salaire de 100, or le coût de la vie fin janvier était de 115; d'après la loi de variation que nous avons admise, le coût moyen de la vie en janvier a été

(1) R. I. T., 1924, pp. 413-437.

de 107,5 ; d'où une valeur moyenne du salaire réel de $\frac{100}{107,5}$; pour compenser la dépréciation on ajoutera au salaire de base de février, qui sera de 115, une indemnité de 7,5 ; d'où un salaire nominal global total de 122,5. Il est facile de voir que cette méthode laisse encore subsister une dépréciation résiduelle du salaire réel. Supposons, pour simplifier, que tous les mois soient de 30 jours et admettons que l'augmentation journalière moyenne du coût de la vie soit de 1/2 point le premier mois et aille ensuite en doublant de mois en mois, de sorte qu'elle sera de 1 point par jour le second mois, 2 points par jour le troisième mois, 4 points par jour le quatrième mois, et ainsi de suite. Comparons les résultats des deux méthodes d'adaptation.

	Coût de la vie		Méthode A		Méthode B	
			sal. nom.	sal. réel	sal. nom.	sal. réel
1er mois	coût moyen	107,5	100	93	100,	93
	coût fin du mois	*115*				
2e mois	coût moyen	130	115	89	122,5	94
	coût fin du mois	*145*				
3e mois	coût moyen	175	145	83	152,5	87
	coût fin du mois	*205*				
4e mois	coût moyen	265	205	77	227,5	86
	coût fin du mois	*325*				
5e mois	coût moyen	445	325	73	362,5	81
	coût fin du mois	*565*				
6e mois	coût moyen	805	565	70	647,5	80
	coût fin du mois	*1045*				

. . . .

Il est intéressant de calculer vers quelle limite tend le salaire réel à mesure qu'on s'éloigne de la période de base. Par la méthode A, le salaire réel pour le n^e mois est $S_n = \frac{100 + 15\,(2^{n-1} - 1)}{100 + 15\,(3 \times 2^{n-2} - 1)}$. Or, quand n augmente indéfiniment,

S_n tend vers 2/3. Par la méthode B, le salaire réel pour le 2 n^e mois est $S'_{2n} = \dfrac{100+15\left(2^{2n-1}+\dfrac{2^{2n-1}-5}{6}\right)}{100+15\left(2^{2n+1}-2^{2n-1}-1\right)}$ et le salaire réel pour le 2n+1^e mois est $S'_{2n+1} = \dfrac{100+15\left(2^{2n}+\dfrac{2^{2n}-7}{6}\right)}{100+15\left(2^{2n+1}-2^{2n-1}-1\right)}$. Quand n augmente indéfiniment, ces deux expressions tendent vers une limite commune qui est 7/9. Ainsi quand le coût de la vie augmente indéfiniment de telle manière que l'augmentation journalière moyenne de l'indice double de mois en mois, l'adaptation du salaire au coût de la vie par la méthode A conduit à une dépréciation maximum du salaire réel qui est de 33 % et l'adaptation par la méthode B à une dépréciation maximum qui est sensiblement moins élevée, soit de 22 %. Il est facile de généraliser ces formules au cas où l'augmentation quotidienne moyenne du coût de la vie est multipliée de mois en mois par une puissance quelconque de 2. Soit q l'augmentation journalière moyenne du coût de la vie pendant le premier mois, p la puissance de 2 à laquelle est égal le rapport de l'augmentation quotidienne moyenne pour deux mois consécutifs. La limite vers laquelle tend le salaire réel quand on s'éloigne indéfiniment de l'époque de base est, pour la méthode A : $\dfrac{2^p}{(2^p-1)(2^{p+1}-1)}$, et par la méthode B : $\dfrac{2^{3p}-1}{(2^{3p}+1)(2^p-1)}$. Ces deux limites sont indépendantes de q et tendent vers 0 quand p augmente indéfiniment. Ainsi quand la vitesse de l'accroissement du coût de la vie augmente indéfiniment par la loi indiquée, la méthode B n'empêche pas plus que la méthode A le salaire réel de tendre vers 0 (d'ailleurs quelles que soient la loi d'augmentation du coût de la vie et la méthode d'adaptation choisie, du moment que celle-ci ne tient compte du coût de la vie qu'avec une certain décalage dans le temps, le salaire réel tendra vers 0 quand le coût de la vie augmentera indéfiniment), mais le salaire réel tend moins vite vers 0 par la Méthode B que par la méthode A. Or, fort heureusement, même en Russie soviétique, le coût de la vie n'a jamais augmenté avec une vitesse infinie. Dans toutes les hypothèses possibles, la méthode B assure donc aux ouvriers une meilleure adaptation du salaire au coût de la vie, c'est-à-dire une diminution moindre du salaire réel. Les dépréciations du salaire réel que comportent les deux méthodes ne sont d'ailleurs pas de même nature : « La dépréciation B est un véritable impôt prélevé par l'Etat sur les classes ouvrières; les patrons n'en tirent aucun bénéfice, car ils paient la valeur intégrale des salaires, mais les ouvriers ne parviennent pas à en réaliser la valeur intégrale, du fait que le paiement a lieu seulement à la fin de la période considérée et qu'ils ne peuvent dépenser ce supplément que dans les jours qui suivent immédiatement les jours de paie. Cet impôt se trouve également prélevé quand on emploie la méthode A, mais il ne représente qu'une partie minime de la dépréciation des salaires que les ouvriers ont à subir, car cette dépréciation s'opère surtout au profit des employeurs, qui n'ont pas à payer la valeur complète des salaires » (1).

La raison de la dépréciation du salaire réel, que laissent subsister toutes les méthodes d'adaptation des salaires au coût de la vie, est le décalage entre l'instant auquel se rapporte la mesure du coût de la vie et l'instant auquel est appliquée cette mesure à la détermination du salaire nominal. L'idéal serait naturellement, pour que le salaire réel reste constant, que le salaire nominal soit à chaque instant pro-

(1) Szturm de Sztrem, loc. cit., p. 434.

portionnel au coût de la vie. L'adaptation à laquelle on se propose de procéder sera d'autant meilleure que l'on se rapprochera davantage de cet idéal. Si un indice est calculé tous les mois et mesure le coût moyen de la vie pour un mois donné, si la progression du coût de la vie est arithmétique, le délai théorique entre l'instant auquel se rapporte la mesure et l'instant auquel on commence à calculer l'indice est de quinze jours; si cette indice est hebdomadaire et mesure le coût de la vie moyen pour une semaine donnée, le délai théorique en question n'est plus que de trois jours. Pour diminuer la dépréciation du salaire réel il y a donc le plus grand intérêt à accroitre la périodicité de l'indice; aussi tous les pays qui ont souffert d'une dépréciation de la monnaie ont-ils été amenés à transformer leurs indices mensuels du coût de la vie en indices hebdomadaires. Cela a été notamment le cas de l'Allemagne à partir de l'été 1923 : à l'indice mensuel calculé à partir de prix relevés dans 600 communes, on a ajouté un indice hebdomadaire calculé grâce à un relevé « express » effectué chaque semaine dans 70 localités d'importance et de caractère différents.

M. Szturm de Sztrem a donné un exemple très frappant de l'amélioration obtenue dans l'application de la méthode A par la substitution à un ajustement mensuel d'un ajustement hebdomadaire opéré à l'aide de l'indice hebdomadaire des prix de détail du Bureau municipal de Statistique de Varsovie.

1922	Ind. des prix de dét. des d. alim.	Salaires nominaux		Salaires réels	
		ajust. mens.	ajust. hebd.	ajust. mens.	ajust. hebd.
juillet	100	100	100	100,0	100,0
août	108	113	109	104,6	100.9
septembre	126	122	126	96,8	100,0
octobre	142	142	142	100,0	100,0
novembre	182	161	178	88,5	97,8
décembre	266	206	252	77,4	94,7
1923					
janvier	397	301	363	75,8	91,4
février	667	448	606	67.2	90,9
mars	922	754	925	81,8	100,3
avril	1.015	1.042	1.025	102,7	101,0
mai	1.130	1.148	1.146	101,6	101,4
juin	1.333	1 227	1 289	95,8	96,7

Avec l'ajustement mensuel, la dépréciation moyenne est de 9 %, avec l'ajustement hebdomadaire elle est de 2 % seulement (1).

Dans le calcul ci-dessus nous avions supposé que l'indice du coût de la vie était applicable à l'ajustement des salaires dès la fin de la période à laquelle il s'applique, mais il n'en est naturellement pas ainsi dans la réalité, et il y a grand intérêt à ce que l'indice soit disponible le plus rapidement possible, c'est-à-dire à ce que l'indice soit calculé et publié aussi vite que possible. Il semble difficile de faire mieux à cet égard que l'Office Statistique du Reich, qui faisait effectuer son relevé de prix tous les lundis et publiait son indice le mercredi.

Un nouveau délai s'ajoute aux précédents; dans les usines de quelque importance, le calcul des sommes à verser à chaque ouvrier ne peut être fait instantanément, et un délai qui peut atteindre quelques jours sépare inévitablement l'instant où le salaire est calculé, avec adaptation au coût de la vie, et l'instant où il est payé à l'ouvrier. Pendant ce délai

(1) Loc. cit., p. 436.

le salaire, tel qu'il a été calculé, se déprécie, puisque par hypothèse le coût de la vie continue à augmenter. Cette dépréciation n'est évidemment pas très considérable en général, le délai en question n'étant pas bien long; en Allemagne, l'indice mesurant le coût moyen de la vie pour une semaine, publié le mercredi de la semaine suivante, était toujours appliqué à la paie du samedi de la semaine en question, d'où un décalage d'une dizaine de jours entre l'instant auquel se rapportait la mesure du coût de la vie et l'instant auquel l'ouvrier touchait son salaire. Cependant en Russie la vitesse de l'augmentation du coût de la vie était telle qu'en septembre 1923 le retard au paiement des salaires entraînait à lui seul une diminution de 10 à 20 % du salaire réel. Aussi les ouvriers avaient-ils obtenu dans de nombreux contrats collectifs qu'il fût fixé un délai maximum entre l'établissement de la feuille de paie et le versement des salaires, et dans certains cas que des majorations de salaires leur fussent accordées automatiquement à partir de huit jours de retard (1).

Il est enfin un délai dont aucune des méthodes d'adaptation, ni aucune des précautions précédemment envisagées, ne permet d'éviter l'influence, et qui entraîne une dépréciation du salaire de l'ouvrier : c'est le délai qui s'écoule entre le jour où l'ouvrier touche son salaire et celui où il l'emploie à la satisfaction de ses besoins et de ceux de sa famille. On atténue cet inconvénient en diminuant l'intervalle entre les paies successives, mais il est difficile d'aller plus loin que des paies hebdomadaires. Quelque court que soit cet intervalle, la dépréciation du salaire réel au cours de la semaine de dépense peut être sensible si la hausse du coût de la vie est rapide. En Russie, les ouvriers avaient fortement ressenti cet inconvénient; aussi pour ne pas voir se déprécier entre leur mains les roubles-papier qu'on leur remettait en paiement, ils s'empressaient, dès la paie, de chercher à

(1) R. I. T., 1924, p. 860.

transformer ces roubles en une valeur un peu plus stable, soit en achetant des marchandises en provision, soit, après la création du tchervonetz, en les échangeant contre des tchervontsy, mais d'une part l'achat de provisions n'était guère facile pour les ouvriers chargés de famille qui consomment une forte proportion de denrées périssables, d'autre part les marchands et changeurs, qui connaissaient la tactique des ouvriers, relevaient provisoirement le prix des marchandises ou des tchervontsy les jours de paie et les jours suivants. Pour combattre la dépréciation en question, certains syndicats ouvriers allemands avaient demandé qu'on prît pour base de l'ajustement les prix de gros, ou le prix de l'or ou du dollar, au lieu des prix de détail, en invoquant que les prix de gros et le prix de l'or précédaient toujours les prix de détail dans leur mouvement de hausse; outre que la compensation n'eût été qu'approchée, on avait fait observer aux ouvriers qu'en cas de stabilisation de la monnaie et des prix de gros, les salaires ainsi ajustés resteraient constants, tandis que le prix de détail et par suite le coût de la vie continueraient à augmenter. De plus on avait objecté que cette méthode d'ajustement aurait pour conséquence de perpétuer la hausse des prix et l'inflation.

Si l'on veut ajuster complètement les salaires au coût de la vie, on doit prendre comme règle, ainsi que l'avaient décidé le Reich et les organisations syndicales centrales allemandes, que le salaire nominal sera fixé d'après le coût de la vie à l'instant de la dépense. Ce coût n'étant pas encore connu au moment où le salaire est calculé, il n'y a qu'à calculer celui-ci de manière provisoire, en évaluant, par exemple à l'aide des indices des prix de gros ou des prix de l'or, ce que pourra être l'augmentation du coût de la vie entre l'instant du calcul du salaire et l'instant où ce salaire sera dépensé. A la première paie qui suivra la publication de l'indice du coût de la vie au moment de la dépense, le salaire définitif sera calculé à partir de cet indice et la différence entre le salaire provisoire qui a été payé et le salaire définitif qui aurait dû être payé, sera ajouté avec son signe au salaire provisoire de la période qui vient de se terminer.

Soit une série de paies à effectuer les samedis 8, 15, 22 et 29 mai, etc.; on admet que les paies sont calculées les jeudis 6, 13, 20 et 27 mai, etc. Le salaire qui sera calculé le 6 mai pour être versé à l'ouvrier le 8, devra servir à sa dépense de la semaine du 9 au 15 mai. On le calculera *provisoirement* en évaluant à l'aide d'une formule quelconque (indice des prix de gros, de l'or, ou combinaison entre ces indices et l'indice des prix de détail ou du coût de la vie) ce que sera la variation du coût de la vie entre l'instant auquel correspond l'indice le plus récent du coût de la vie qui soit connu lors du calcul (par exemple l'indice publié le mercredi 5 mai et qui se rapporte à la semaine du 26 avril au 2 mai, soit en moyenne au 29 avril) et l'instant moyen auquel le salaire sera dépensé (ici le 12 mai), la paie du 15 mai sera calculée provisoirement dans les mêmes conditions, mais au moment du calcul de la paie du 22 mai (soit le 20 mai), on connaîtra l'indice du coût de la vie pour la semaine du 9 au 15 mai; on pourra donc calculer définitivement quel aurait dû être le salaire payé le 8 mai; on calculera alors la différence entre le salaire définitif et le salaire provisoire qui a été versé aux ouvriers le 8 mai, et on ajoutera cette somme au salaire provisoire calculé d'après l'indice du coût de la vie de la semaine du 9 au 15 mai, auquel on aura ajouté la variation prévue entre la semaine du 9 au 15 mai et la semaine de dépense, c'est-à-dire la semaine du 23 au 29 mai. Et ainsi de suite. Une telle méthode n'a pas l'inconvénient qu'on avait opposé à la fixation pure et simple du salaire d'après les prix de gros ou le change, puisque ces bases de prévision ne servent qu'à un calcul provisoire, et que le calcul définitif est fait, comme il convient, d'après le coût de la vie à l'instant moyen de la dépense.

De l'expérience des pays qui ont connu des hausses rapides et amples du coût de la vie, comme l'Allemagne, la

Pologne, l'Autriche, la Hongrie, la Russie, on peut déduire que les meilleures règles à appliquer pour l'adaptation des salaires au coût de la vie sont les suivantes :

ne pas adapter automatiquement les salaires au coût de la vie;

fixer les salaires de base par des négociations entre patrons et ouvriers aussi rapprochées que le nécessitera la vitesse de variation du coût de la vie, à la fois d'après le coût de la vie et d'après la situation économique de l'industrie en général et de l'industrie particulière considérée;

dans l'intervalle des négociations, adapter automatiquement (et soit intégralement, soit partiellement) les salaires au coût de la vie en négligeant les variations du coût de la vie inférieures à un pourcentage donné, et en prenant pour base de l'adaptation la valeur moyenne du coût de la vie au cours de la période pendant laquelle le salaire sera dépensé;

rapprocher autant que possible le calcul des indices successifs du coût de la vie (les calculer par exemple hebdomadairement);

rapprocher autant que possible la publication de l'indice de la date à laquelle il se réfère;

calculer provisoirement le salaire en évaluant par une méthode quelconque la variation du coût de la vie entre l'instant auquel se réfère le dernier indice connu, et l'instant moyen de la dépense;

pour diminuer la portée de la prévision et restreindre le champ de l'incertitude, diminuer autant que possible l'intervalle entre les paies successives, et l'intervalle entre le calcul de la paie et son versement aux ouvriers.

Ces différentes méthodes d'adaptation des salaires au coût de la vie ont été couramment appliquées dans les pays précités pendant les périodes de dépréciation monétaire. On a remarqué toutefois que la grande industrie avait été souvent plus réfractaire à l'adoption de ces méthodes que la moyenne et la petite industrie et l'artisanat. Quand la monnaie de ces pays et les prix sont venus à se stabiliser, ce qui a entraîné en général une crise industrielle, ces méthodes ont été peu à peu abandonnées et l'on en est revenu à la fixation des salaires par libre discussion entre patrons et ouvriers. Quant au résultat de l'adaptation, il a été incontestablement favorable; les ouvriers ont pu conserver un niveau de vie suffisant, des discussions et des troubles sociaux ont été évités, qui auraient pu devenir graves. En dehors même de ces avantages d'ordre général, il a été constaté dans de nombreux cas que les patrons qui avaient accepté d'adapter le salaire de leurs ouvriers aux fluctuations du coût de la vie payaient leurs ouvriers moins cher que les patrons qui s'étaient opposés à cette adaptation. M. D. Pap cite notamment (1) le cas de deux associations patronales hongroises appartenant à une même industrie et composées par conséquent de patrons employant des ouvriers de même catégorie, dont celle qui avait accepté d'adapter les salaires au coût de la vie payait des salaires inférieurs de *40* % en moyenne à ceux que payait l'association dont les membres avaient refusé de tenir compte du coût de la vie.

(1) R. I. T., 192ɔ p 168.

CHAPITRE XIV

LA COMPARAISON INTERNATIONALE DES SALAIRES RÉELS

On entend par salaire réel le pouvoir que donne le salaire nominal, c'est-à-dire le salaire exprimé en unités monétaires, d'acheter les biens et services nécessaires à la satisfaction des besoins du salarié et de sa famille. Les variations dans le temps du salaire réel d'une catégorie d'ouvriers se mesurent à l'aide d'indices des salaires et du coût de la vie. Etant admis que l'on dispose des deux séries d'indices nécessaires, le problème de la mesure des variations du salaire réel dans le temps ne soulève aucune difficulté particulière. Il n'en est pas de même des comparaisons des salaires réels dans l'espace. Ce problème est cependant d'un intérêt économique et social évident. La comparaison des salaires réels dans différents pays n'avait été encore faite que de manière isolée lorsque le Ministère du Travail britannique entreprit en 1923 une étude approfondie de la question (1). Cette étude fut reprise et étendue par la

(1) Labour Gazette, 1923, pp. 236-238 et 264-265.

suite par le Bureau International du Travail et fit l'objet d'un examen spécial de la part de la deuxième Conférence internationale des Statisticiens du Travail.

Le Bureau International du Travail a exposé la méthode suivie par lui, dans un article de la Revue Internationale du Travail d'octobre 1924, d'où j'extrais les indications qui suivent.

Le Ministère anglais du Travail avait envisagé la méthode suivante : on considère par exemple une catégorie d'ouvriers dont le salaire nominal (taux horaire du salaire) pour mars 1924 était de 15 d. en Grande-Bretagne et de 3 fr. en France. Or, en mars 1924, le coût de la vie en France était de 3,65 fois plus élevé qu'en 1914. Donc le salaire de 3 fr. en mars 1924 avait le même pouvoir d'achat qu'un salaire de $\frac{3 \times 100}{365} =$ 0 fr. 82 en 1914, c'est-à-dire, au pair, 7,8 deniers. Mais en 1914 le coût de la vie était de 6 % plus élevé en France qu'en Grande-Bretagne, de sorte que la somme qui avait en 1914 en Grande-Bretagne le même pouvoir d'achat que 0 fr. 82 en France était de $\frac{7,8 \times 100}{106} = 7,4$ d. Mais la somme qui avait en mars 1924 en Grande-Bretagne le même pouvoir d'achat que 7,4 d. est, étant donné que le coût de la vie en Grande-Bretagne en mars 1924 était 1,73 fois plus élevé qu'en 1914, $7,4 \times 1,73 =$ 12,8 d. Donc le rapport entre les salaires réels des groupes d'ouvriers considérés, en Grande-Bretagne et en France, en mars 1924 est de $\frac{15}{12,8} = \frac{100}{85}$.

Une telle méthode avait le grave défaut de compliquer d'une comparaison dans le temps un problème de comparaison dans l'espace et d'exiger à un moment donné la comparaison du coût de la vie dans les deux pays étudiés. On était amené ainsi à comparer des indices établis d'après des règles différentes et dont l'exactitude était inconnue.

Le Ministère du Travail a donc préféré à cette méthode la méthode suivante : on détermine pour chaque denrée alimentaire consommée par les familles ouvrières, les quantités que le salaire correspondant à une durée donnée de travail permettait d'acheter dans chaque ville aux prix courants. Ces quantités étaient exprimées sous forme de nombres indices et ceux-ci combinés de façon à donner une moyenne par profession, puis une moyenne générale qui était la moyenne arithmétique simple des indices relatifs à chaque profession. Les denrées prises en considération étaient les denrées de consommation courante en Grande-Bretagne et occupant également une place importante dans le budget des familles ouvrières des divers pays soumis à l'enquête. Le Ministère du Travail avait commencé par calculer parallèlement un indice simple et un indice pondéré d'après la consommation en Grande-Bretagne (sous cette dernière forme, l'indice du Ministère du Travail n'était autre qu'un indice calculé par la formule $b = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$), puis il a renoncé à pondérer son indice.

La grosse difficulté du problème était le choix des articles de consommation à prendre en considération et la détermination des poids à leur affecter. La difficulté est la même que dans tous les problèmes analogues : pour pouvoir procéder à des comparaisons, ici des salaires réels, il faut adopter une base unique, mais comme la nature et les quantités des divers biens et services consommés varient beaucoup d'un pays à un autre, si nous prenons un budget unique, nous obtiendrons des chiffres corrects, mais n'ayant aucune valeur représentative; si au contraire nous prenons autant de budgets qu'il y a de types de consommation, nous aurons des chiffres qui seront bien représentatifs, mais qui ne seront pas comparables les uns aux autres.

Voici comment le Bureau International du Travail a cherché à résoudre la difficulté : d'abord il a renoncé à tenir compte des articles de chauffage, d'éclairage, d'habillement, d'ameublement, etc., dant la consommation est trop différente d'un pays à l'autre, et, comme l'avait fait le Ministère du Travail anglais, il n'a considéré qu'un petit nombre de denrées alimentaires constituant dans les pays envisagés une dépense importante pour les familles ouvrières. Puis, ayant remarqué que les pays en question formaient un certain nombre de groupes au sein desquels la consommation était à peu près la même, il a constitué, en s'inspirant des budgets servant à calculer dans ce pays les indices des prix de détail des denrées alimentaires, 6 listes de denrées alimentaires, dites paniers de provisions. Ces 6 paniers de provisions sont ceux des pays scandinaves et des Pays-Bas, de la Grande-Bretagne, de la France et de la Belgique, des pays de l'Europe centrale, de l'Europe méridionale (l'Italie et Portugal), et des pays d'outre-mer. La composition de ces paniers de provisions est la suivante :

Articles	Unités	Gr. Bret.	Fr. et Belg.	Europe mér.	Europe centr.	P. scand. et P. Bas	Outre mer
Pain	kg.	2,10	4 50	2,50	3,50	1.64	1,50
Farine		1,25	0 25	1,00	0.30	1,43	1,00
Beurre		0,17	0,24	0,10	0.08	0,22	0,20
Margarine		0.05	0,08	0,05	0,12	0,15	0.06
Bœuf		0,50	0.50	0,40	0,22	0,21	0,70
Mouton		0,20	—	0,10	—	0.025	0,115
Lard		0,12	0.20	0,12	0.11	0,21	0,20
P. de terre		1,50	3 00	0,75	5 20	2,30	2,00
Sucre		0.60	0,35	0,18	0.25	0,63	0,40
Café		0,01	0,20	0,06	0,20	0.13	0,105
Thé		0,10	—	—	—	—	0,03
Fromage		0,08	0.10	0,10	0,13	3.10	0,10
Œufs	nombre	2,75	3,00	3,00	0.75	3,30	4,50
Lait	litres	1,20	1,70	1,50	2,10	6,40	1,86
Riz	kilos	0,135	0,06	0,50	0.40	0 23	0,09

A l'aide des statistiques de prix, on calcule le coût de chaque panier, puis le nombre de paniers que permet d'acheter le salaire nominal de la catégorie envisagée d'ouvriers; le rapport entre ces nombres fournit un indice du salaire réel. La moyenne des indices obtenus pour chaque ville étudiée, en adoptant successivement les divers paniers, donne l'indice définitif. Les indices ainsi calculés sont internationaux, non seulement au point de vue des statistiques de salaires et de prix, mais aussi des coefficients de consommation accordés aux denrées alimentaires entrant dans les budgets. Le tableau ci-dessous donne un exemple de la méthode décrite.

	Nombre de paniers de prov. que le charpentier pourra acheter avec son salaire dans les diverses villes — Paniers correspondant à la consommation			Rapports entre ces nombres — Panier correspondant à la consommation (Londres = 100)			Indice du salaire réel
	en Gr. Bretagne	Dans les P. scand.	en Eur. centr.	en Gr. Bretagne	dans les P. scand.	en Eur. centr.	
Londres	10,8	7,57	11,78	100	100	100	100
Stockholm	9,95	8,26	10,76	92	109	91,4	97,4
Berlin	5,04	4,06	5,81	46,3	53,6	49,3	49,7

M. Eric Sjöstrand a proposé une autre méthode de formation des budgets-types : on leur imposerait de donner le même nombre de calories pour tous les pays, nombre qui serait arrêté a priori d'après les règles de la physiologie. Mais on ne voit pas pourquoi il faudrait un même nombre de calories pour des individus habitant des pays de climats tout à fait différents; de plus la valeur calorifique d'un régime ne permet pas à elle seule d'en déterminer la composition.

La deuxième Conférence internationale des Statisticiens du Travail indique que, pour déterminer le budget, il faut tenir compte des besoins physiologiques des populations provenant surtout du climat et de la race : pourquoi seulement des besoins physiologiques ? d'ailleurs comment les distinguer dans certains cas des simples habitudes traditionnelles ? est-ce une différence dans les besoins physiologiques qui fait que les ouvriers du continent européen remplacent par du café le thé que consomment les ouvriers anglais ?

Ainsi le Bureau International du Travail est resté à michemin entre les deux solutions extrêmes : budget unique donnant des indices corrects, mais non représentatifs, budgets multiples donnant des indices partiels représentatifs mais non comparables les uns aux autres. Il n'a adopté ni un budget unique, ni autant de budgets qu'il y a de pays comparés, mais un petit nombre de budgets de groupe et pour chaque ville il a calculé l'indice en prenant la moyenne des divers indices obtenus avec chacun des budgets.

Evidemment les chiffres obtenus ainsi ne sauraient être considérés que comme donnant des indications approximatives, mais le problème était trop difficile pour qu'on pût en donner une solution plus exacte. Comme le Bureau International le reconnaît lui-même, le défaut le plus grave de la méthode est probablement l'omission du loyer, car par suite de la législation spéciale sur les loyers, la proportion du salaire affectée au logement est très variable suivant les pays. Le Bureau International du Travail a évalué comme suit cette proportion vers le milieu de 1924, sous réserve que la définition du loyer n'est pas la même partout, notamment quant à l'inclusion des impôts et charges (eau, etc.)

Bruxelles	4.77 à 7,76	Rome	5
Christiania	11.25	Stockholm	15
Milan	7	Vienne	3
Ottawa	22	Allemagne	9,6
Philadelphie	13,2	Grande-Bretagne	13
Prague	5,36	Pays-Bas	13

On pourrait multiplier l'indice du salaire réel par la fraction consacrée aux dépenses autres que le loyer (Stockholm : 85, etc.), puis recalculer l'indice sur la base Londres = 100. On trouverait alors pour Stockholm 95, etc.

Le Bureau International du Travail n'a pas tenu compte des différences de durée du travail, ni du chômage, mais si l'on avait les renseignements statistiques nécessaires, on pourrait opérer comme pour le loyer : si le chômage est de

10 et 4 % pour deux pays pour lesquels l'indice du salaire réel est 100 et 80, les indices corrigés seraient :

$$\frac{100 \times 90}{100} : \frac{80 \times 96}{100} = 85,3$$

La méthode du Bureau International du Travail a soulevé certaines critiques, qui semblent résulter surtout de ce qu'on a confondu implicitement deux problèmes nettement distincts, la comparaison des salaires réels par catégories de travailleurs, et la comparaison du niveau de vie dans différents pays. Comme l'a fait observer très justement le Dr Klezl (1), la méthode appliquée par le Bureau International du Travail donne une comparaison du pouvoir d'achat des salaires, mais non pas du niveau de vie relatif, et répond à un problème de prix, non à un problème de revenu.

La deuxième Conférence internationale des Statisticiens du Travail, ayant en vue le problème de la comparaison des niveaux de vie dans différents pays, recommande de prendre pour base les *gains effectifs* des familles ouvrières. Sans doute dans un tel problème de revenu, il faut tenir compte non pas seulement du taux horaire des salaires, mais des salaires effectivement perçus, y compris les salaires correspondant aux heures supplémentaires. Mais la résolution de la Conférence est trop étroite, car ce ne sont pas seulement les « gains » du chef de famille et des autres membres de la famille qui doivent entrer en ligne de compte, mais bien tous les revenus, de quelque source qu'ils proviennent, notamment de l'utilisation des loisirs (jardinage, etc.) dans les pays où la durée du travail est de 8 heures; de même dans le problème de la comparaison des niveaux de vie, il faut prendre en considération, selon l'observation du Dr Wagemann, directeur de l'Office de Statistique du Reich, les services qui sont assurés gratuitement par le travail des membres de la famille, et ceux qui doivent être payés par eux : la comparaison des niveaux de vie en Allemagne et aux Etats-Unis

(1) R. I .T., 1925, p. 508.

serait entièrement faussée, si l'on ne prenait pas garde au fait que les ouvriers américains à hauts salaires font assurer par d'autres salariés contre rémunération une foule de services que les ouvriers allemands assurent eux-mêmes gratuitement dans leur ménage. Il paraît malheureusement bien difficile de tenir compte pratiquement de tous ces facteurs qui influent sur le niveau de vie et il semble prudent de s'en tenir à la comparaison plus modeste que poursuit le Bureau International du Travail, celle des salaires réels.

J'indique ci-dessous à titre documentaire le résultat trouvé par le Bureau International du Travail pour le 1er juillet 1924 (denrées alimentaires seulement).

Indices des salaires réels (Londres = 100)

Amsterdam.	89	Lisbonne.	32	Milan.	46	Philadelphie.	211	Stockholm.	81
Bruxelles.	59	Londres.	100	Prague.	56	Ottawa.	173	Varsovie.	83
Christiania.	72	Madrid.	57	Rome.	46	Paris.	73	Vienne	47

Il est fait observer que les chiffres bas de Lisbonne, Rome et Milan tiennent à la nature très particulière des consommations dans ces pays (notamment à la consommation importante de légumes) et que le chiffre pour Varsovie, haut par rapport aux chiffres des pays de l'Europe centrale, résulte de ce que les salaires sont notablement plus élevés à Varsovie que dans le reste de la Pologne.

CHAPITRE XV

QUELQUES REMARQUES

Nous avons passé en revue les problèmes que soulèvent le calcul des nombres indices de la variation des prix et les principales applications qu'on en peut faire. Pour achever cette étude, je voudrais rassembler quelques-unes des remarques que l'examen de ces problèmes nous a amenés à formuler.

D'abord comment se pose la question ? Il est rare que l'on n'ait besoin que d'un indice isolé. Ce sont les *séries* d'indices qui sont utiles, et elles doivent permettre aussi exactement que possible des comparaisons du niveau des prix à deux époques quelconques.

Au sujet de la formule mathématique à adopter, nous avons vu qu'il peut être possible de mesurer l'effet des causes générales des variations des prix grâce à la compensation des effets des causes particulières par l'action de la loi des grands nombres; mais en tout cas cet effet devrait être mesuré sur les logarithmes des prix relatifs et non sur les prix relatifs eux-mêmes, c'est-à-dire à l'aide de la moyenne géométrique et non de la moyenne arithmétique, et la mesure ne serait possible que si l'on opérait sur des périodes assez longues. Pour les indices budgétaires des prix de gros, la formule « idéale » du professeur Irving Fisher, $\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$, est une très bonne formule pour les comparaisons isolées. Dans le cas général des séries d'indices, il n'existe pas de formule parfaite, mais la formule $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ est très suffisamment exacte, étant données les causes d'erreurs que comporte le calcul des nombres indices du mouvement des prix (échantillonnage, erreurs sur les données). Pour les indices du coût de la vie, la meilleure formule est $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ ou un agrégat à poids constants analogue à la formule précédente.

Le nombre des éléments pris en considération dans le calcul des indices budgétaires du mouvement des prix n'a aucune importance; ce qu'il faut considérer, c'est l'importance des éléments utilisés ou représentés dans l'indice par rapport à celle des éléments négligés. Les éléments doivent être choisis de manière à avoir des variations de prix ayant une corrélation aussi forte que possible avec celles des éléments négligés, et une corrélation aussi faible que possible avec celles des autres éléments utilisés dans le calcul.

Les différentes marchandises ou les différentes sortes de dépenses forment des groupes présentant des variations de prix ayant une allure propre. Il faut calculer un indice spécial pour chacun de ces groupes, en donnant à chacun des éléments un poids proportionnel à son importance, et les indices de groupe doivent être combinés en un indice général obtenu en accordant à chaque indice de groupe un poids proportionnel à l'importance du groupe.

Les poids n'ont pas besoin d'être déterminés avec autant de précision que les prix. En les calculant il faut prendre soigneusement garde aux doubles emplois possibles.

Les problèmes d'ordre pratique, tels que le choix des qualités représentatives, l'identification des marchandises, la continuité des cotations, l'interprétation des cours ainsi que des statistiques servant de base à la pondération, etc., ont une très grande importance, et les difficultés d'espèce qu'ils soulèvent ne peuvent être résolues par l'application de règles générales et rigides.

Il en résulte que la valeur d'une série d'indices dépend en grande partie des qualités personnelles de bon sens et de soin du statisticien qui a organisé la série et qui en dirige le calcul. Il en résulte également qu'il est impossible de répondre de façon précise aux questions que posent constamment ceux qui sont appelés à se servir des nombres indices du mouvement des prix ou du coût de la vie :

quelle est la précision de tel indice ?

entre les divers indices qui sont publiés pour un même pays, quel est le meilleur ?

Il est absolument impossible de prouver que tel indice exprime plus exactement le mouvement des prix que tel autre. Tout au plus peut-on se former à ce sujet une opinion approximative; encore est-il nécessaire pour cela de disposer de bonnes statistiques de production ou de consommation, et de connaître de manière approfondie les milieux économiques considérés, s'il s'agit d'un indice des prix de gros, les milieux sociaux considérés, s'il s'agit d'un indice du coût de la vie. Je me bornerai donc à donner, sous toutes réserves, quelques impressions personnelles : pour la France on ne dispose plus depuis 1926 que de deux séries d'indices des prix de gros : l'indice de la Statistique Générale de la France et celui de la Société d'Etudes et d'Informations économiques; la formule du premier est théoriquement très mauvaise et l'on peut se demander si les 45 séries de prix qu'il utilise sont bien représentatives de l'ensemble des prix de gros, il doit néanmoins être préféré au second en raison du soin avec lequel les problèmes pratiques y sont étudiés et résolus. Aux Etats-Unis et en Grande-Bretagne, les séries d'indices des prix de gros sont nombreuses : aux Etats-Unis les meilleures me semblent être l'indice hebdomadaire du professeur Irving Fisher et l'indice du Bureau of Labor Statistics; en Grande-Bretagne, l'indice hebdomadaire du Financial Times et l'indice du Board of Trade.

Le mérite principal d'une série d'indices est sa continuité pendant une période aussi longue que possible. Aussi en cette matière le mieux est-il souvent l'ennemi du bien. Il convient de ne modifier l'organisation d'une série existante que quand la modification est reconnue absolument indispensable; aussi comprend-on que des organismes qui publient une série depuis de longues années, comme le Statist, l'Economist ou même la Statistique Générale de la France, persistent à publier leurs séries telles qu'elles sont, malgré les défauts certains qu'on leur a reconnus. C'est lors de la création de nouvelles séries qu'il faut tenir compte des progrès qu'a pu faire la théorie des nombres indices des prix. A ce moment il faut lutter contre la tentation du moindre effort : dans les mesures physiques, quand on connaît la grandeur de toutes les erreurs possibles, on peut délibérément négliger telle cause d'erreur si l'on sait que ses effets sont inférieurs à la limite de précision de la mesure; en matière de nombres indices des prix, où le quæsitum n'est pas défini de façon précise, et où la grandeur de certaines erreurs ne peut être connue, il est prudent de toujours « faire pour le mieux ».

Si l'on adopte une formule défectueuse, de préférence à une formule meilleure mais exigeant plus de travail de calcul, sous prétexte que les deux formules donnent pratiquement les mêmes résultats, il peut arriver que la dispersion des prix vienne à augmenter beaucoup, et que les différences, primitivement négligeables, deviennent considérables. On sera alors dans l'alternative ou de changer de formule en brisant la continuité de la série, ou de garder la formule bien qu'elle donne des résultats très inexacts.

Quels sont les progrès qu'il est désirable de voir s'accomplir ? Sur la formule mathématique des nombres indices du mouvement des prix il semble qu'il y ait peu de progrès possibles : les discussions théoriques qui ont eu lieu à ce sujet au cours de ces dernières années n'ont pas amené à modifier pratiquement la conclusion à laquelle Laspeyres était parvenu il y a une soixantaine d'années. Au contraire un point appelle encore l'étude, c'est l'existence de groupes de marchandises ou de dépenses dont les éléments varient avec une allure propre. Deux collaborations d'ordre différent me paraissent aussi à développer : celle des producteurs, en ce qui concerne les indices des prix de gros, pour la détermination des marchandises représentatives, l'interprétation des cours, etc., celle des consommateurs, pour les indices des prix de détail ou du coût de la vie, par leur participation à des enquêtes approfondies sur la nature et la quantité des biens et services consommés. De même il serait très désirable de développer et de perfectionner les statistiques de production, de manière à donner une base solide à la pondération des indices des prix de gros.

Les quelques conclusions auxquelles je suis parvenu, et dont je viens de rappeler les principales, n'ont aucun caractère catégorique. Le fait est regrettable peut-être, mais il est, je le crois, inévitable; il tend à prouver que dans l'état actuel de la science économique et de la statistique, le calcul des nombres indices de la variation des prix ne relève pas uniquement de la science, mais est aussi en partie un « art ».

ADDENDUM

Au cours du tirage de notre ouvrage nous est parvenue la nouvelle de la mort du professeur Edgeworth. Le souhait que nous avions formulé à son sujet (p. 39), n'a donc pas été exaucé. Nous déplorons très vivement cette perte, qui frappe cruellement l'économie politique anglaise.

BIBLIOGRAPHIE

NOTA. — Tous les documents figurant dans la liste ci-dessous ont pu être consultés dans les bibliothèques parisiennes accessibles au public, à l'exception de la brochure de Jevons : « A serious fall... » et du livre de M. Walsh : « The measurement of General Exchange Value ».

William Stanley Jevons. — A serious fall in the value of gold ascertained and its social effects set forth (réimprimé dans : Investigations in our currency and finance). Londres, 1863.

E. Laspeyres. — Hamburger Warenpreise 1851-1863 und die californisch australischen Goldentdeckungen seit 1848 — ein Beitrag zur Lehre von der Geldentwertung (Jahrbucher fur Nationalökonomie, 1864, 81-118 et 209-236).

William Stanley Jevons. — On the variations of prices and the value of the currency since 1782 (Journal of the Royal Statistical Society, 1865, 294-321).

Drobisch. — Ueber die Berechnung der Veränderungen der Warenpreise und des Geldwerts (Jahrbucher fur Nationalokonomie, 1871, 143-156).

Laspeyres. — Die Berechnung einer mittleren Warenpreissteigerung (Jahrbucher fur Nationalokonomie, 1871, 296-314).

Drobisch. — Ueber einige Einwürfe gegen die in diesen Jahrbuchern veröffentlichte neue Methode, die Veranderungen der Warenpreise und des Geldwerts zu berechnen (Jahrbucher fur Nationalokonomie, 1871, 416-427).

Ad. Bertillon. — La théorie des moyennes en statistique (Journal de la Société de Statistique de Paris, 1876, 265-271 et 286-308).

Edgeworth. — On methods of Statistics (Royal Statistical Society, Jubilee volume, 1885, 181-217).

Leroy-Beaulieu. — La baisse des prix et la crise commerciale dans le monde (Revue des Deux-Mondes, 15 mai 1886, 383-418).

Ad. Soetbeer. — Matériaux pour faciliter l'intelligence et l'examen des rapports économiques des métaux précieux et de la question monétaire (Berlin, 1886 — trad. fr., Paris 1889).

Augustus Sauerbeck. — Prices of commodities and the precious metals (Journal of the Royal Statistical Society, 1886, 581-648).

J. Shield Nicholson. — The measurement of variations in the value of the monetary standard (Journal of the Statistical Society, mars 1887, 150-166).

Francis Ysidro Edgeworth. — Reports of the Committee (of the British Association for the Advancement of Science) appointed for the purpose of investigating the best methods of ascertaining and measuring variations in the value of the monetary standard : 1888, 254-301 ; 1889, 188-219 ; 1890, 133-164. Réimprimés dans Papers relating to political economy, Londres 1925, volume I, 195-259, 298-335 et 259-297).

F. Y. Edgeworth. — New methods of measuring variation in general prices (Journal of the Royal Statistical Society, juin 1888, 346-368).

F. Y. Edgeworth. — The statistics of examinations (Journal of the Royal Statistical Society, septembre 1888, 600-635).

Soetbeer. — Das Niveau der Warenpreise in den Jahren 1886-1890 (Jahrbucher fur Nationalökonomie, 1892, 3e série, vol. 3, 588-596).

Sauerbeck. — Prices of commodities during the last seven years (Journal of the Royal Statistical Society, juin 1893, 215-254).

Edgeworth. — Recents writings on index numbers (Economic Journal, mars 1894, 158-165).

Edgeworth. — Mr Pierson on scarcity of gold (Economic Journal, mars 1895, 109-113).

Sauerbeck. — Index numbers of prices (Economic Journal, juin 1895, 161-174).

N. G. Pierson. — Index numbers and the appreciation of gold (Economic Journal, septembre 1895, 329-335).

Pierson. — Further considerations on index numbers (Economic Journal, mars 1896, 127-132).

Edgeworth. — A defence of index numbers (Economic Journal, mars 1896, 132-142).

Edgeworth. — Index numbers (Palgrave : Dictionary of political economy, Londres, 1896).

Edgeworth. — Mr Walsh on the Measurement of General Exchange Value (Economic Journal, septembre 1901, 404-416).

A. W. Flux. — Modes of constructing index numbers (Quarterly Journal of Economics, août 1907, 613-632).

Irving Fisher. — The purchasing power of money, 1911 (traduction française, Paris, 1925).

G. H. Knibbs. — Prices, price-indexes and cost of living in Australia. Commonwealth Bureau of Census and Statistics (Labor and Industrial Branch). Report n° 1. Appendice IX : On the establishment of a basis for international comparisons of the exchange-value of gold and variations in the cost of living. 1912.

Wesley C. Mitchell. — The making and using of index numbers (Bulletin of the United States Bureau of Labor Statistics, n° 173, juillet 1915, 5-114).

Frederick R. Macaulay. — Making and using of index numbers (American Economic Review, mars 1916, 203-209).

Lucien March. — Le mouvement des prix de gros depuis 1914 (Bulletin de la Statistique générale de la France, octobre 1916, 63-83).

Huber et **Dugé de Bernonville** — Le mouvement des prix, du coût de la vie et des salaires de juillet 1914 à janvier 1918 (Bulletin de la Statistique générale de la France, avril 1918, 247-288).

O. H. Jenny. — Die nominelle und die effective Teuerung (Journal de statistique et revue économique suisse, 1918, I, 76-83).

Edgeworth. — The doctrine of index numbers according to professor Wesley Mitchell (Economic Journal, juin 1918, 176-197).

Costantino Ottolenghi. — Calcolo dell'indice ponderato dei prezzi all'ingrosso in Italia dal 1910 al 1916 (Giornale degli Economisti, septembre 1918, 108-121).

Irving Fisher. — Adjusting wages to the cost of living (Monthly Labor Review, novembre 1918, 1-5).

Arthur L. Bowley. — The measurement of changes in the cost of living (Journal of the Royal Statistical Society, mai 1919, 343-361).

G. H. Knibbs. — Price-indexes, their nature and limitations, the technique of computing them, and their application in ascertaining the purchasing power of money (Commonwealth Bureau of Census and Statistics (Labour and Industrial Branch). Report n° 9. Juillet 1919, 175-229).

A. C. Pigou. — The Economics of Welfare, 1920 (69-90).

Retail prices statistics, scope and method of compilation (Labour Gazette, mars 1920, 118-119. Revision en février 1921, 69-72).

T. L. Bennett. — The theory of measurement of changes in cost of living (Journal of the Royal Statistical Society, mai 1920, 455-463).

Royal Meeker. — The possibility of compiling an index of the cost of living (American Economic Review, mars 1919, supplément, 108-117).

Minimum quantity budget necessary to maintain a Worker's family of five in health and decency (Monthly Labor Review, juin 1920, 1-18).

Ottolenghi. — The variations of wholesale prices in Italy during the Great War (Journal of the Royal Statistical Society, mai 1920, 463-478, juillet 1920, 646-656).

March. — La méthode statistique (Metron, 1er juillet 1920, 22-52).

Bowley. — Elements of Statistics (4e édition, 1920).

Bowley. — Prices and wages in the United Kingdom 1914-1920 (Oxford, 1921).

Aldo Contento. — Sulla misura delle variazioni del costo della vita (Giornale degli Economisti, janvier 1921, 1-27).

George E. Barnett. — Index numbers of the cost of living (Quarterly Journal of Economics, février 1921, 240-263).

Prix de détail aux Etats-Unis de 1913 à décembre 1919 (Bulletin of the U. S. Bureau of Labor Statistics, n° 270, février 1921).

Flux. — The measurement of price changes (Journal of the Royal Statistical Society, mars 1921, 167-215).

Irving Fisher. — The best form on index numbers (Quarterly Publications of the American Statistical Association, mars 1921, 533-551).

March. — La méthode statistique en économie politique (Revue de métaphysique et de morale, avril-juin 1921, 137-173).

Dr Gigon et Dr Mangold. — Neue Indexziffern (Journal de statistique suisse, 1921, 54-70).

Dr Lorenz. — Neue Indexziffern (Journal de statistique suisse, 1921, 71-74).

Mangold. — Zur Frage einer schweizerischen Ernährungsindexziffer (Journal de statistique suisse, 1921, II, 195-207).

Warren M. Persons. — Fisher's formula for index numbers (Review of economic statistics, mai 1921, 103-113).

Correa Moylan Walsh. — The problem of estimation, 1921.

Allyn A. Young. — The measurement of changes of the general price level (Quarterly Journal of Economics, août 1921, 557-573).

March. — Les modes de mesure du mouvement général des prix (Metron, 1er septembre 1921, 57-91).

Truman L. Kelley. — Certain properties of index numbers (Journal the American Statistical Association, septembre 1921, 826-841).

George E. Barnett. — A critique of cost of living studies (Journal of the American Statistical Association, septembre 1921, 904-905).

Royal Meeker. — On the best form of index numbers (Journal of the American Statistical Association, septembre 1921, 909-915).

Wesley Mitchell. — 2e édition du Bulletin n° 173 ci-dessus, octobre 1921, n° 284.

P. Weigel. — Indexziffern (Jahrbücher fur Nationalokonomie, 1921, 128-144).

Rudolf Meerwarth. — Ueber die Bedeutung der Teuerungziffern (Schmoller's Jahrbuch, 1921, 739-772).

Une enquête sur la nature et le coût de l'alimentation des classes laborieuses (Revue du Travail, mai 1922, 690-696, juin 1922, 932-935).

Irving Fisher. — The making of index numbers, 1922.

Allyn A. Young. — Fisher's « The making.... » (Quarterly Journal of Economics, février 1923, 342-364).

Irving Fisher — Professor Young on index numbers (ibidem, août 1923, 742-755).

Compte-rendu par **Bowley** (Economic Journal, mars 1923, 90-94).

Irving Fisher. — Professor Bowley on index numbers (ibidem, juin 1923, 246-251).

Compte-rendu critique : Statist, 27 janvier 1923, 117 ; 3 février 1923, 168-169 ; 10 février 1923, 210.

Réplique du professeur Irving Fisher : Statist, 31 mars 1923, 496-497 ; 7 avril 1923, 546-548.

Carl Snyder. — Fisher's « The Making... » (American Economic Review, septembre 1923, 416-421).

Réplique du professeur Irving Fisher : ibidem, décembre 1923, 652-654.

Compte-rendu par **Udny Yule** (Journal of the Royal Statistical Society, mai 1923, 424-430).

Réplique du professeur Irving Fisher : ibidem, janvier 1924, 89-98).

Winkler. — Die beste Indexformel. (Jahrbucher fur Nationalokonomie, décembre 1923, 571-581).

Mangold. — Die Messung der Kosten der Lebenshaltung (Journal de statistique suisse, 1922, III, 243-249).

Bowley. — The relation between wholesale and retail prices since the War (Economica, octobre 1922, 195-207).

Bowley. — Cost of living. Basis of official index number (Times, 17 janvier 1923, p. 11).

O. H. Jenny. — Diagramme zur Veränderung der Kosten der Lebenshaltung 1911-1922 (Journal de statistique suisse, 1923, I, 68-74).

Elsa F. Pfau. — Die Indizierung des Geldwertes in Verträgen (Journal de statistique suisse, 1923, II, 167-179).

L'adaptation des salaires au coût de la vie en Pologne (Revue internationale du Travail, mai 1923, 786-790).

March. — L'étude statistique du mouvement général des affaires (Journal de la Société de statistique de Paris, juillet-août-septembre 1923, 251-281).

Edgeworth. — Mr Correa Moylan Walsh on the calculation of index numbers (Journal of the Royal Statistical Society, juillet 1923, 570-590).

Comparative real wages in London and certain capital cities abroad in march, 1923 (Labour Gazette, juillet 1923, 236-238 et 264-265).

Hermberg. — Die richtige Form der Indexziffern (Weltwirtschaftliches Archiv, octobre 1923, 585-594 et avril 1924, 248-252).

Irving Fisher. — A weekly index number of the wholesale prices (Journal of the American Statistical Association, septembre 1923, 835-841).

Edgeworth. — The doctrine of index numbers according Mr Correa Moylan Walsh (Economic Journal, septembre 1923, 343-351).

March. — Rapport sur les indices de la situation économique (Bulletin de l'Institut International de Statistique, t. XXI, 1924, 2e partie, 3-42).

Dugé de Bernonville. — Note sur les méthodes d'établissement des indices des prix de détail et du coût de la vie (ibidem, 43-53).

Karl Pribram. — Note sur les nombres indices du coût de la vie (ibidem, 54-76).

March. — Les indices économiques (Metron, 1er février 1924, 334-362).

Bowley. — Relative changes in prices and others index numbers (London and Cambridge Economic Service, special memoranaum n° 5, février 1924).

Mauss. — La statistique nationale des prix (Revue des études coopératives, janvier-mars 1924).

L. H. Bean et **O. C. Stine.** — Four types of index numbers of farm prices (Journal of the American Statistical Association, mars 1924, 30-35).

Hersch. — Quelques considérations sur le calcul des indices généraux des prix (Journal de Statistique suisse, 1924, I, 31-69).

Norman Crump. — The interrelation and distribution of prices and their incidence upon prices stabilization (Journal of the Royal Statistical Society, mars 1924, 166-219).

George H. Knibbs. —The nature of an unequivocal price-index and quantity-index (Journal of the American Statistical Association, mars 1924, 42-60 et juin 1924, 196-205).

Fritz Sitzler. — L'adaptation des salaires à la dépréciation de la monnaie en Allemagne (Revue Internationale du Travail, mai 1924, 685-710).

Dugé de Bernonville. — Les indices du mouvement général des prix (Journal de la Société de Statistique de Paris, mai 1924, 182-187, juin 1924, 234-246, juillet-août-septembre 1924, 264-278).

Karl Forchheimer. — Les échelles mobiles de salaires en Autriche (Revue internationale du Travail, juillet 1924, 30-50).

George R. Davies. — The problem of a standard index number formula (Journal of the American Statistical Association, juin 1924, 156-166).

Carl Snyder. — A new index of general price level (Journal of the American Statistical Association, juin 1924, 189-195).

Felix Klezl. — Méthode de calcul des index numbers (Revue Internationale du Travail, août 1924, 247-276).

Irving Fisher. — Revision of the weekly index number (Journal of the American Statistical Association, septembre 1924, 336-347).

Correa Moylan Walsh. — Professor Edgeworth's views on index numbers. Quarterly Journal of Economics, mai 1924, 500-519.

Comparaison internationale des salaires réels dans certaines capitales (Revue Internationale du Travail, octobre 1924, 662-688).

Méthodes d'établissement des nombres indices du coût de la vie. Bureau International du Travail, Etudes et documents, série N (statistique), n° 6, 1925.

Szturm de Sztrem. — La question des salaires en Pologne pendant et depuis la guerre (Revue Internationale du Travail, septembre 1924, 413-438).

La question monétaire et l'adaptation des salaires en Russie des Soviets (Revue Internationale du Travail, novembre 1924, 850-875).

Elma Carr. — Cost of living studies of the U. S. Bureau of Labor Statistics and the National Industrial Conference Board (Journal of the American Statistical Association, décembre 1924, 484-507).

E. C. Snow. — L'interprétation des nombres indices (Revue Internationale du Travail, février 1925, 191-210).

M. D. Pap. — L'ajustement des salaires au coût de la vie en Hongrie (Revue Internationale du Travail, février 1925, 161-179).

Les Commissions régionales du coût de la vie (Bulletin quotidien de la Société d'études et d'informations économiques, 27 mai 1925).

François Divisia. — L'indice monétaire et la théorie de la monnaie (Revue d'économie politique, juillet-août 1925, 842-861 ; septembre-octobre 1925, 980-1008 ; novembre-décembre 1925, 1121-1151).

Warren M. Persons. — Statistics and economic theory (Review of Economic Statistics, juillet 1925, 179-197).

Edgeworth. — The elements of probability in index numbers (Journal of the Royal Statistical Society, juillet 1925, 557-575).

Edgeworth. — The plurality of index numbers (Economic Journal, septembre 1925, 379-388).

Elma B. Carr. — The use of cost of living figures in wage adjustments (Bulletin of the U. S. Bureau of Labor Statistics, n° 369, mai 1925).

La 2e Conférence Internationale des Statisticiens du Travail (Revue Internationale du Travail, juillet 1925, 1-26 et 104-106).

La 2e Conférence Internationale des Statisticiens du Travail (Bureau International du Travail, Etudes et Documents, série N, statistique, n° 8.

Félix Klezl. — La comparaison internationale des salaires réels (Revue Internationale du Travail, octobre 1925, 500-518).

Bowley. — The precision of index numbers (Journal of the Royal Statistical Society, mars 1926, 300-319).

INDEX

DES NOMS D'AUTEURS CITÉS

TABLE DES GRAPHIQUES

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE VI

LES DIFFÉRENTES FORMULES D'INDICES BUDGETAIRES PONDERES

CHAPITRE VII

DETERMINATION DES ELEMENTS NUMERIQUES DE L'INDICE

Section 1. — **Nombre et nature des éléments entrant dans le calcul de l'indice**

Section 2. — **La période de base**

IMPRIMERIE MODERNE, 11, Rue du Grand-Cloître, LANGRES

BIBLIOTHÈQUE INTERNATIONALE D'ÉCONOMIE POLITIQUE

publiée sous la direction de Alfred Bonnet

COSSA (Luigi). — Histoire des doctrines économiques. 1899, 1 vol. br. .... (*Epuisé*)

ASHLEY (W.-J.). — Histoire et doctrines économiques de l'Angleterre. 1900. 2 v.b. 30 f.

SEE (H.). — Les classes rurales et le régime domanial au moyen-âge en France. 1902, 1 volume broché .... 24 fr.

WRIGHT (C.-D.). — L'évolution industrielle des Etats-Unis. 1901, 1 vol. br. ...... 14 fr.

CAIRNES (J.-E.). — Le caractère et la méthode logique de l'économie politique. 1902. 1 volume broché .... 10 fr.

SMART (W.). — La répartition du revenu national. Préface de P. Leroy-Beaulieu. 1902. 1 volume broché .... 14 fr.

SCHLOSS (David). — Les modes de rémunération du travail, avec préface de Charles Rist. 1902, 1 vol. broché .... 15 fr.

SCHMOLLER (G.). — Questions fondamentales d'économie politique et de politique sociale. 1902. 1 vol. broché .... 15 fr.

BOHM-BAWERK (E.). — Histoire critique des théories de l'intérêt du capital. 1902. 2 volumes brochés .... 28 fr.

PARETO (Vilfredo). — Les systèmes socialistes. 1926, 2 vol. in-8 avec Introduction de Bousquet G. H. .... 75 fr.

LASSALLE (F.). — Théorie systématique des droits acquis. Préface de Ch. Andler. 1904 2 volumes brochés .... 40 fr.

RODBERTUS-JAGETZOW (C.). — Le capital. Trad. Chatelain. 1904 1 v. br. ...... 12 fr.

LANDRY (A.). — L'intérêt du capital. 1904. 1 volume broché .... 14 fr.

PHILIPPOVICH (E.). — La politique agraire. Préface de A. Souchon. 1905, 1 v. br. 12 fr.

DENIS (Hector). — Histoire des systèmes économiques et socialistes. *Les Fondateurs*. 1904-1907. 2 vol. br. .... 34 fr.

WAGNER (Ad.). — Les fondements de l'économie politique. 5 vol. in-8 ...... 104 fr.

SCHMOLLER (G.). — Principes d'économie politique. 5 vol. 1905-1908 .... 100 fr.

PETTY (Sir W.). — Œuvres économiques. 1905. 2 volumes brochés .... 30 fr.

SALVIOLI. — Le capitalisme dans le monde antique. Tr. A. Bonnet, 1906. 1 v. b. 14 fr.

EFFERTZ (O.). — Les antagonismes économiques. 1906. 1 vol. broché .... 24 fr.

MARSHALL (A.). — Principes d'économie politique. Trad. par Sauvaire-Jourdan et Bouyssy. 1907-1909. 2 vol. br. ...... 44 fr.

FONTANA-RUSSO (L.). — Traité de politique commerciale. 1908. 1 v. in-8 br. ...... 28 fr.

CORNELISSEN (C.). — Théorie de la valeur. 2e éd. refondue 1913. 1 vol. br. ...... 20 fr

CORNELISSEN (C.). — Théorie du salaire et du travail salarié. 1908. 1 fort volume in-8, broché .... 28 fr

JEVONS (W. Stanley). — La théorie de l'économie politique. Préface de Paul Painlevé. 1909. 1 vol. in-8 broché .... 15 fr

PARETO (Vilfredo). — Manuel d'économie politique. Tr. de A. Bonnet. 1909. (*Epuisé*)

CANNAN (Edwin). — Histoire des théories de la production et de la distribution dans l'économie politique anglaise de 1776 à 1848 1910. 1 vol. in-8 br. .... 24 fr.

CLARCK (J.-B.). — Principes d'économie dans leur application aux problèmes modernes de l'industrie et de la politique économique 1911. 1 vol. in-8 .... 20 fr.

FISHER (I.). — De la nature du capital et du revenu. 1911. 1 vol. in-8 br. ...... 24 fr

CARVER (Th. N.). — La répartition des richesses 1913. 1 v. in-8 br. .... 10 fr

LORIA (A.). — La synthèse économique. Etude sur les lois du revenu. 1911. 1 vol. in-8 broché .... 24 fr.

WEBB (S. et B.). — La lutte préventive contre la misère. 1913. 1 v. in-8 br. ...... 16 fr.

HERSCH (L.). — Le Juif errant d'aujourd'hui. (40 tableaux statistiques et 9 diagrammes). 1913. 1 vol. broché .... 12 fr.

LEROY (Maxime). — La coutume ouvrière. Doctrines et institutions. 1913. 2 v.b. 36 fr.

KOBATSCH (R.). — La politique économique internationale. 1913. 1 v. in-8 br. 24 fr.

TOUGAN-BARANOWSKY (M.). — les crises [...] dustrielles en Angleterre. 1913. 1 v.b. 24 [...]

KAUFMAN (Dr.-E.). — La Banque en Fran[...] principalement au point de vue des tr[...] grandes banques de dépôts. 1 volume i[...] broché .... 28 fr

LIEFMANN (Dr Robert). — Cartells et Tr[...] Evolution de l'organisation écono[...] 1914. 1 v. in-8 ....

OPPENHEIMER (F.). — L'Economie [...] l'Economie politique. 1914. 2 v. in-8.

AUSPITZ et LIEBEN. — Recherche[...] théorie du prix. 1914. 2 volumes [...] vol. texte et 1 vol. album) .... [...]

FISHER (I.). — Recherches mathématiqu[...] la théorie de la valeur et des prix. [...]duction J. Morel. 1917. 1 v. in-8 br. 10 fr.

MASLOW (P.) — L'évolution de l'Economie nationale. 1915. 1 vol. in-8 broché... 15 fr.

PIERSON (N.-S.). — Traité d'économie politique. 1916-1917. 2 vol. in-8 br. ...... 50 fr.

SUBERCASEAUX. — Le papier-monnaie. 1920. 1 volume in-8 .... 16 fr.

ROSCHER (W.). — Economie industrielle. 2 volumes in-8. 1920-1921 .... 40 fr.

WITHERS (Hartley). — Qu'est-ce que la monnaie ? Le marché monétaire anglais, avec Préface de Ch. Rist 1 vol. in-8. 1920 12 fr.

ANSIAUX. — Traité d'économie politique. Tome I. Un vol. in-8, 2e édit. 1926... 30 fr. Tome II. Un vol. in-8, 2e éd. 1927 (*Sous presse*). Tome III. Un vol. in-8. 1926 .... 60 fr.

SEE (H.). — Esquisse d'une histoire du régime agraire en Europe aux XVIIIe et XIXe siècles. 1 vol. in-8, 1921, br. .... 15 fr.

BOUNIATIAN. — Les crises économiques. Un volume in-8, 1922 .... 25 fr.

RIST (Ch.). — La déflation en pratique. Un volume in-8, 1924 .... (*épuisé*)

LIEFMANN (Robert). — Les formes d'entreprise. Un vol. in-8, 1924 .... 20 fr.

NICEFORO (A.). — La méthode statistique. Un vol. in-8. 1925 .... 50 fr.

SÉE (H.). — L'évolution commerciale et industrielle de la France sous l'ancien régime. 1925, 1 vol. in-8 .... 35 fr.

FISHER (I.). — Le pouvoir d'achat de la monnaie. 1926. Un vol. in-8 .... 50 fr.

SCHWIEDLAND (E.). — Economie sociologique. 1925. 1 vol. in-8 .... 40 fr.

ASHLEY (W.). — L'Evolution économique de l'Angleterre. 1925. 1 vol. in-8 .... 18 fr.

CORNELISSEN (C.). — Théorie du capital et du profit. 1925. 2 vol. in-8 .... 80 fr.

BOUNIATIAN. — La loi de Variation de la Valeur. 1927. 1 vol. in-8 .... 12 fr.

HANTOS. — La Monnaie en Europe centrale. 1927. 1 vol. in-8 .... 16 fr.

PIETRI TONELLI. — Traité d'Economie rationnelle. 1 vol. in-8 .... 60 fr.

BOUSQUET (G. H.). — Essai sur l'évolution de la pensée économique. 1927, 1 v.in-8 30 fr.

SOUS PRESSE

BOHM-BAWERK. — Théorie positive du capital.

WALSH. — Le problème fondamental de la monnaie.

BOWLEY. — Eléments de statistique.

SÉRIE IN-18

PATTEN (S.-N.). — Les fondements économiques de la protection. 1899, 1 v. br. 5 fr.

WILLOUGHBY (W.-F.). — Essais sur la législation ouvrière aux Etats-Unis. 1903. 1 volume .... 7 fr.

DUFOURMANTELLE (M.). — Les prêts sur l'honneur. 1913. 1 vol. br. .... 8 fr.